

1 Интерполяция

1. Написать функцию, получающую в качестве аргументов целое число n , вещественное число x_0 и массивы вещественных чисел $x[n]$, $y[n]$, и возвращающую значение интерполяционного многочлена Лагранжа, построенного по точкам $x[n]$, $y[n]$, в точке x_0 . Многочлен Лагранжа строится по его определению.
2. Написать функцию, получающую в качестве аргументов целое число n , вещественное число x_0 и массивы вещественных чисел $x[n]$, $y[n]$, и возвращающую значение интерполяционного многочлена Лагранжа, построенного по точкам $x[n]$, $y[n]$, в точке x_0 . Многочлен Лагранжа строится по интерполяционной формуле Ньютона с разделенными разностями.
3. Написать функцию, получающую в качестве аргументов целое число n , вещественное число x_0 и массивы вещественных чисел $x[n]$, $y[n]$, $d[n]$ и возвращающую значение в точке x_0 интерполяционного многочлена Лагранжа, построенного по точкам $x[n]$, $y[n]$ и имеющего производные $d[n]$. Многочлен Лагранжа строится по интерполяционной формуле Ньютона с кратными узлами. Основная программа должна заполнять массивы $x[n]$, $y[n]$, $d[n]$ из файла, вводить с клавиатуры число x_0 , вызывать эту функцию и выводить на экран результат ее работы.

2 Уравнения

1. Написать функцию, получающую в качестве аргументов функцию f , вещественные числа a , b , ε и адрес вещественного числа x , и возвращающую в переменной x корень уравнения $f(x) = 0$ на отрезке $[a, b]$, вычисленный с точностью ε . Корень находится методом деления пополам. Функция возвращает отрицательное значение, если она не смогла обнаружить корень, и число итераций иначе. Основная программа должна вводить с клавиатуры вещественные числа a , b и ε , вызывать эту функцию и выводить на экран результат ее работы.
2. Написать функцию, получающую в качестве аргументов функцию f , ее производную d , вещественные числа x_0 , ε и адрес вещественного числа x , и возвращающую в переменной x корень уравнения $f(x) = 0$, находящийся в окрестности точки x_0 и вычисленный с точностью ε . Корень находится методом Ньютона. Функция возвращает отрицательное значение, если она не смогла обнаружить корень, и число итераций иначе. Основная программа должна вводить с клавиатуры вещественные числа x_0 и ε , вызывать эту функцию и выводить на экран результат ее работы.
3. Написать функцию, получающую в качестве аргументов функцию f , вещественные числа a , b , ε и адрес вещественного числа x , и возвращающую в переменной x корень уравнения $f(x) = 0$ на отрезке $[a, b]$, вычисленный с точностью ε . Корень находится методом хорд. Функция возвращает отрицательное значение, если она не смогла обнаружить корень, и число итераций иначе. Основная программа должна вводить с клавиатуры вещественные числа a , b и ε , вызывать эту функцию и выводить на экран результат ее работы.
4. Написать функцию, получающую в качестве аргументов функцию f , вещественные числа a , b , ε и адрес вещественного числа x , и возвращающую в переменной x корень уравнения $f(x) = 0$, находящийся на отрезке $[a, b]$ или в его окрестности и вычисленный с точностью ε . Корень находится методом секущих. Функция возвращает отрицательное значение, если она не смогла обнаружить корень, и число итераций иначе. Основная программа должна вводить с клавиатуры вещественные числа a , b и ε , вызывать эту функцию и выводить на экран результат ее работы.

5. Написать функцию, получающую в качестве аргументов функцию f , вещественные числа a , b , ε и адрес вещественного числа x , и возвращающую в переменной x корень уравнения $f(x) = 0$, находящийся на отрезке $[a, b]$ или в его окрестности и вычисленный с точностью ε . Корень находится методом обратной квадратичной интерполяции. Функция возвращает отрицательное значение, если она не смогла обнаружить корень, и число итераций иначе. Основная программа должна вводить с клавиатуры вещественные числа a , b и ε , вызывать эту функцию и выводить на экран результат ее работы.
6. Написать функцию, получающую в качестве аргументов функцию f , целое число m , массив d вещественных чисел длины $3(m + 1)$, вещественные числа a , b , ε и адрес вещественного числа x , и возвращающую в переменной x корень уравнения $f(x) = 0$, находящийся на отрезке $[a, b]$ или в его окрестности и вычисленный с точностью ε . Корень находится методом обратной интерполяции порядка m . Функция возвращает отрицательное значение, если она не смогла обнаружить корень, и число итераций иначе. Основная программа должна вводить с клавиатуры целое число m , вещественные числа a , b и ε , вызывать эту функцию и выводить на экран результат ее работы.
7. Написать функцию, получающую в качестве аргументов функцию f , вещественные числа x_0 , ε и адрес вещественного числа x , и возвращающую в переменной x корень уравнения $f(x) = x$, находящийся в окрестности точки x_0 и вычисленный с точностью ε . Корень находится методом последовательных приближений. Функция возвращает отрицательное значение, если она не смогла обнаружить корень, и число итераций иначе. Основная программа должна вводить с клавиатуры вещественные числа x_0 и ε , вызывать эту функцию и выводить на экран результат ее работы.
8. Написать функцию, получающую в качестве аргументов функцию f , вещественные числа a , b , ε и адрес вещественного числа x , и возвращающую в переменной x максимальное значение функции f на отрезке $[a, b]$, вычисленное с точностью ε . Максимальное значение находится линейным поиском с изменением шага. Функция возвращает отрицательное значение, если она не смогла найти максимум, и число итераций иначе. Основная программа должна вводить с клавиатуры вещественные числа a , b и ε , вызывать эту функцию и выводить на экран результат ее работы.
9. Написать функцию, получающую в качестве аргументов функцию f , вещественные числа a , b , ε и адрес вещественного числа x , и возвращающую в переменной x максимальное значение функции f на отрезке $[a, b]$, вычисленное с точностью ε . Максимальное значение находится методом золотого сечения. Функция возвращает отрицательное значение, если она не смогла найти максимум, и число итераций иначе. Основная программа должна вводить с клавиатуры вещественные числа a , b и ε , вызывать эту функцию и выводить на экран результат ее работы.
10. Написать функцию, получающую в качестве аргументов функцию f , вещественные числа a , b , ε и адрес вещественного числа x , и возвращающую в переменной x максимальное значение функции f , находящееся на отрезке $[a, b]$ или в его окрестности и вычисленное с точностью ε . Максимальное значение находится методом квадратичной интерполяции. Функция возвращает отрицательное значение, если она не смогла найти максимум, и число итераций иначе. Основная программа должна вводить с клавиатуры вещественные числа a , b и ε , вызывать эту функцию и выводить на экран результат ее работы.

3 Интегралы

1. Написать функцию, получающую в качестве аргументов функцию f , вещественные числа a , b и целое число n , и возвращающую приближенное значение $\int_a^b f(x) dx$, которое находится по составной формуле трапеций:

$$\int_a^b f(x) dx = h(f(a)/2 + f(a+h) + f(a+2h) + \dots + f(a+(n-1)h) + f(b)/2),$$

где $h = (b-a)/n$. Основная программа должна в цикле вводить с клавиатуры вещественные числа a , b и целое число n , вызывать эту функцию и выводить на экран результат ее работы, заканчивая работать при вводе $n < 0$.

2. Написать функцию, получающую в качестве аргументов функцию f , вещественные числа a , b и целое число n , и возвращающую приближенное значение $\int_a^b f(x) dx$, которое находится по составной формуле Симпсона:

$$\int_a^b f(x) dx = (2/3)h(f(a)/2 + 2f(a+h) + f(a+2h) + 2f(a+3h) + \\ + f(a+4h) + \dots + f(a+(2n-2)h) + 2f(a+(2n-1)h) + f(b)/2),$$

где $h = (b-a)/(2n)$. Основная программа должна в цикле вводить с клавиатуры вещественные числа a , b и целое число n , вызывать эту функцию и выводить на экран результат ее работы, заканчивая работать при вводе $n < 0$.

3. Написать функцию, получающую в качестве аргументов функцию f , вещественные числа a , b и целое число n , и возвращающую приближенное значение $\int_a^b \frac{f(x)}{\sqrt{|x|}} dx$, которое находится

по составной формуле трапеций с весом $1/\sqrt{|x|}$. Основная программа должна в цикле вводить с клавиатуры вещественные числа a , b и целое число n , вызывать эту функцию и выводить на экран результат ее работы, заканчивая работать при вводе $n < 0$.

4. Написать функцию, получающую в качестве аргументов функцию f , вещественные числа a , b и целое число n , и возвращающую приближенное значение $\int_a^b \frac{f(x)}{\sqrt{|x|}} dx$, которое находится

по составной формуле Симпсона с весом $1/\sqrt{|x|}$. Основная программа должна в цикле вводить с клавиатуры вещественные числа a , b и целое число n , вызывать эту функцию и выводить на экран результат ее работы, заканчивая работать при вводе $n < 0$.

5. Написать функцию, получающую в качестве аргументов функцию f , вещественные числа a , b , ε и адрес вещественного числа r , и возвращающую в переменной r значение $\int_a^b f(x) dx$, вычисленное с заданной точностью ε по составной формуле трапеций с автоматическим выбором шага. Функция возвращает отрицательное значение, если она не смогла вычислить интеграл, и конечное значение n иначе. Основная программа должна в цикле вводить с клавиатуры вещественные числа a , b , ε , вызывать эту функцию и выводить на экран результат ее работы, заканчивая работать при вводе $\varepsilon < 0$.

6. Написать функцию, получающую в качестве аргументов функцию f , вещественные числа a , b , ε и адрес вещественного числа r , и возвращающую в переменной r значение $\int_a^b f(x) dx$, вычисленное с заданной точностью ε по составной формуле Симпсона с автоматическим выбором шага. Функция возвращает отрицательное значение, если она не смогла вычислить интеграл, и конечное значение n иначе. Основная программа должна в цикле вводить с клавиатуры вещественные числа a , b , ε , вызывать эту функцию и выводить на экран результат ее работы, заканчивая работать при вводе $\varepsilon < 0$.
7. Написать функцию, получающую в качестве аргументов функцию f , вещественные числа a , ε и адрес вещественного числа r , и возвращающую в переменной r значение $\int_a^{+\infty} f(x) dx$, вычисленное с заданной точностью ε по составной формуле трапеций с автоматическим выбором шага. Функция возвращает отрицательное значение, если она не смогла вычислить интеграл, и конечное значение b иначе. Основная программа должна в цикле вводить с клавиатуры вещественные числа a , ε , вызывать эту функцию и выводить на экран результат ее работы, заканчивая работать при вводе $\varepsilon < 0$.
8. Написать функцию, получающую в качестве аргументов функцию f , вещественные числа a , ε и адрес вещественного числа r , и возвращающую в переменной r значение $\int_a^{+\infty} f(x) dx$, вычисленное с заданной точностью ε по составной формуле Симпсона с автоматическим выбором шага. Функция возвращает отрицательное значение, если она не смогла вычислить интеграл, и конечное значение b иначе. Основная программа должна в цикле вводить с клавиатуры вещественные числа a , ε , вызывать эту функцию и выводить на экран результат ее работы, заканчивая работать при вводе $\varepsilon < 0$.
9. Написать функцию, получающую в качестве аргументов функции x и y , вещественные числа a , b , ε и адрес вещественного числа r , и возвращающую в переменной r значение длины кривой $(x(t), y(t))$ в пределах изменения t от a до b , вычисленное с заданной точностью ε . Длина кривой находится как предел сумм длин ломаных с вершинами

$$(x(a), y(a)), (x(a+h), y(a+h)), (x(a+2h), y(a+2h)), \dots, (x(a+(n-1)h), y(a+(n-1)h)), (x(b), y(b)))$$

при $n \rightarrow \infty$, где $h = (b - a)/n$. Функция возвращает отрицательное значение, если она не смогла вычислить длину кривой, и конечное значение n иначе. Основная программа должна в цикле вводить с клавиатуры вещественные числа a , b , ε , вызывать эту функцию и выводить на экран результат ее работы, заканчивая работать при вводе $\varepsilon < 0$.