

Вариант 10

$$f(x) = \cos x - 4,4x$$

$$\varepsilon = 0,5 \cdot 10^{-5}$$

$$\text{возьмем } a = -\frac{\pi}{3}, b = \frac{\pi}{3}$$

$$f(a) = \frac{1}{2} + \frac{\pi}{3} \cdot 4,4 > 0 \quad f(b) = \frac{1}{2} - 4,4 \cdot \frac{\pi}{3} < 0$$

$$f \in C[a, b], \quad f(a)f(b) < 0 \quad \text{значит на } [a, b] \text{ есть корни}$$

$$\text{уравнения } f(x) = 0.$$

$$f'(x) = -\sin x - 4,4 \quad f' \in C^1([a, b])$$

$$\min_{x \in [a, b]} |f'(x)| = \min_{x \in [a, b]} (4,4 + \sin x) = 4,4 + \min_{x \in [a, b]} \sin x =$$

$$= 4,4 + \sin(a) = m.$$

$$f''(x) = -\cos x \quad f'' \in C^2([a, b])$$

$$\text{так } f''(x) \neq 0 \quad \forall x \in [a, b]$$

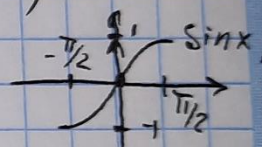
$$f(a)f(b) < 0$$

$$\text{для } x_0 = b \quad f(x_0) \cdot f''(x_0) > 0$$

значит метод касательных, начиная с 2, 3, 4, 5 сходится

$$\text{к корню уравнения } f(x) = 0.$$

$$M = \max_{x \in [a, b]} |f''(x)| = \max_{x \in [a, b]} \cos x = 1$$





Метод простой итерации.

возьмем  $\varphi(x) = \frac{1}{4.4} \cos x$   $\varphi \in C_1^1([a, b])$

$$\varphi'(x) = -\frac{1}{4.4} \sin x$$

$$\max_{x \in [a, b]} |\varphi'(x)| = \frac{1}{4.4} \cdot \max_{x \in [-\pi/3, \pi/3]} |\sin x| = \frac{1}{4.4} \cdot \sin \frac{\pi}{3} = \frac{1}{4.4} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = q$$

(\*)

из (\*)  $q < \frac{1}{4.4} \cdot 1 < 1$ . Зн. метод прост. итерации  
сходится  $\forall x_0 \in [a, b]$ .

### Результаты работы

Название	$x_n$	n
Метод половинного деления	0.22171215549073167	19
Метод Ньютона	0.22170975594401643	3
Модифицированный метод Ньютона	0.22171096626769013	6
Метод неподвижных хорд	0.22170683567628516	6
Метод подвижных хорд	0.22170943492262390	5
Метод простой итерации	0.22170974933206933	7

Наименьшая скорость сходимости у метода половинного деления, так как на каждом шаге мы просто сокращаем область поиска в два раза.

Наибольшая скорость сходимости у метода Ньютона, так как у него наибольшая локальная скорость сходимости среди методов простой итерации 2-6.

Модифицированному методу Ньютона требуется больше шагов по сравнению с методом Ньютона, так как его скорость сходимости линейно зависит от  $|x_{n+1} - x_n|$ , а у метода Ньютона эта зависимость квадратична.