

Лабораторная работа № 9 по курсу дискретного анализа: графы

Выполнил студент группы М08-312Б МАИ *Лобанов Олег*.

Условие

Задан взвешенный ориентированный граф, состоящий из n вершин и m ребер. Вершины пронумерованы целыми числами от 1 до n . Необходимо найти длины кратчайших путей между всеми парами вершин при помощи алгоритма Джонсона. Длина пути равна сумме весов ребер на этом пути. Обратите внимание, что в данном варианте веса ребер могут быть отрицательными, поскольку алгоритм умеет с ними работать. Граф не содержит петель и кратных ребер.

Входные данные: В первой строке заданы $1 \leq n \leq 2000$ и $1 \leq m \leq 4000$. В следующих m строках записаны ребра. Каждая строка содержит три числа - номера вершин, соединенных ребром, и вес данного ребра. Вес ребра - целое число от -10^9 до 10^9 .

Выходные данные: Если граф содержит цикл отрицательного веса, следует вывести строку "Negative cycle" (без кавычек). В противном случае следует вывести матрицу n строк и n столбцов, где j -е число в i -ой строке равно длине кратчайшего пути из вершины i в вершину j . Если такого пути не существует, на соответствующей позиции должно стоять слово "inf" (без кавычек). Элементы матрицы в одной строке разделяются пробелом.

Вариант 6: Поиск кратчайших путей между всеми парами вершин алгоритм Джонсона.

Метод решения

Алгоритм Джонсона состоит из 2-ух других алгоритмов: Дейкстры и Беллмана-Форда.

Так как алгоритм Дейкстры не умеет работать с отрицательными ребрами, необходимо от них избавиться. Для этого добавляем в граф вершину, из которой строим ребра ко всем остальным вершинам с весом 0.

Для нового графа запускаем алгоритм Беллмана-Форда, который обнаруживает отрицательный цикл и завершает алгоритм, либо возвращает кратчайшие расстояния от фиктивной вершины до каждой вершины исходного графа. Суть алгоритма в том, что мы заходим в него $vert - 1$ раз и релаксируем ребра. Если в $vert$ -ой операции происходит еще одна релаксация, то в графе имеются отрицательные ребра.

Далее алгоритмом Дейкстры находим все кратчайшие расстояния.

Описание программы

Структура `edge_t`, отвечающая за начало, конец и вес ребра.

Структура *graph_t*, отвечающая за вершины и ребра.

Алгоритм Дейкстры и алгоритм Беллмана-Форда.

Дневник отладки

Мне повезло, что я смог с первой попытки "окнуть" программу. Однако это не отменяет того факта, что я долго мучился с правильным выводом на обычном тесте. Изначально я ошибался в своих же индексах. Но потом, проходясь раз за разом по алгоритму, я осправлял ошибки. Из-за совсем недавних лекций в моей памяти еще свежо представление работы этих алгоритмов. Думаю это сыграло мне на руку.

Выводы

После выполнения девятой лабораторной работы я познакомился не с одним, а с тремя новыми алгоритмами: Дейкстры, Беллмана-Форда и Джонсона, который объединяет в себе предыдущие два. Все данные алгоритмы имеют широкое прикладное применение в построении маршрутов и не только.