Lista 2 - Módulo e Equações

Mali - Álgebra

15 de maio de 2014

Resolver uma equação significa a) identificar qual a incógnita e b) encontrar todos os valores possíveis para a incógnita que fazem a igualdade ser verdade. Por exemplo, resolver a equação

$$x^2 = 4 \tag{1}$$

significa se perguntar "quais são os números que elevados ao quadrados dão 4?". Sabemos que $2^2 = 4$, e que $(-2)^2 = 4$. Então 2 e -2 são soluções da equação. Existe alguma outra solução? Bem, se um número y é maior que 2 ou menor que -2, então $y^2 > 4$; por outro lado, se y está entre -2 e 2, então $y^2 < 4$. Com isso, sabemos que nenhum outro número real é solução dessa equação – as duas únicas soluções são 2 e -2.

1. Some as frações, colocando o resultado sobre um único denominador

   (a) exemplo: $\frac{y}{2} + \frac{1}{4} = \frac{2y+1}{4}$

   (b) $\frac{1}{3} + \frac{2}{7}$

   (c) $1 + \frac{1}{3}$

   (d) $3 + \frac{1}{4} - \frac{2}{5}$

   (e) $x + \frac{x}{2}$

   (f) $x + \frac{1}{x}$

   (g) $\frac{1}{x} + \frac{1}{3x}$

   (h) $\frac{1}{4x} - \frac{1}{6x}$

   (i) $\frac{x}{3} + \frac{1}{2} - x$

   (j) $\frac{a}{2} + a - \frac{1}{a}$

   (k) $\frac{a}{2} + \frac{2}{10} + \frac{1}{a}$

   (l) $n(n-1) - \frac{1}{2}$

2. Resolva as equações:

   (a) $x + 5 = 10$

   (b) $2x - 3 = 2 - x$

   (c) $5y = 2 - y$

   (d) $\frac{y}{3} + \frac{y}{6} = y + 2$

   (e) $\frac{1}{t} = \frac{2}{t} + \frac{1}{2}$

   (f) $\frac{1}{3} + t = 1$

3. O módulo de um número, ou valor absoluto do número, é o valor dele sem o sinal. Assim $|2| = |-2| = 2$. Calcule:

   (a) $|3| =$

   (b) $|-4| =$

   (c) $|1-2| =$

   (d) $|(-3)^3| =$

4. Sendo a um número entre 0 e 1, expresse o resultado sem usar módulo

(a) exemplo: $|-a| = a$

(b) $|2-a| =$

(c) $|-1-a| =$

(d) $|-1+a| =$

5. Sendo b um número entre -5 e -6, expresse o resultado sem usar módulo

   (a) $|b| =$

   (b) $|b-3| =$

   (c) $|b+8| =$

   (d) $|6-b| =$

   (e) $|4+b| =$

   (f) $|-3-b| =$

6. Resolva as seguintes equações envolvendo módulos.

   (a) exemplo: $|x| = 3$. solução: $x = 3$ ou $x = -3$.

   (b) $|3| = x$

   (c) $|x| = 3$

   (d) $|-4| = x$

   (e) $|x-1| = \frac{2}{3}$

   (f) $-|2x-3| = 2$

   (g) $|-x| = 1$

   (h) $|2x| = x$

   (i) $1 - x = |2-8|$

   (j) $|1-y| = 1$

   (k) $|3-y| = 2y$

   (l) $|y+1| = |1-5|$

   (m) $|y|^2 = 1$

   (n) $|y|^2 = 3^2$

   (o) $|y^3| = |11-3|$

   (p) $|1-\frac{x}{2}| = |x|$

7. Tente resolver as próximas equações sem efetuar as multiplicações. Dica: lembre que para uma multiplicação dar zero, um dos fatores tem que ser zero.

   (a) $x^2 = 0$

   (b) $x^8 = 0$

   (c) $x(x-1) = 0$

   (d) $x^5(2x+2) = 0$

   (e) $x^2(x-5) = 0$

   (f) $(x-1)^2 = 0$

   (g) $(x+4)^3 = 0$

   (h) $(2x-\frac{1}{8})^4 = 0$

   (i) $(x-5)^18 = 0$

   (j) $(x-1)(x-2) = 0$

   (k) $2(x-1)x = 0$

   (l) $x(x-3)^3 = 0$

   (m) $x^4(x-2)^6 = 0$

   (n) $\frac{3}{5}(x-2)(2x-1)(x+6) = 0$

   (o) $(x+9)^3(x-1)^5(2x+3)^7 = 0$

8. De novo, tente resolver as próximas equações sem calcular as potências. Dica: tente descobrir primeiro que valores o parênteses pode ter. Por exemplo, na equação

$$(19x+5)^2 = 1 \tag{2}$$

   sei que $(19x+5)$ tem que ser 1 ou -1, já que só esses números ao quadrado dão 1. Experimente substituir o parênteses por outro símbolo, por exemplo, na equação acima, se defino $(19x+5) = \heartsuit$, posso escrever $\heartsuit^2 = 1$, para o que as soluções são $\heartsuit = 1$ e $\heartsuit = -1$. A partir daí, tenho que procurar os casos em que o parênteses ($\heartsuit$) pode ter algum desses valores, ou seja, todos os valores de x para os quais $19x+5 = 1$ OU $19x+5 = -1$.

(a) $x^2 = 4$
(b) $x^3 = 11^3$
(c) $x^6 = 64$
(d) $(2x+1)^2 = 9$
(e) $\left(\frac{x}{3} + \frac{1}{2}\right)^3 = 1000$
(f) $(x-1)^6 = 64$
(g) $(x+3)^2 = 100$

9. De novo, tente resolver as próximas equações sem calcular as potências.

   (a) $(x-2)^2 = (3x+1)^2$
   (b) $\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 = (2x)^2$
   (c) $\left(2x + \frac{5}{2}\right)^3 = (3x-1)^3$
   (d) $(x-1)^5 = (2x)^5$

10. Execute as multiplicações, colocando o resultado como soma:

    (a) exemplo: $(a+b)(c+d+e) = ac + ad + ae + bc + bd + be$
    (b) exemplo: $(x+2)^2 = (x+2)(x+2) = x^2 + 2x + 2x + 4 = x^2 + 4x + 4$

    (c) $(x-3)^2 =$
    (d) $(x-2)^2 =$
    (e) $(x-5)^2 =$
    (f) $(x+4)^2 =$
    (g) $2(x+3)^2 =$
    (h) $3(x+10)^2 =$
    (i) $(x-1)(x+1) =$
    (j) $(x - \sqrt{2} -)(x + \sqrt{2}) =$
    (k) $(y-2)(y+2) =$
    (l) $(a-b)(a+b) =$
    (m) $x(x-3) =$
    (n) $(x+3)(x-1) =$
    (o) $(x-1)^2(2+x) =$
    (p) $\frac{3}{5}(x-2)(2x-1)(x+6) =$
    (q) $x^5(2x+2) =$
    (r) $(x-1)(x-2) =$
    (s) $2(x-1)x =$
    (t) $x(x-3)^3 =$
    (u) $(x-y)(y-x) =$
    (v) $(a-b)^3 =$
    (w) $(x-2)^3 =$
    (x) $(x-1)(x+a-1) =$

11. Faça o contrário do exercício anterior: reduza as expressões a seguir a produtos como os dos exercícios acima.

    (a) exemplo: $x^2 + 2x + 1 = (x+1)^2$
    (b) exemplo: $x^3 + 4x^2 + 4x = x(x^2 + 4x + 4) = x(x+2)^2$

    (c) $x^2 - 8x + 16 =$
    (d) $x^2 - 6x + 9 =$
    (e) $x^2 + 10x + 25 =$
    (f) $2x^2 - 4x + 2 =$
    (g) $y^2 - x^2 =$
    (h) $3x^3 + 12x^2 + 12x =$
    (i) $x^2 + 4ax + 4a^2 =$
    (j) $x^3 + 3x^2 + 3x + 1 =$