escola d'enginyeria

PRUEBA PARCIAL – NOVIEMBRE 2018
102712 Señales y Sistemas Discretos

Profesores: Gonzalo Seco Granados

Instrucciones: 120 minutos. Se puede utilizar calculadora y las tablas de TF y DFT del Campus Virtual si se tienen imprimidas. Las respuestas correctas suman 1 y las respuestas incorrectas restan 1/3.
La muestra correspondiente al índice $n = 0$, o al índice $k = 0$ se indica subrayada.

Permutación 1

Pregunta 1
Considere el sistema LTI con respuesta impulsional

$$h[n] = \left(\frac{j}{2}\right)^n u[n+1]$$

¿Cuál de las respuestas siguientes es correcta?

a) Es estable
b) Es causal
c) Es un sistema FIR
d) Es variante

Pregunta 2
Considere los siguientes dos sistemas:

$$T_1\{x[n]\} = \sum_{k=n-n_0}^{n+n_0} x[k]$$

$$T_2\{x[n]\} = \sum_{k=n_0}^{n+n_0} x[k]$$

donde n_0 es un número entero. ¿Qué respuesta es correcta?

a) Ambos son estables
b) Ninguno es estable
c) Solo el primero es estable
d) Solo el segundo es estable

Pregunta 3
Calcule la convolución entre estas dos señales:

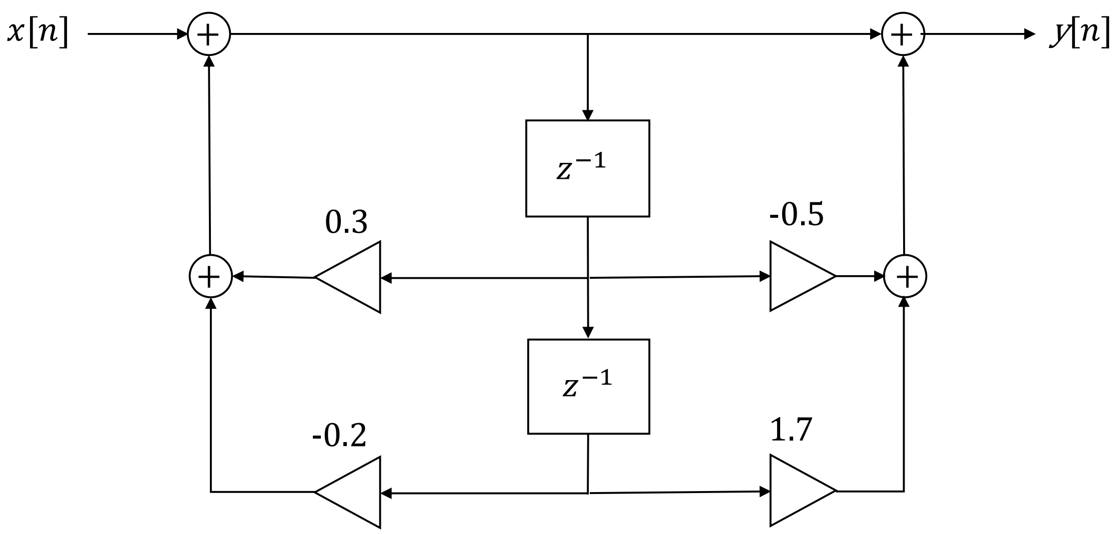
$$x[n] = \{\underline{1}, -1, 3, 5\}$$

$$y[n] = \{\underline{4}, 2, 0, -2, -4\}$$

El resultado es:

a) $x[n] * y[n] = \{-\underline{4},\ 2, -10, -24, -8, -2, -22, -20\}$
b) $x[n] * y[n] = \{\underline{4}, -2,\ 10,\ 24,\ 8, -2, -22, -20\}$
c) $x[n] * y[n] = \{\underline{-20}, -22, -2,\ 8,\ 24, 10, -2,\ 4\}$
d) $x[n] * y[n] = \{\underline{8}, -24,\ 2,\ 4,\ 24, 10, -2,\ 4\}$

Pregunta 4
Sea el sistema descrito por este diagrama de bloques:



La relación entre entrada y salida viene dada por:

a) $y[n] = -0.3y[n-1] + 0.2y[n-2] + x[n] - 0.5x[n-1] + 1.7x[n-2]$
b) $y[n] = -0.5y[n-1] + 1.7y[n-2] + x[n] + 0.3x[n-1] - 0.2x[n-2]$
c) $y[n] = -0.5y[n-1] + 1.7y[n-2] + 0.3x[n-1] - 0.2x[n-2]$
d) $y[n] = 0.3y[n-1] - 0.2y[n-2] + x[n] - 0.5x[n-1] + 1.7x[n-2]$

Pregunta 5
Indique el valor de

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{\sin\left(\frac{2\pi}{5}n\right)}{\pi n} \frac{\sin\left(\frac{\pi}{7}n\right)}{3\pi n}$$

Respuestas:

a) 2/5
b) 2/35
c) 1/21
d) $2\pi^2/105$

Pregunta 6
Calcule la convolución circular con $N = 7$ entre estas dos señales:

$$x[n] = \{\underline{1}, -1, 3, 5\}$$

$$y[n] = \{\underline{4}, 2, 0, -2, -4\}$$

La muestra correspondiente a $n = 0$ se indica subrayada.
El resultado es:

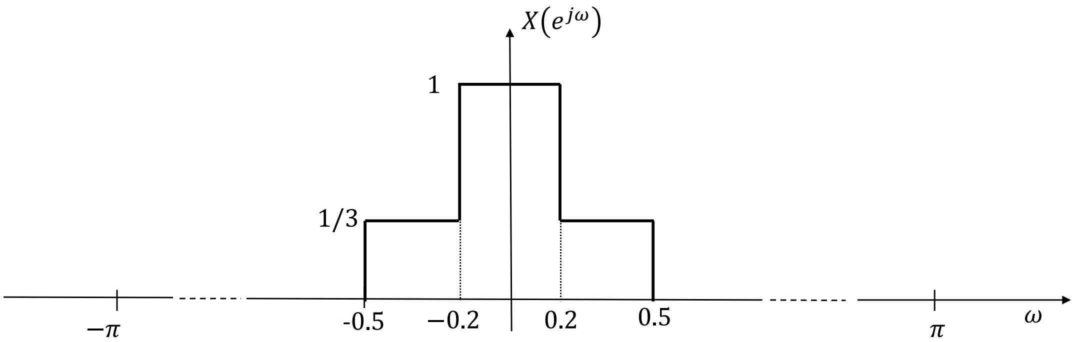
a) $x[n] \otimes y[n] = \{\underline{-4},\ 2, -10, -24, -8, -2, -20\}$
b) $x[n] \otimes y[n] = \{\underline{4}, -2,\ 10,\ 24,\ 8, -2, -22\}$

c) $x[n] \otimes y[n] = \{\underline{-16}, -2, 10,\ 24,\ 8, -2, -22\}$

d) $x[n] \otimes y[n] = \{\underline{4}, -2,\ 10,\ 24,\ 4, -2, 10\}$

Pregunta 7

Calcule la señal cuya transformada de Fourier es:



a) $x[n] = \frac{1}{3}\text{sinc}(0.2n) + \text{sinc}(0.5n)$

b) $x[n] = \frac{\sin(0.5n)}{3\pi n} + \frac{2\sin(0.2n)}{3\pi n}$

c) $x[n] = \frac{\sin(0.5n)}{3\pi n} + \frac{\sin(0.2n)}{\pi n}$

d) $x[n] = \frac{\sin(0.5n)}{3\pi n} + \frac{\sin(0.2n)}{3\pi n}$

Pregunta 8

Considere la señal que obtiene concatenando 3 veces la secuencia de valores {1, 2, 3 ,4}, o sea,

$$x[n] = \{\underline{1}, 2, 3, 4, 1, 2, 3, 4, 1, 2, 3, 4\}$$

Sea $X[k]$ la DFT de $x[n]$ de $N = 12$ puntos. ¿Cuánto vale $X[5]$?

El resultado es:

a) $X[5] = 0$

b) $X[5] = 30$

c) $X[5] = 10$

d) $X[5] = \exp\left(\frac{j\pi}{12}\right)$

Pregunta 9

Considere la señal

$$x[n] = \{\underline{1}, 2, 3, 4, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0\}$$

Sea $X[k]$ la DFT de $x[n]$ de $N = 12$ puntos. ¿Cuánto vale $X[5]$?

El resultado es:

a) $X[5] = 0$

b) $X[5] = 30$

c) $X[5] = 1 + 2\exp\left(j\frac{5\pi}{6}\right) + 3\exp\left(j\frac{10\pi}{6}\right) + 4\exp\left(j\frac{15\pi}{6}\right)$

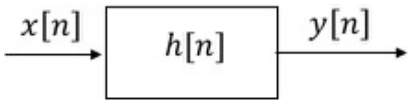
d) $X[5] = 1 + 2\exp\left(-j\frac{5\pi}{6}\right) + 3\exp\left(j\frac{\pi}{3}\right) + 4\exp\left(-j\frac{\pi}{2}\right)$

Pregunta 10

Considere la señal real $x[n]$ que tiene densidad espectral de energía:

$$S_{xx}(e^{j\omega}) = 2 + 2\cos(\omega),$$

y que se introduce en un sistema LTI con respuesta impulsional $h[n] = \delta[n]$-0.5 $\delta[n-1]$.

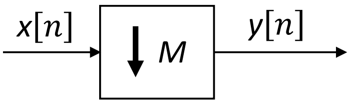


¿Cuánto vale la energía de $y[n]$?

a) $E_y = 1.5$
b) $E_y = 2.5$
c) $E_y = 2$
d) $E_y = 1$

Pregunta 11

Considere el siguiente esquema que indica la señal $x[n]$ se diezma en un factor M:



Si $x[n] = a^n\, u[n]$, con $|a| < 1$, ¿cuál es la transformada de Fourier de $y[n]$?

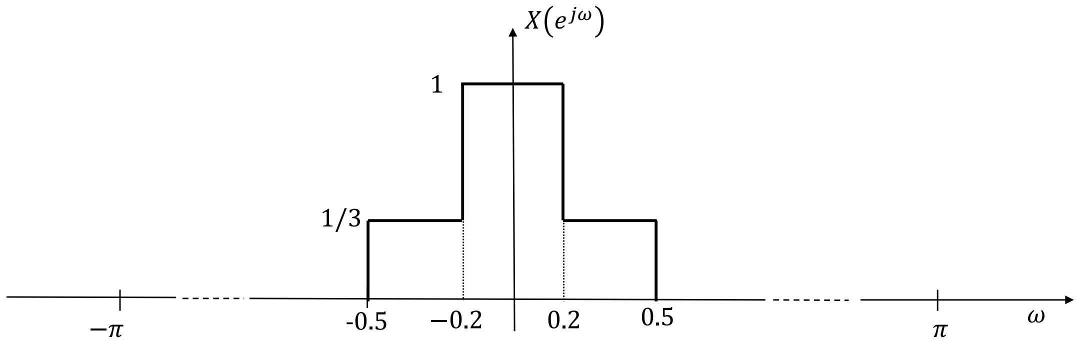
a) $Y(e^{j\omega}) = \frac{1}{1-aMe^{-j\omega}}$
b) $Y(e^{j\omega}) = \frac{1}{1-a^M\, e^{-j\omega}}$
c) $Y(e^{j\omega}) = \frac{1}{1-ae^{-jM\omega}}$
d) $Y(e^{j\omega}) = \frac{1}{1-ae^{-j\omega/M}}$

Pregunta 12

Las muestras de la DFT de una secuencia $x[n]$ con N=8 puntos vienen dados por la expresión $X[k] = 2\sin\left(\frac{5\pi k}{4}\right)$. ¿Cuál de las siguientes secuencias se corresponde con $x[n]$ en el intervalo $0 \leq n \leq 7$?

a) $x[n] = -j\delta[n-3] + j\delta[n-5]]$
b) $x[n] = 2j\delta[n-3] - 2j\delta[n-5]]$
c) $x[n] = -j\delta[n+5] + j\delta[n-5]$
d) $x[n] = 2\delta[n+5] - 2\delta[n-2]$

Pregunta 13
Considere una señal cuya transformada de Fourier es:



¿Cuál el máximo factor de diezmado que se le puede aplicar sin que produzca *aliasing*, o sea, solapamiento en el dominio frecuencial?

a) $M = 2$
b) $M = 4$
c) $M = 6$
d) $M = 8$

Pregunta 14
Considere el siguiente vector $x[n]$ de 8 muestras

$$x[n] = \{\underline{1}, 2, 3, 5, -1, -6, 8,10\}$$

cuya DFT de N=8 muestras se denota como $X[k], k = 0, 1, \ldots ,7$.

La IDFT de $X[(-k)]_N$ es igual a:

a) $\{\underline{1}, 10, 8, -6, -1, 5, 3,2\}$
b) $\{\underline{1}, 2, 3, 5, -1, -6, 8,10\}$
c) $\{\underline{10}, 8, -6, -1, 5, 3, 2, 1\}$
d) $\{\underline{1}, 0, 10, 8, -6, -1, 5, 3\}$

Pregunta 15
La señal $x[n]$ de longitud igual o inferior a 8 muestras tiene una DFT de $N = 8$ puntos que toma estos valores:

$$X[k] = \{\underline{1},\ 2e^{j0.2}, -1, 2, 1,\ e^{-j0.3}, 2\ e^{-j0.2}, 3\ \}.$$

¿Cuánto vale $x[0]$?

a) $1.3595 - j0.0369$
b) 2.75
c) $10.8756 - j0.2955$
d) 22

Pregunta 16
¿Cuánto vale el periodo de la siguiente señal?

$$x[n] = \cos\left(\pi \frac{3}{10} n + \frac{\pi}{5}\right)$$

a) 5 muestras
b) 10 muestras

c) 15 muestras
d) 20 muestras

Pregunta 17
Considere la señal $x[n] = a^n\, u[n]$, con $|a| < 1$. Su transformada de Fourier se denota como $X(e^{jw})$.

Se cogen las siguientes 4 muestras de $X(e^{jw})$:

$$Y[k] = X\left(e^{jw}\right)\big|_{w=2\pi k/4} \text{ para } k = 0, 1, 2, 3.$$

Se realiza la IDFT de $Y[k]$. ¿Cuál es el resultado?

a) $y[n] = x[n]$
b) $y[n] = \{\underline{1}, a, a^2, a^3\}$
c) $y[n] = \left\{\underline{\frac{1}{1-a^4}}, \frac{a}{1-a^4}, \frac{a^2}{1-a^4}, \frac{a^3}{1-a^4}\right\}$
d) $y[n] = \left\{\underline{\frac{1}{1-a}}, \frac{a}{1-a}, \frac{a^2}{1-a}, \frac{a^3}{1-a}\right\}$

Pregunta 18
Considere un sistema cuya respuesta es $y[n] = \exp(j\pi n/3)$ cuando la entrada es $x[n] = \exp(j\pi n/6)$.

¿Se trata de un sistema LTI?
a) Sí, pero es inestable.
b) Sí, y además es estable.
c) No.
d) No hay información suficiente para afirmar si es LTI o no.