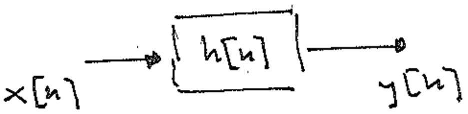
6.4. Sistema LTI



$$x[n] = \left(\frac{1}{3}\right)^n u[n] + (2)^n u[-n-1]$$

$$y[n] = 5\left(\frac{1}{3}\right)^n u[n] - 5\left(\frac{2}{3}\right)^n u[n]$$

a) Encontrar $H(z)$, su ROC y el diagrama de polos y ceros.

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)}$$

$$X(z) = \frac{1}{1-\frac{1}{3}z^{-1}} - \frac{1}{1-2z^{-1}} = \frac{1-2z^{-1}-1+\frac{1}{3}z^{-1}}{(1-\frac{1}{3}z^{-1})(1-2z^{-1})} = \frac{-\frac{5}{3}z^{-1}}{(1-\frac{1}{3}z^{-1})(1-2z^{-1})}$$

ROC: $|z| > \frac{1}{3}$ ROC: $|z| < 2$ $\Rightarrow$ ROC: $\frac{1}{3} < |z| < 2$

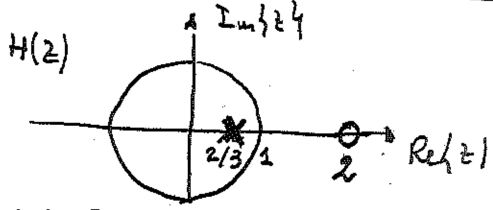
$$Y(z) = \frac{5}{1-\frac{1}{3}z^{-1}} - \frac{5}{1-\frac{2}{3}z^{-1}} = \frac{5-\frac{10}{3}z^{-1}-5+\frac{5}{3}z^{-1}}{(1-\frac{1}{3}z^{-1})(1-\frac{2}{3}z^{-1})} = \frac{-\frac{5}{3}z^{-1}}{(1-\frac{1}{3}z^{-1})(1-\frac{2}{3}z^{-1})}$$

ROC: $|z| > \frac{1}{3}$ ROC: $|z| > \frac{2}{3}$ $\Rightarrow$ ROC: $|z| > \frac{2}{3}$

Por tanto:

$$H(z) = \frac{1-2z^{-1}}{1-\frac{2}{3}z^{-1}} \quad , \quad \text{ROC: } |z| > \frac{2}{3}$$

(se quita la restricción del $|z| > \frac{1}{3}$)



Polo: $z = \frac{2}{3}$
Cero: $z = 2$

b) Encontrar $h[n]$

$$H(z) = \frac{1}{1-\frac{2}{3}z^{-1}} - \frac{2}{1-\frac{2}{3}z^{-1}} z^{-1} \quad \text{con ROC: } |z| > \frac{2}{3}$$

$\Downarrow$

Resultarían señales a derecha

$$h[n] = \left(\frac{2}{3}\right)^n u[n] - \left\{ 2\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^n u[n] \right\}\Big|_{n=n-1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow h[n] = \left(\frac{2}{3}\right)^n u[n] - 2\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1} u[n-1]$$

Cont. P6.4

c) Escribir ecuación de diferencias finitas que satisfaga el sistema dado.

Puesto que tenemos

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{1-2z^{-1}}{1-\frac{2}{3}z^{-1}} \Rightarrow$$

$$Y(z)\left(1-\frac{2}{3}z^{-1}\right) = X(z)\left(1-2z^{-1}\right)$$

$\Downarrow$ (haciendo la TZ^{-1})

$$y[n] - \frac{2}{3}y[n-1] = x[n] - 2x[n-1]$$

d) Es estable el sistema? Y causal?

- Si, el sistema es estable porque la ROC incluye el círculo unidad.
- Si, el sistema es causal porque $h[n]=0$ si $n<0$