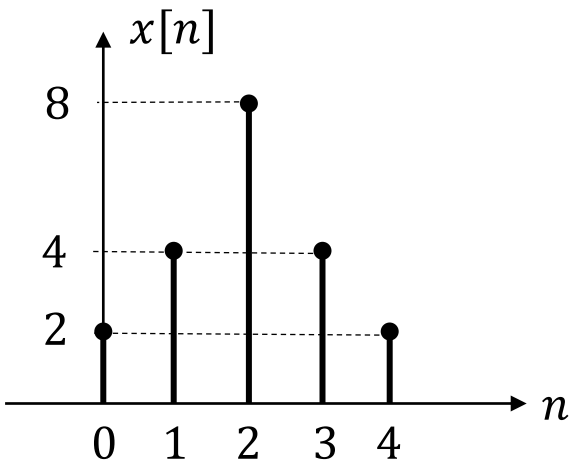
Dada la señal $x[n]$ que se muestra a continuación:



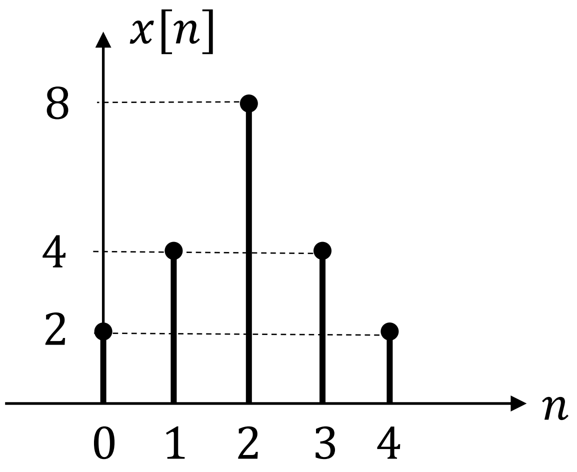
(a) Calcule $|X[0]|$ (el módulo de $X[k]$ para k=0) y $\arg\{X[1]\}$ (la fase de $X[k]$ para k=1), siendo $X[k]$ la DFT de 5 muestras (N=5) de $x[n]$. **(0,75 puntos)**

$$X[k] = \sum_{n=0}^{4} x[n] e^{-j\frac{2\pi}{5}kn} = 2 + 4e^{-j\frac{2\pi}{5}k} + 8e^{-j\frac{4\pi}{5}k} + 4e^{-j\frac{6\pi}{5}k} + 2e^{-j\frac{8\pi}{5}k}, \qquad k = 0,1,2,3,4.$$

$$|X[0]| = |2 + 4 + 8 + 4 + 2| = 20$$

$$\arg\{X[1]\} = \arg\left\{2 + 4e^{-j\frac{2\pi}{5}} + 8e^{-j\frac{4\pi}{5}} + 4e^{-j\frac{6\pi}{5}} + 2e^{-j\frac{8\pi}{5}}\right\} = -4\pi/5$$

Dada la señal $x[n]$ que se muestra a continuación:



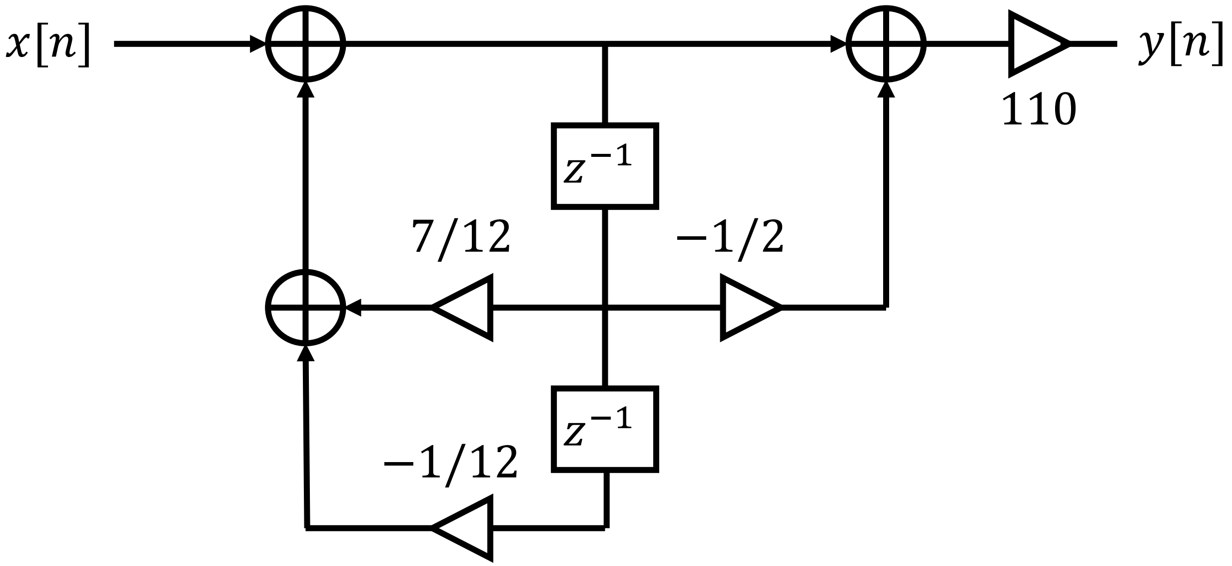
(b) Calcule los componentes par e impar de la señal $z[n] = 4x[3-n]$. (**0,5 puntos**)

$$x[n] = \{\underline{2}, 4, 8, 4, 2\} \qquad z[n] = \{8, \underline{16}, 32, 16, 8\}$$

$$\text{Par}\{z[n]\} = \{4, \underline{8}, 16, 8, 4\} + \{4, 8, 16, \underline{8}, 4\} = \{4, 8, 20, \underline{16}, 20, 8, 4\}$$

$$\text{Impar}\{z[n]\} = \{4, \underline{8}, 16, 8, 4\} - \{4, 8, 16, \underline{8}, 4\} = \{-4, -8, -12, \underline{0}, 12, 8, 4\}$$

Se define ahora un sistema LTI causal mediante el siguiente diagrama de bloques:



(c) Calcule su respuesta impulsional $h[n]$ a partir de su respuesta frecuencial. (**1,5 puntos**)

$$y[n] - \frac{7}{12}y[n-1] + \frac{1}{12}y[n-2] = 110\left(x[n] - \frac{1}{2}x[n-1]\right)$$

$$\mathrm{Y}(e^{j\omega}) - \frac{7}{12}e^{-j\omega}\mathrm{Y}(e^{j\omega}) + \frac{1}{12}e^{-2j\omega}\mathrm{Y}(e^{j\omega}) = 110\left(\mathrm{X}(e^{j\omega}) - \frac{1}{2}e^{-j\omega}\mathrm{X}(e^{j\omega})\right)$$

$$H\left(e^{j\omega}\right) = \frac{Y(e^{j\omega})}{X(e^{j\omega})} = 110\,\frac{1-\frac{1}{2}e^{-j\omega}}{1-\frac{7}{12}e^{-j\omega}+\frac{1}{12}e^{-2j\omega}}$$

$$H\left(e^{j\omega}\right) = 110\,\frac{1-\frac{1}{2}e^{-j\omega}}{\left(1-\frac{1}{3}e^{-j\omega}\right)\left(1-\frac{1}{4}e^{-j\omega}\right)}$$

$$H\left(e^{j\omega}\right) = \frac{-220}{1-\frac{1}{3}e^{-j\omega}} + \frac{330}{1-\frac{1}{4}e^{-j\omega}}$$

$$h[n] = -220\left(\frac{1}{3}\right)^n u[n] + 330\left(\frac{1}{4}\right)^n u[n]$$

Supongamos ahora que tenemos un sistema con respuesta impulsional:

$$h_N[n] = h[n]p_N[n] \qquad \text{con } N = 5,$$

donde $p_N[n] = u[n] - u[n-N]$ es un pulso rectangular de N muestras y $h[n]$ es el sistema del apartado anterior. Como resultado, redondeando, obtenemos:

$$h_N[n] = \{\underline{110}, 9, -4, -3, -1\}$$

(d) Calcule $y[n]$ sabiendo que $Y[k] = X[k]H_N[k]$, donde $Y[k]$, $X[k]$ y $H_N[k]$ son las DFT de 5 muestras ($N = 5$) de las señales $y[n]$, $x[n]$ (definida en el primer apartado) y $h_N[n]$ respectivamente. Utilice la metodología que crea conveniente. (**1,25 puntos**)

$y[n]$ se puede obtener mediante la convolución circular de 5 muestras entre $x[n]$ y $h_N[n]$

n	110	9	-4	-3	-1	y[n]
0	2	2	4	8	4	**194**
1	4	2	2	4	8	**430**
2	8	4	2	2	4	**898**
3	4	8	4	2	2	**488**
4	2	4	8	4	2	**210**