Во всех задачах требуется вектор, являющийся m-м элементом указанной в условии последовательности, строящейся по заданной $n \times n$ матрице A и 0-му элементу последовательности x_0. В задачах, где участвует вектор b, он строится после инициализации матрицы $A = (a_{i,j})_{i,j=1,\ldots,n}$ по формуле:

$$b = (b_i)_{i=1,\ldots,n}, \quad b_i = \sum_{k=0}^{(n+1)/2} a_{i,2k+1}$$

При запуске программы

```
./a01.out m n
```

или

```
/a01.out m n t
```

если требуется параметр $t = \tau$, матрица инициализируется по формуле $a_{ij} = f(n,i,j) = n - \max\{i,j\}$, вектор x_0 инициализируется по формуле $x_{0,i} = 1$ а при запуске

```
./a01.out m n a.txt x.txt
```

или

```
./a01.out m n t a.txt x.txt
```

если требуется параметр $t = \tau$, матрица A считывается из указанного файла (`a.txt`), вектор x_0 считывается из указанного файла (`x.txt`).

Выделять в подпрограмме дополнительную память запрещается.

Сложность работы подпрограммы не должна превышать $C(m+1) * n^2$ **при** $n \to \infty$, $m \to \infty$. Константа $C = 1$ в задачах 1—7, $C = 3/2$ в задачах 8, 9, $C = 2$ в задаче 10. Это означает, что при переходе от x_{k-1} к x_k

- может быть только одно умножение матрицы A на вектор (во всех задачах),
- надо решать систему линейных уравнений с треугольной матрицей методом последовательного исключения неизвестных (в задачах 8–10).

В задачах 2—10 основная программа после вызова подпрограммы вызывает и выводит результат работы подпрограммы, вычисляющей

$$\sum_{i=1}^{n} \left| \left(\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \right) - b_i \right| \quad \text{а таже} \quad \sum_{i=1}^{n} |x_i - (i \, mod \, 2)|$$

Задачи:

1. Написать функцию, получающую в качестве аргументов $n \times n$ матрицу A, вектора x_0, x, целые числа n и m, и возвращающую m-й член последовательности $\{\lambda_k\}$, где $\lambda_k = (Ax_k, x_k)/(x_k, x_k)$, $x_k = Ax_{k-1}$, x_0 – 0-й элемент последовательности, значение которого может меняться подпрограммой, $(\cdot, \cdot)$ — евклидово скалярное произведение. В векторе x возвращается значение x_m.
2. Написать подпрограмму, получающую в качестве аргументов $n \times n$ матрицу A, вектора x_0, b, x, целые числа n, m и вещественное число τ, и возвращающую в векторе x m-й член последовательности $\{x_k\}$, где $(x_k - x_{k-1})/\tau + Ax_{k-1} = b$. x_0 – 0-й элемент последовательности, значение которого может меняться подпрограммой.

3. Написать подпрограмму, получающую в качестве аргументов $n \times n$ матрицу A, вектора x_0, b, x, r целые числа n и m, и возвращающую в векторе x m-й член последовательности $\{x_k\}$, где $(x_k - x_{k-1})/\tau_{k-1} + Ax_{k-1} = b$, $\tau_k = (r_k, r_k)/(Ar_k, r_k)$, $r_k = Ax_k - b$, $(\cdot, \cdot)$ — евклидово скалярное произведение. x_0 – 0-й элемент последовательности, значение которого может меняться подпрограммой, r – дополнительная память.

4. Написать подпрограмму, получающую в качестве аргументов $n \times n$ матрицу A, вектора x_0, b, x, r, целые числа n и m, и возвращающую в векторе x m-й член последовательности $\{x_k\}$, где $(x_k - x_{k-1})/\tau_{k-1} + Ax_{k-1} = b$, $\tau_k = (Ar_k, r_k)/(Ar_k, Ar_k)$, $r_k = Ax_k - b$, $(\cdot, \cdot)$ — евклидово скалярное произведение. x_0 – 0-й элемент последовательности, значение которого может меняться подпрограммой, r – дополнительная память.

5. Написать подпрограмму, получающую в качестве аргументов $n \times n$ матрицу A, вектора x_0, b, x, r целые числа n и m, и возвращающую в векторе x m-й член последовательности $\{x_k\}$, где $(x_k - x_{k-1})/\tau_{k-1} + Ax_{k-1} = b$, $\tau_k = (D^{-1}r_k, r_k)/(AD^{-1}r_k, D^{-1}r_k)$, $r_k = Ax_k - b$, D — диагональ матрицы A, $(\cdot, \cdot)$ — евклидово скалярное произведение. x_0 – 0-й элемент последовательности, значение которого может меняться подпрограммой, r – дополнительная память.

6. Написать подпрограмму, получающую в качестве аргументов $n \times n$ матрицу A, вектора x_0, b, x, r, целые числа n и m, и возвращающую в векторе x m-й член последовательности $\{x_k\}$, где $(x_k - x_{k-1})/\tau_{k-1} + Ax_{k-1} = b$, $\tau_k = (AD^{-1}r_k, r_k)/(AD^{-1}r_k, AD^{-1}r_k)$, $r_k = Ax_k - b$, D — диагональ матрицы A, $(\cdot, \cdot)$ — евклидово скалярное произведение. x_0 – 0-й элемент последовательности, значение которого может меняться подпрограммой, r – дополнительная память.

7. Написать подпрограмму, получающую в качестве аргументов $n \times n$ матрицу A, вектора x_0, b, x, r, целые числа n, m и вещественное число τ, и возвращающую в векторе x m-й член последовательности $\{x_k\}$, где $D(x_k - x_{k-1})/\tau + Ax_{k-1} = b$, D — диагональ матрицы A. x_0 – 0-й элемент последовательности, значение которого может меняться подпрограммой, r – дополнительная память.

8. Написать подпрограмму, получающую в качестве аргументов $n \times n$ матрицу A, вектора x_0, b, x, r, w, целые числа n, m и вещественное число τ, и возвращающую в векторе x m-й член последовательности $\{x_k\}$, где $(D + L)(x_k - x_{k-1})/\tau + Ax_{k-1} = b$, D — диагональ матрицы A, L — нижняя треугольная часть матрицы матрицы A. x_0 – 0-й элемент последовательности, значение которого может меняться подпрограммой, r, w – дополнительная память.

9. Написать подпрограмму, получающую в качестве аргументов $n \times n$ матрицу A, вектора x_0, b, x, r, w, целые числа n, m и вещественное число τ, и возвращающую в векторе x m-й член последовательности $\{x_k\}$, где $(D + R)(x_k - x_{k-1})/\tau + Ax_{k-1} = b$, D — диагональ матрицы A, R — верхняя треугольная часть матрицы матрицы A. x_0 – 0-й элемент последовательности, значение которого может меняться подпрограммой, r, w – дополнительная память.

10. Написать подпрограмму, получающую в качестве аргументов $n \times n$ матрицу A, вектора x_0, b, x, r, w, целые числа n, m и вещественное число τ, и возвращающую в векторе x m-й член последовательности $\{x_k\}$, где $(D + L)D^{-1}(D + R)(x_k - x_{k-1})/\tau + Ax_{k-1} = b$, D — диагональ матрицы A, L — нижняя треугольная часть матрицы матрицы A, R — верхняя треугольная часть матрицы матрицы A. x_0 – 0-й элемент последовательности, значение которого может меняться подпрограммой, r, w – дополнительная память.