

# Logaritmos e Potências

Mali

19 de agosto de 2016

Definição: logaritmo de um número é a potência à qual preciso elevar a base para chegar a esse número. Então se  $\log_b(n) = p$ , isso significa que  $b^p = n$ .

1. Calcule as potências e os logaritmos:

- |             |                    |
|-------------|--------------------|
| (a) $2^1 =$ | (e) $\log_2(2) =$  |
| (b) $2^2 =$ | (f) $\log_2(4) =$  |
| (c) $2^3 =$ | (g) $\log_2(8) =$  |
| (d) $2^4 =$ | (h) $\log_2(16) =$ |

Lembre-se que potência com expoente negativo é o inverso da potência com expoente positivo, isto é:  $b^{-n} = 1/b^n$ .

2. Calcule as potências e os logaritmos:

- |                 |                           |                          |
|-----------------|---------------------------|--------------------------|
| (a) $3^{-1} =$  | (e) $\log_3(1/3) =$       | (i) $\log_3(1/9) =$      |
| (b) $4^{-2} =$  | (f) $\log_4(1/16) =$      | (j) $\log_4(1/4) =$      |
| (c) $10^{-3} =$ | (g) $\log_{10}(1/1000) =$ | (k) $\log_{10}(0,001) =$ |
| (d) $5^{-3} =$  | (h) $\log_5(1/125) =$     | (l) $\log_5(1/525) =$    |

Quando multiplicamos potências com a mesma base, podemos somar os expoentes ( $b^n b^m = b^{m+n}$ ). O correspondente dessa regra em logaritmos é que a soma de logaritmos (expoentes) equivale a uma multiplicação.

3. Calcule as potências e os logaritmos:

- |                         |   |
|-------------------------|---|
| (a) $2^3 2^2 =$         | (k) $\log_2(8) + \log_2(4) =$             |
| (b) $4^{-2} 4^2 =$      | (l) $\log_4(1/16) + \log_4(16) =$         |
| (c) $10^{-3} 10^{-1} =$ | (m) $\log_{10}(0,001) + \log_{10}(0,1) =$ |
| (d) $5^3 5^{-2} =$      | (n) $\log_5(125) + \log_5(1/25) =$        |
| (e) $e^1 e^{-2} =$      | (o) $\ln(e) + \ln(1/e^2) =$               |
| (f) $2^5 =$             | (p) $\log_2(8 \times 4) =$                |
| (g) $4^0 =$             | (q) $\log_4(16/16) =$                     |
| (h) $10^{-4} =$         | (r) $\log_{10}(0,0001) =$                 |
| (i) $5^1 =$             | (s) $\log_5(5) =$                         |
| (j) $e^{-1} =$          | (t) $\ln(1/e) =$                          |

O logaritmo é uma operação inversa à exponenciação, no sentido de que  $\log_b(b^x) = x$  e  $b^{\log_b(x)} = x$ . Em particular,  $x = e^{\ln(x)}$ .

4. Coloque as fórmulas a seguir na forma  $e^{ax+b}$ :

(a)  $2 = e^{\ln(2)}$

(d)  $4e^{2x} =$

(b)  $2^x =$

(e)  $2\pi 2^x =$

(c)  $3e^x =$

(f)  $3^x 2^x =$

5. Imagine um conjunto de dados com uma distribuição com a forma  $y_i = e^{2x_i+1+\epsilon_i}$  onde  $\epsilon_i \sim N(0, 2)$  é um erro normalmente distribuído - ou seja, em escala logarítmica, o erro é normal e a variância não depende de  $x$ .

(a) Suponha que  $x_1 = 1$  e que o erro  $\epsilon_1$  vale 2. Quanto vale  $y_1$ ? Qual a diferença entre o  $y$  esperado para esse  $x_1$  e o  $y_1$  encontrado com esse erro? (obs.: use calculadora)

(b) Suponha agora que  $x_2 = 3$  e que o erro  $\epsilon_2$  também vale 2. Quanto vale  $y_2$ ? Qual a diferença entre o  $y$  esperado para esse  $x_2$  e o  $y_2$  encontrado com esse erro?