PRUEBA PARCIAL – DICIEMBRE 2017
102712 Señales y Sistemas Discretos

Profesores: Gonzalo Seco Granados, José A. Del Peral

Instrucciones: 120 minutos. Se puede utilizar calculadora y las tablas de TF, DFT y TZ del Campus Virtual si se tienen imprimidas. Las respuestas correctas suman 1 y las respuestas incorrectas restan 1/3.

Permutación 1

Pregunta 1

Un sistema se define mediante la siguiente ecuación de diferencias con coeficientes constantes:

$$y[n] = 2x[n] + \frac{1}{2}x[n-1] + \frac{3}{4}y[n-1] - \frac{1}{8}y[n-2]$$

¿Cuál es su respuesta frecuencial?

a) $H(e^{j\omega}) = \frac{1-\frac{3}{4}e^{-j\omega}+\frac{1}{8}e^{-j2\omega}}{2+\frac{1}{2}e^{-j\omega}}$

b) $H(e^{j\omega}) = \frac{1+2\,e^{-j\omega}}{1+\frac{3}{4}e^{-j\omega}-\frac{1}{8}e^{-j2\omega}}$

c) $H(e^{j\omega}) = \frac{4+e^{-j\omega}}{2-\frac{3}{2}e^{-j\omega}+\frac{1}{4}e^{-j2\omega}}$

d) $H(e^{j\omega}) = \frac{1+2\,e^{-j\omega}}{1-\frac{3}{4}e^{-j\omega}+\frac{1}{8}e^{-j2\omega}}$

Pregunta 2

Dada una secuencia definida $x[n] = \frac{1}{2}\delta[n-1] + \frac{1}{2}\delta[n-5] + j\delta[n-1] - j\delta[n-5]$, ¿cuál de las siguientes expresiones define la DFT de $x[n]$ con N=6 puntos?

a) $X[k] = \cos\frac{\pi k}{3} - 2\sin\frac{5\pi k}{3}$

b) $X[k] = \cos\frac{\pi k}{6} - 2\sin\frac{5\pi k}{6}$

c) $X[k] = 2\cos\frac{\pi k}{3} + 2\sin\frac{10\pi k}{6}$

d) $X[k] = \cos\frac{\pi k}{3} - 2\cos\frac{5\pi k}{3}$

Pregunta 3

Tenemos una secuencia x$[n]$ definida como

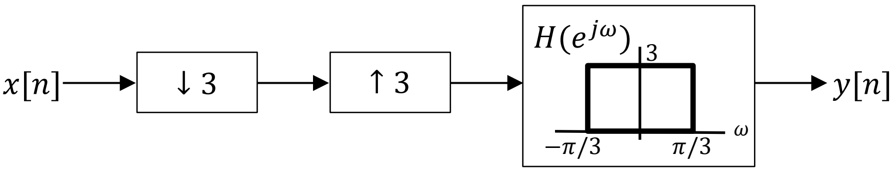
$$x[n] = \frac{\sin\left(\frac{\pi}{3}n\right)}{\pi n} e^{j\frac{\pi}{2}n} + \frac{\sin\left(\frac{\pi}{4}n\right)}{\pi n} e^{-j\frac{\pi}{2}n}$$

Determine la energía de la secuencia $x[n]$:

a) $E_x = 1$
b) $E_x = 1/12$
c) $E_x = 7/12$
d) $E_x = 7/24$

Pregunta 4

Considere el siguiente sistema:



¿Para cuál de las siguientes señales de entrada se cumple $y[n] = x[n]$?

a) $x[n] = \cos(2\pi n/3)$
b) $x[n] = \frac{\sin(\pi n/2)}{\pi n}$
c) $x[n] = \frac{1}{8} e^{-j\frac{\pi}{2}n}$
d) $x[n] = \sin(\pi n/4)$

Pregunta 5

Siendo $x[n]$ la entrada e $y[n]$ la salida del sistema, ¿cuál de las relaciones siguientes define un sistema lineal, invariante, causal y estable?

a) $y[n] = x[n+1]e^{-j\frac{\pi}{2}n}$
b) $y[n] = (x[n] + x[n-1]) \sin \omega_0$
c) $y[n] = x[n-1]e^{j\frac{\pi}{2}n}$
d) $y[n] = x[n] + \cos \omega_0$

Pregunta 6

La señal $x[n]$ tiene una DFT de $N = 7$ puntos que toma estos valores:

$$X[k] = \{3\, e^{-j0.1},\ e^{j0.1},\ e^{-j0.2}, -1,\ e^{-j0.4}, -2, 2\}.$$

¿Cuánto vale $R_{xx}[0]$?

a) 1
b) 2.9609 + j0.0534
c) 3
d) 21

Pregunta 7

Una señal paso bajo con ancho de banda de 10 kHz (o sea, que ocupa la banda que va desde -5kHz a +5kHz) es muestreada a 20 kHz. La señal se quiere procesar utilizando un chip que procesa 25000 muestras por segundo, por lo que hay que ajustar la frecuencia de muestreo de la señal. Para ello se dispone de un diezmador de factor D y un interpolador de factor I. Necesitamos determinar D, I y el orden en el que colocamos el diezmador y el interpolador. ¿Qué solución funcionaría?

a) $D = 4, I = 5$. Diezmaríamos antes de interpolar.
b) $D = 4, I = 5$. Interpolaríamos antes de diezmar.
c) $D = 5, I = 4$. Diezmaríamos antes de interpolar.
d) $D = 5, I = 4$. Interpolaríamos antes de diezmar.

Pregunta 8

La transformada Z de una señal es:

$$X(z) = \frac{1 - \frac{1}{2}z^{-1}}{\left(1 - \frac{1}{3}z^{-1}\right)\left(1 - \frac{1}{4}z^{-1}\right)}, \quad \text{ROC} \;\; |z| > \frac{1}{3}.$$

La señal $x[n]$ es

a) $x[n] = -2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^n \mathrm{u[n]} + 3 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^n \mathrm{u[n]}$
b) $x[n] = 2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^n \mathrm{u[n]} - 3 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^n \mathrm{u[n]}$
c) $x[n] = -2 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^n \mathrm{u[n]} + 3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^n \mathrm{u[n]}$
d) $x[n] = 2 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^n \mathrm{u[n]} - 3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^n \mathrm{u[n]}$

Pregunta 9

La respuesta impulsional de un sistema es $h[n] = a^n \cdot u[n]$. ¿Se trata de un sistema LTI?

a) No, pero es lineal.
b) Sí, y además es causal.
c) Sí, pero no es causal.
d) No hay información suficiente para afirmar si es LTI o no.

Pregunta 10

Sabemos unos valores de la autocorrelación de la señal entrada $x[n]$:

$$R_{xx}[0] = 3,$$
$$R_{xx}[1] = -2,$$
$$R_{xx}[2] = 0.$$

El sistema se define por una respuesta impulsional $h[n] = \frac{1}{2}(\delta[n] + \delta[n-1])$. ¿Calcule la correlación cruzada $R_{yx}[m]$ para $m = \{-1, 0, 1\}$?

a) $R_{yx}[m] = \{-1, \underline{0.5}\,, 0.5\}$.
b) $R_{yx}[m] = \{-2, \underline{1}\,, 1\}$.
c) $R_{yx}[m] = \{0.5, \underline{0.5}\,, -1\}$.
d) $R_{yx}[m] = \{0, \underline{1}\,, -2\}$.

Pregunta 11

Encuentre la autocorrelación de la señal $x[n] = a^{n/2} \cdot u[n]$ para valores de a que cumple $-1 < a < 1$:

a) $R_{xx}[m] = a^{n/2}$.

b) $R_{xx}[m] = a^{n} \cdot \frac{1}{1-a}$.

c) $R_{xx}[m] = a^{|n|/2} \cdot \frac{1}{1-a}$.

d) $R_{xx}[m] = a^{|n|} \cdot \frac{1}{1-a^2}$.

Pregunta 12

Se dispone de una secuencia de muestras que provienen de muestrear una señal analógica cuya frecuencia máxima es $F_{max} = F_s/3$, siendo F_s la frecuencia de muestreo. Las muestras se introducen en un conversor digital a analógico para recuperar la señal analógica original. ¿Qué frecuencia de corte F_c del filtro reconstructor utilizaría?

a) $F_c = 0.9\, F_{max}$

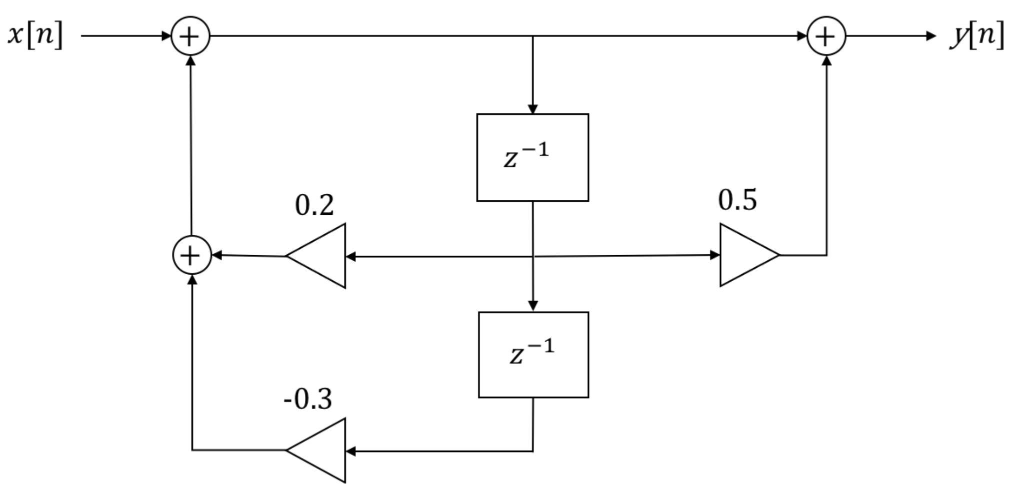
b) $F_c = F_s \cdot 5/12$

c) $F_c = F_{max}/2$

d) $F_c = F_s$

Pregunta 13

Considere el sistema definido por el siguiente diagrama de bloques:



¿Cuál es su función de transferencia?

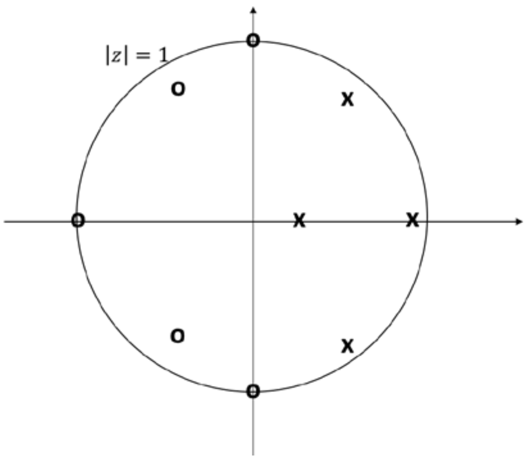
a) $H(z) = \frac{1+0.5z^{-1}}{1-0.2z^{-1}+0.3z^{-2}}$

b) $H(z) = \frac{1-0.3z^{-1}+0.2z^{-2}}{1-0.5z^{-1}}$

c) $H(z) = \frac{1+0.3z^{-1}-0.2z^{-2}}{1+0.5z^{-1}}$

d) $H(z) = \frac{1+0.5z^{-1}}{1+0.2z^{-1}-0.3z^{-2}}$

Pregunta 14
Considere el siguiente diagrama de polos y ceros correspondiente a la función de transferencia de un determinado filtro.



Diga de qué tipo de filtro se trata.

a) Pasa todo
b) Paso bajo
c) FIR
d) Paso alto

Pregunta 15
La función de transferencia de un determinado <u>sistema lineal, invariante y estable</u> es

$$H(z) = \frac{1 - \frac{10}{7}z^{-1}}{\left(1 - \frac{1}{3}z^{-1}\right)\left(1 + \frac{3}{4}z^{-1}\right)}.$$

Indique la afirmación que es correcta.

a) Falta información para poder saber si es causal o no.
b) Es causal.
c) No es causal, pero su sistema inverso sí que lo es.
d) Es un sistema de fase mínima.

Pregunta 16
La función de transferencia de un determinado sistema lineal, invariante y estable es

$$H(z) = \frac{1 - \frac{10}{7}z^{-1}}{\left(1 - \frac{1}{3}z^{-1}\right)\left(1 + \frac{3}{4}z^{-1}\right)}.$$

Calcule su salida cuando la entrada es $x[n] = \delta[n] + \frac{3}{4}\delta[n-1]$.

a) $y[n] = \delta[n] - \frac{10}{7}\delta[n-1] - \left(\frac{1}{3}\right)^n u[n]$

b) $y[n] = \delta[n] - \frac{10}{7}\delta[n-1] - \left(\frac{1}{3}\right)^n u[n] + \left(-\frac{3}{4}\right)^n u[n]$

c) $y[n] = \frac{30}{7}\delta[n] - \frac{23}{7}\left(\frac{1}{3}\right)^n u[n]$

d) $y[n] = -\frac{3}{7}\left(\frac{1}{3}\right)^n u[n]$

Pregunta 17

La función de transferencia de un determinado sistema lineal, invariante y estable es

$$H(z) = \frac{1 - z^{-1}}{\left(1 - \frac{1}{3}z^{-1}\right)\left(1 + \frac{3}{4}z^{-1}\right)}.$$

Calcule su salida cuando la entrada es $x[n] = u[n]$.

a) $y[n] = \left(\frac{1}{3}\right)^n u[n] + \left(-\frac{3}{4}\right)^n u[n]$

b) $y[n] = \frac{4}{13}\left(-\frac{1}{3}\right)^{-n} u[-n-1] + \frac{9}{13}\left(\frac{3}{4}\right)^{-n} u[-n-1]$

c) $y[n] = -\frac{4}{13}\left(\frac{1}{3}\right)^n u[-n-1] - \frac{9}{13}\left(-\frac{3}{4}\right)^n u[-n-1]$

d) $y[n] = \frac{4}{13}\left(\frac{1}{3}\right)^n u[n] + \frac{9}{13}\left(-\frac{3}{4}\right)^n u[n]$

Pregunta 18

Sean las secuencias

$$x_1[n] = \{\underline{1}, 1, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 1\}$$

$$x_2[n] = \{\underline{0}, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 0\}$$

donde la muestra subrayada corresponde a $n = 0$. Se define

$$y[n] = IDFT\{X_1[k] \cdot X_2^*[k]\}$$

donde $X_1[k]$ y $X_2[k]$ son las DFT de N=9 puntos correspondientes a $x_1[n]$ y $x_2[n]$, respectivamente. $X_2^*[k]$ es el valor complejo conjugado de $X_2[k]$. ¿Cuál de las siguientes secuencias es la secuencia $y[n]$?:

a) $y[n] = \{\underline{3}, 3, 3, 4, 5, 5, 5, 4, 3\}$

b) $y[n] = \{\underline{3}, 4, 5, 5, 5, 5, 5, 4, 3\}$

c) $y[n] = \{\underline{3}, 3, 4, 5, 5, 5, 4, 3, 3\}$

d) $y[n] = \{\underline{2}, 3, 4, 5, 5, 5, 4, 3, 2\}$

Pregunta 19
Considere un sistema LTI que tiene respuesta impulsional

$$h[n] = a^n u[n] - b a^{n-1} u[n-1]$$

¿Para qué valores de a y b el sistema inverso del anterior es causal y estable?

a) $a = 2,\ b = \frac{1}{2}$
b) $a = \frac{1}{2},\ b = 2$
c) $a = \frac{1}{3},\ b = \frac{1}{5}$
d) $a = 3,\ \ b = 0$

Pregunta 20
Considere un sistema LTI estable que tiene respuesta impulsional

$$h[n] = \frac{b}{a}\delta[n] + \left(1 - \frac{b}{a}\right) a^n u[n]$$

¿Para qué valores de a y b el sistema es de fase mínima?
a) $a = \frac{1}{3},\ b = -\frac{1}{2}$
b) $a = -3,\ b = 2$
c) $a = \frac{1}{3},\ b = 5$
d) $a = 3,\ \ b = 0$

P. 1   DIC. 2017

$$y[n] = 2x[n] + \frac{1}{2}x[n-1] + \frac{3}{4}y[n-1] - \frac{1}{8}y[n-2]$$

Respuesta frecuencia $H(e^{jw})$.

$$x[n] \longrightarrow \boxed{h[n]} \longrightarrow y[n] \quad \Rightarrow \quad X(e^{jw}) \longrightarrow \boxed{H(e^{jw})} \longrightarrow Y(e^{jw})$$

Realizando la transformada:

$$Y(e^{jw}) = 2X(e^{jw}) + \frac{1}{2}X(e^{jw})e^{-jw} + \frac{3}{4}Y(e^{jw})e^{-jw} - \frac{1}{8}Y(e^{jw})e^{-j2w}$$

$$Y(e^{jw})\left[1 - \frac{3}{4}e^{-jw} + \frac{1}{8}e^{-j2w}\right] = X(e^{jw})\left[2 + \frac{1}{2}e^{-jw}\right]$$

$$H(e^{jw}) = \frac{2 + \frac{1}{2}e^{-jw}}{1 - \frac{3}{4}e^{-jw} + \frac{1}{8}e^{-j2w}} \xrightarrow[\text{Si } \times 2]{} \frac{4 + e^{-jw}}{2 - \frac{3}{2}e^{-jw} + \frac{1}{4}e^{-j2w}}$$

P2. Sea secuencia

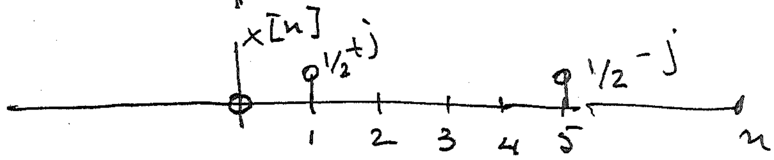
$$x[n] = \frac{1}{2}\delta[n-1] + \frac{1}{2}\delta[n-5] + j\delta[n-1] - j\delta[n-5] \quad , \quad N=6$$

DFT?

$$X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n]\, e^{-j\frac{2\pi}{N}kn}$$

P2

$$X[k] = \sum_{n=0}^{5} x[n]\, e^{-j\frac{2\pi}{N}kn} = \underbrace{x[0]}_{0} + \left(\tfrac{1}{2}+j\right)e^{-j\frac{2\pi}{6}k} + \left(\tfrac{1}{2}-j\right)e^{-j\frac{2\pi}{6}k5} =$$



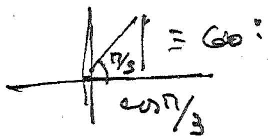
$$= \left(\tfrac{1}{2}+j\right)e^{-j\frac{\pi}{3}k} + \left(\tfrac{1}{2}-j\right)e^{-j\frac{5\pi}{3}k} =$$

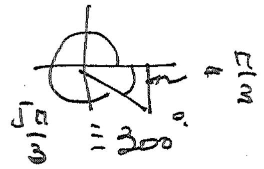
$$= \left[\tfrac{1}{2}+j\right]\left[\cos\tfrac{\pi}{3}k - j\,\text{sen}\tfrac{\pi}{3}k\right] + \left(\tfrac{1}{2}-j\right)\left[\cos\tfrac{5\pi}{3}k - j\,\text{sen}\tfrac{5\pi}{3}k\right] =$$

=

NOTA: Yo realizo cambios:

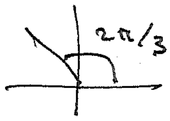
$\frac{5\pi}{3} \equiv -\pi/3$



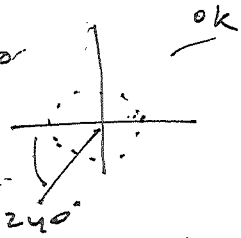


$$= \left[\tfrac{1}{2}+j\right]\left[\cos\tfrac{\pi}{3}k - j\,\text{sen}\tfrac{\pi}{3}k\right] + \left(\tfrac{1}{2}-j\right)\left[\cos\left(-\tfrac{\pi}{3}k\right) - j\,\text{sen}\left(-\tfrac{\pi}{3}k\right)\right] =$$

si $k=2 \Rightarrow$



$\frac{10\pi}{3} = 600°$



$$= \left(\tfrac{1}{2}+j\right)\left(\cos\tfrac{\pi}{3}k - j\,\text{sen}\tfrac{\pi}{3}k\right) + \left(\tfrac{1}{2}-j\right)\left[\cos\tfrac{\pi}{3}k + j\,\text{sen}\tfrac{\pi}{3}k\right] =$$

$$= \cos\tfrac{\pi}{3}k + 2\,\text{sen}\,\tfrac{\pi}{3}k = \cos\tfrac{\pi}{3}k + 2\,\text{sen}\,\tfrac{5\pi}{3}k$$

P3. Secuencia

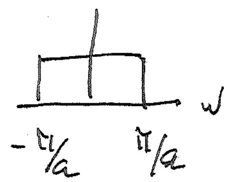
$$x[n] = \frac{\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{3}n\right)}{\pi n} e^{j\frac{\pi}{2}n} + \frac{\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{4}n\right)}{\pi n} e^{-j\frac{\pi}{2}n}$$

$$E_x = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |x[n]|^2 \underset{\uparrow}{=} \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} |X(e^{jw})|^2 dw$$

T. Parseval

Sabiendo que

$$\frac{\operatorname{sen}\frac{\pi}{a}n}{\pi n} \xrightarrow{\text{TFSD}} \Pi\left(\frac{w}{2\pi/a}\right) =$$



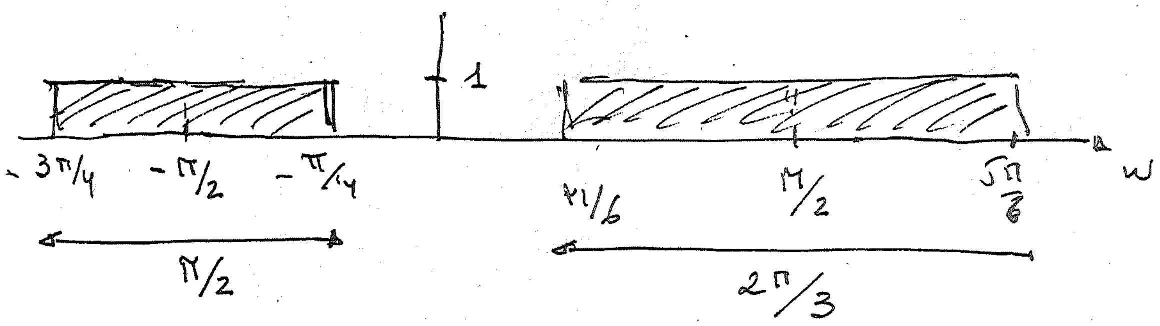
Y con la propiedad de desplazamiento en w

$$x[n] \longrightarrow X(e^{jw})$$

$$x[n]e^{jw_0 n} \longrightarrow X(e^{j(w-w_0)})$$

Entonces:

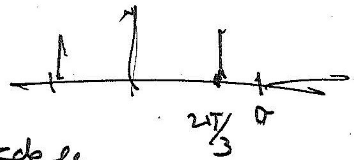
$$E_x = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} \left| \Pi\left(\frac{w-\pi/2}{2\pi/3}\right) + \Pi\left(\frac{w+\pi/2}{2\pi/4}\right)\right|^2 dw \Rightarrow$$



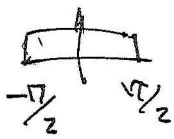
$$\Rightarrow \quad E_x = \frac{1}{2\pi}\left[\frac{\pi}{2} + \frac{2\pi}{3}\right] = \frac{1}{4} + \frac{1}{3} = \frac{7}{12}$$

4:

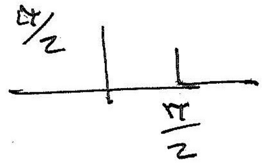
$x[n] = \cos\frac{2\pi n}{3}$ → Deltas ~~Rayas~~ espectrales en $\omega = \pm\frac{2\pi}{3}$



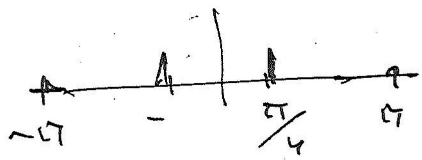
$x[n] = \frac{\operatorname{sen}\frac{n\pi}{2}}{n\pi}$ ⇒ Pulso centrado en $\omega = 0$ y anchura $\frac{2\pi}{2}$ ⇒



$x[n] = \frac{1}{8}e^{-j\frac{\pi}{2}n}$ ⇒ Delta ~~Raya~~ espectral en $\pi/2$



$x[n] = \operatorname{sen}\frac{\pi n}{4}$ ⇒ Deltas espectrales en $\omega = \pm\frac{\pi}{4}$



Las 3 1as sobrepasan el valor de π al diezmar $\times 3$ ⇒ No se cumple $y[n] = x[n]$.

La 4ª, como no ocurre esto, al diezmar e interpolar por 3 y puesto que el filtro paso bajo es de f corte superior a la máx. de nuestra señal, sí verificaría que

$y[n] = x[n]$.

5) Sistema LTI, causal y estable?

a) $y[n] = x[n+1]\, e^{-j\frac{\pi}{2}n} \rightarrow$ No es invariante

$\longrightarrow [n+1] \Rightarrow$ No causal

b) $y[n] = \left(x[n] + x[n-1]\right) \underbrace{\operatorname{sen} w_0}_{K} \Rightarrow$ LTI, causal y estable

c) $y[n] = x[n-1]\, e^{j\frac{\pi}{2}n} \rightarrow$ No es invariante

d) $y[n] = x[n] + \underbrace{\cos w_0}_{= K} \Rightarrow$ No es lineal

6) $x[n] \xleftrightarrow{DFT\ (N=7)} X[k] = \left\{ 3e^{-j0,1}, e^{j0,1}, e^{-j0,2}, -1, e^{-j0,4}, -2, 2 \right\}$

$$R_{xx}[0] = E_x = \sum_{n=0}^{6} |x_n|^2 = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{6} |X(k)|^2 =$$

T. Parseval.

$$\left(x[n] = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X[k]\, e^{j\frac{2\pi}{N}kn} \right)$$

$$= \frac{1}{7}\left(9+1+1+1+1+4+4\right) = \frac{21}{7} = 3$$

9.7 Señal Paso bajo $B_w = 10\,kz$

Se decide: $f_s = 20.000$ m/s

Disponemos: $f'_s = 25.000$ muestras/s.

Si queremos tomar 20.000 sólo de 25.000, significa que hemos incrementado muestras en una razón:

$$\text{Increm} = \frac{25}{20} = \frac{5}{4} \quad \begin{array}{l} 5 \to \text{Interpolado} \\ 4 \to \text{Diezmado.} \end{array}$$

El orden ha de ser

$$\longrightarrow \boxed{\text{Interp } 5} \longrightarrow \boxed{\text{Diezm } 4} \longrightarrow$$

Decrementamos Bw espectro $\times 5$

incremento $\times 4 \Rightarrow \frac{5}{4}$

(Si fuera al revés $\Rightarrow$ Diezmado nos incrementa $\times 4$ el Bw (tenemos sz aliasing) $10 \times 4\,k = 40\,k$ $\Rightarrow$ No es posible al revés.

9.8

$$X(z) = \frac{1 - \frac{1}{2} z^{-1}}{\left(1 - \frac{1}{3} z^{-1}\right)\left(1 - \frac{1}{4} z^{-1}\right)} \quad \text{ROC } |z| > \frac{1}{3}$$

$$\Downarrow$$

"Señal a derechas"

$$X(z) = \frac{A}{1 - \frac{1}{3} z^{-1}} + \frac{B}{1 - \frac{1}{4} z^{-1}} \; ; \quad A = X(z)\left(1 - \frac{1}{3} z^{-1}\right)\Big|_{z^{-1}=3} = \frac{1 - \frac{1}{2} z^{-1}}{1 - \frac{1}{4} z^{-1}}\Bigg|_{z^{-1}=3} = \frac{1 - 3/2}{1 - \frac{3}{4}} = -2$$

$$B = X(z)\left(1 - \frac{1}{4} z^{-1}\right)\Big|_{z^{-1}=4} = \frac{1 - \frac{1}{2} z^{-1}}{1 - \frac{1}{3} z^{-1}}\Bigg|_{z^{-1}=4} = 3$$

$$X(z) = -\frac{2}{1 - \frac{1}{3} z^{-1}} + \frac{3}{1 - \frac{1}{4} z^{-1}}$$

$$\Downarrow$$

$$x[n] = -2\left(\frac{1}{3}\right)^n u[n] + 3\left(\frac{1}{4}\right)^n u[n]$$

P10

$R_{xx}[0] = 3$

$R_{xx}[1] = -2$

$R_{xx}[2] = 0$

$$x[n] \longrightarrow \boxed{h[n]} \longrightarrow y[n]$$

$$R_{yx}[m] = R_{xx}[m] * \underset{\uparrow}{h[m]} \Rightarrow$$

$$h[n] = \frac{1}{2}\left\{\delta[n] + \delta[n-1]\right\}$$

$$\Rightarrow R_{yx}[m] = R_{xx}[m] * \left\{\frac{1}{2}\left(\delta[m] + \delta[m-1]\right)\right\} =$$

$$= \frac{1}{2}\left\{R_{xx}[m] + R_{xx}[m-1]\right\}$$

Puesto que para $m = -1$, todos los resultados son distintos, por sentido práctico realizaré sólo éste.

$$R_{yx}[-1] = \frac{1}{2}\left\{R_{xx}[-1] + R_{xx}[-2]\right\} \underset{\uparrow}{=} \frac{1}{2}\left[-2+0\right] = \underline{\underline{-1}}$$

$$R_{xx}[m] = R_{xx}[-m]$$

$$\Rightarrow \text{Sol: } R_{xx}[m] = [-1, \underbrace{0.5, 0.5}]$$

Las doy (imagino) por buenas

P11

$$x[n] = a^{n/2} u[n] \quad ,, \quad -1 < a < 1$$

$R_{xx}[m]$?

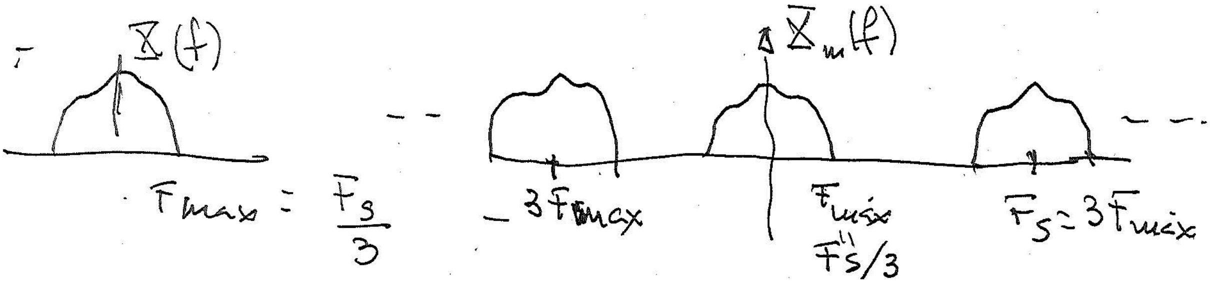
$$R_{xx}[m] = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n+m] \cdot x^*[n] = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a^{\frac{n+m}{2}} u[n+m] \cdot \left\{a^{n/2} u[n]\right\}^* =$$

$$\underset{\substack{\uparrow \\ a \in \mathbb{R}}}{=} \sum_{n=0}^{\infty} a^{\frac{n+m}{2}} \cdot a^{n/2} =$$

$$= a^{m/2} \sum_{n=0}^{\infty} a^n = a^{m/2} \frac{1}{1-a}$$

NOTA.- Puesto que $a^{m/2}$ puede salir antes del sumatorio, y es válido para m positivo y negativo ($R_{xx}[m] = R_{xx}[-m]$), en realidad: $R_{xx}[m] = a^{|m|/2} \frac{1}{1-a}$, ya que para $m \leq 0$, ,, $a^{-(-m)}$ m sea

P12 :



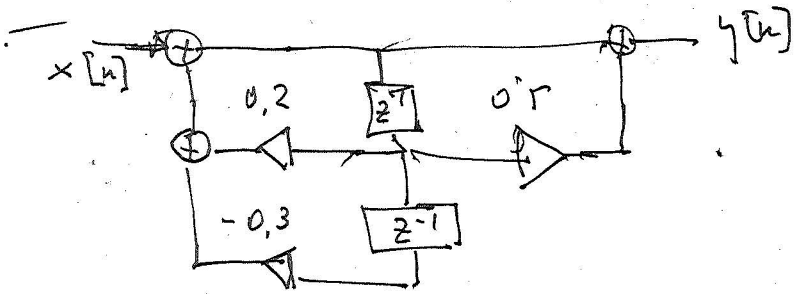
$$\frac{5}{9}F_s > \frac{F_s}{3}$$

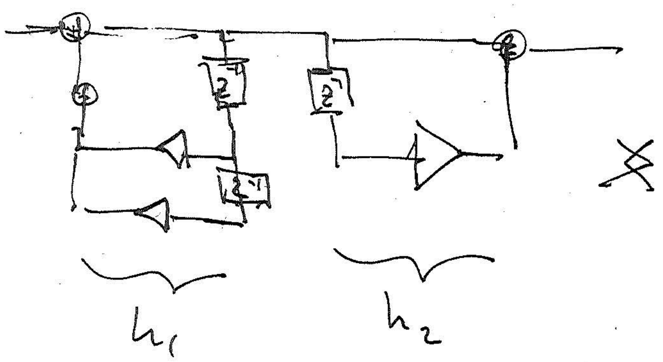
($0{,}9\,F_{max} < F_{max}$; no $\Leftarrow$) eliminamos parte espectro

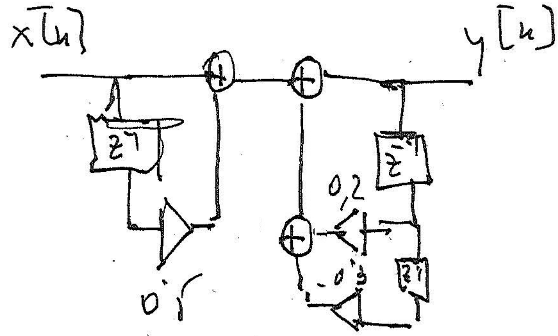
($0{,}5\,F_{max} < F_{max} \Leftarrow$ no) " " "

($F_c = F_s \Longleftrightarrow$ no; dejamos pasar parte espectral que no queremos)

P13 :





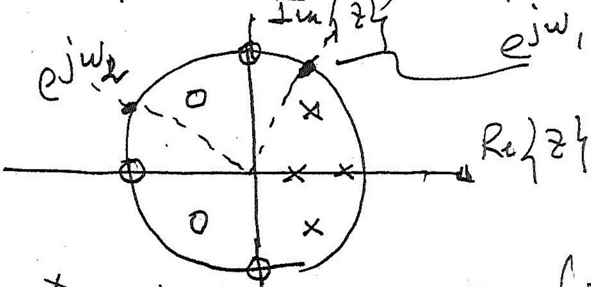


$$y[n] = x[n] + 0'5\,x[n-1] + 0'2\,y[n-1] - 0'3\,y[n-2]$$

$$y[n] - 0'2\,y[n-1] + 0'3\,y[n-2] = x[n] + 0'5\,x[n-1]$$

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{1 + 0'5z^{-1}}{1 - 0'2z^{-1} + 0'3z^{-2}}$$

P. 14 Diagrama polos-ceros de una función de transferencia



- Obviamente se trata de un IIR ($\exists$ polos $\neq z=0$)
- No puede ser Pasatodo porque a la frecuencia más alta hay un 0; además con las f's subiendo la respuesta se va atenuando

$\Downarrow$

la distancia de los polos aumenta al subir la f (y la de los ceros baja)

Por tanto: Filtro Paso-bajo

P. 15 Comentar

(Similar a P.8)

P.16

$x[n] \rightarrow \boxed{h[n]} \rightarrow y[n]$

$y[n]$?

$$H(z) = \frac{1 - \frac{10}{7}z^{-1}}{(1-\frac{1}{3}z^{-1})(1+\frac{3}{4}z^{-1})}$$

$$x[n] = \delta[n] + \frac{3}{4}\delta[n-1]$$

$$Y(z) = X(z)H(z) = \left(1+\frac{3}{4}z^{-1}\right)\frac{1-\frac{10}{7}z^{-1}}{(1-\frac{1}{3}z^{-1})(1+\frac{3}{4}z^{-1})} = \frac{1-\frac{10}{7}z^{-1}}{1-\frac{1}{3}z^{-1}} =$$

$$\Rightarrow \frac{10}{7}z^{-1} - 1 \quad \Big| \frac{1}{3}z^{-1} - 1 \qquad\qquad = \frac{30}{7} + \frac{\text{Resto}}{\frac{1}{3}z^{-1} - 1} \Rightarrow$$

$$\frac{30}{7}$$

$$-1 + \frac{30}{7} = \frac{23}{7} = \underbrace{\text{Resto}}$$

$\hookrightarrow$ (no hace falta seguir

$\Downarrow$ (posibilidad?)

$$\Rightarrow H(z) = \frac{30}{7} - \frac{23/7}{1-\frac{1}{3}z^{-1}} \Rightarrow y[n] = \frac{30}{7}\delta[n] - \frac{23}{7}\left(\frac{1}{3}\right)^n u[n]$$

$$y[n] = \frac{30}{7}\delta[n] + \cdots$$

¿única respuesta?

P17 (similar P8, P16)

P18 $x_1[n] = \{\underline{1}, 1, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 1\}$

$x_2[n] = \{\underline{0}, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 0\}$

Siendo $X_1[k]$, $X_2[k]$ las DFT con $N = 9$ de $x_1[n]$, $x_2[n]$

$$y[n] = \mathrm{IDFT}\{X_1[k] \cdot X_2^*[k]\} = x_1[n] \circledast x_2[((-n))_N]$$

$$x_2[((-n))_N] \longleftrightarrow X_2^*[k]$$

$x_2[((-n))_N] =$

$\ldots\ 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 0 \mid \underline{0}, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 0 \mid\ \ldots$

$x_1[n] \circledast x_2[((-n))_N]$?

$\rightarrow x_1[n]$ $\boxed{1\ 1\ 1\ 1\ 0\ 0\ 1\ 1\ 1}$

$x_2[-((-n))_N]$ $0\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 0\ 0$ $\boxed{0\ 0\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 0\ 0}$ $\rightarrow y[0] = 3$

$0\ 0\ 0\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 0 \rightarrow y[1] = 3$

$0\ 0\ 0\ 0\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1 \rightarrow y[2] = 3$

$1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1\ 1\ 1\ 1 \rightarrow y[3] = 4$

(no hace falta seguir)

Soluc: a) $y[n] = (3, 3, 3, 4, 5, 5, 5, 4, 3)$

P19

Sistema LTI

$$h[n] = a^n \mu[n] - b\, a^{n-1} \mu[n-1]$$

$$H(z) = \frac{1}{1-az^{-1}} - \frac{bz^{-1}}{1-az^{-1}} =$$

$$= \frac{1-bz^{-1}}{1-az^{-1}} \Rightarrow \begin{cases} \text{Polo en } a \\ \text{Cero en } b. \end{cases}$$

Como el sistema inverso tendrá lo mismo pero al revés (polo en b y cero en a), y puesto que para que un sistema sea causal y estable ha de verificar que sus polos y ceros estén dentro del círculo unidad:

$\Downarrow$

El único resultado que lo cumple es: $a = \frac{1}{3}$, $b = \frac{1}{5}$

P20

Sistema LTI con

$$h[n] = \frac{b}{a}\delta[n] + \left(1 - \frac{b}{a}\right) a^n \mu[n]$$

$\Downarrow$

$$H(z) = \frac{b}{a} + \frac{a-b}{a}\,\frac{1}{1-az^{-1}} = \frac{1}{a}\left[\frac{b(1-az^{-1}) + (a-b)}{1-az^{-1}}\right] =$$

$$= \frac{1-bz^{-1}}{1-az^{-1}} \Rightarrow \begin{cases} \text{Polo en } a \\ \text{Cero en } b. \end{cases}$$

Será de fase mínima si sus polos y ceros están dentro del círculo unidad

$\Downarrow$

$a = \frac{1}{3}$, $b = -\frac{1}{2}$ $\rightsquigarrow$ (única solución que cumple)