



Formulario_1r_parcial

Informació i Seguretat (Universitat Autònoma de Barcelona)

FORMULARI

TEMA 2: TEORIA INFORMACIÓ

Informació / incertesa (Hartley): $I(n) = \log(n)$

Informació / incertesa (Shannon): $I(A) = \log\left(\frac{1}{p(A)}\right) = -\log(p(A))$

Informació d'una font: $I(a_i) = \sum_{i=1}^n p(a_i) \cdot I(a_i) = \sum_{i=1}^n p(a_i) \log\left(\frac{1}{p(a_i)}\right)$

Entropia d'una v.a discreta: $H(X) = -\sum_{i=1}^n p_i \cdot \log(p_i)$

Entropia binària: $H(X) = H(p, 1-p) = -p \cdot \log(p) - (1-p) \cdot \log(1-p)$

Entropia conjunta: $H(X, Y) = -\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m p(x_i, y_j) \cdot \log(p(x_i, y_j))$

Entropia condicionada d'X donat Y = y: $H(X, Y = y_i) = -\sum_{i=1}^n p(x_i|y_j) \cdot \log(p(x_i|y_j))$

Entropia condicionada d'X donat Y:

- sabent la sortida: $H(X|Y) = -\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m p(x_i, y_j) \cdot \log(p(x_i|y_j))$
- sabent l'entrada: $H(Y|X) = -\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m p(y_j, x_i) \cdot \log(p(y_j|x_i))$

Informació mútua dues v.a discretes: $I(X, Y) = H(X) - H(X|Y) = H(Y) - H(Y|X)$

Capacitat d'un canal: $C = \max(I(p_1, \dots, p_n))$

$$H(A) = -\sum_{i=1}^n p(A_i) \cdot \log(p(A_i)); \quad H(B) = -\sum_{i=1}^n p(B_j) \cdot \log(p(B_j))$$

$$H(B|A) = -\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m p(A_i, B_j) \cdot \log(p(B_j|A_i))$$

$$H(A|B) = -\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m p(A_i, B_j) \cdot \log(p(A_i|B_j))$$

$$p(A_i, B_j) = p(A_i) \cdot p(B_j|A_i); \quad p(A_i|B_j) = \frac{p(A_i) \cdot p(B_j|A_i)}{p(B_j)}$$

$$p(B_j) = \sum_{i=1}^n p(B_j|A_i) \cdot p(A_i)$$

FORMULARI

TEMA 3: CODIFICACIÓ DE LA FONT

Longitud mitjana: $\bar{L} = \sum_{i=1}^n p_i \cdot L_i$

Codi instantani i desc. única: $\sum_{i=1}^n D^{-L_i} \leq 1 = \frac{1}{D^{L_i}}$

Teorema Shannon: $\bar{L} \geq \frac{H(S)}{\log(D)}$

Eficiència codi D-ari: $\eta = \frac{H(S)}{\bar{L} \cdot \log(D)}$

Redundància: $1 - \eta$

TEMA 4: COMPRESSIÓ DE DADES

Taxa compressió: $R = \frac{|C|}{|M|}$ bpb, on C és el fitxer sense comprimir i M comprimit

Percentatge compressió: $(1 - R) \cdot 100\%$

Bitrate: $BR = \frac{|C| \text{ bits}}{|M| \text{ símbols}} \text{ bpp(imatges) o bpc(textos)}$

Error quadràtic mitjà: $MSE = \frac{1}{N_x} \frac{1}{N_y} \sum_{i=1}^{N_x} \sum_{j=1}^{N_y} (I_{ij} - \widehat{I}_{ij})^2$

Relació màxima entre senyal i soroll: $PSNR = 10 \log_{10} \frac{(\max_{ij} I_{ij})^2}{MSE}$

TEMA 5: CODIFICACIÓ DEL CANAL

Canal sense pèrdua:

- $H(A|B) = 0 \Rightarrow I(A,B) = H(A)$
- A cada columna hi ha un únic element diferent de 0
- Capacitat = $\log(n)$ si distribució inicial equiprobable
- $n \leq m$

Canal determinista:

- $H(B|A) = 0 \Rightarrow I(A,B) = H(B)$
- A cada fila hi ha un únic element diferent a 0
- $m \leq n$
- Capacitat = $\log(m)$ si existeix distribució inicial que fa que la distribució final sigui equiprobable.

Canal sense soroll:

- Si és un canal sense pèrdua i determinista $\Rightarrow I(A,B) = H(A) = H(B)$
- A cada columna hi ha un 1 i a la resta 0
- $n = m$
- Capacitat = $\log(n) = \log(m)$

FORMULARI

Canal totalment simètric:

- Les files són iguals excepte canvi d'orde. El mateix amb les columnes.
- Capacitat = $\log(m) - H$
- $H(B|A = A_i) = H(B|A = A_j) = H(B|A) = H$
- $I(A,B) = H(B) - H$

Probabilitat d'error descodificació: $p_e(B_j) = \sum p(A_i|B_j) = 1 - p(f(B_j)|B_j)$

Probabilitat mitjana d'error: $\overline{p_e}(B_j) = \sum_{j=1}^m p(B_j) \cdot p_e(B_j) = 1 - \sum_{j=1}^m p(f(B_j), B_j)$

Taxa transmissió de la informació: $RT = \frac{\log(M)}{n} (\leq 1)$