

Лекция 4. 20.01.2023.

Обозначение:

UMP - Utility max. problem

Однородное соотношение UMP:

1. \forall предпочтения, предполагающие однородность и линейность (точеским определено на линейные допущения трансформационных наборов, являющихся линейными).
2. \forall разнонормальные предпочтения, \exists решение UMP.
3. Если предпочтения линейны и монотонны, то любое решение UMP является единственным для данного набора.
4. Если предпочтения разнонормальны (линейны и разнонормальны), неподобны, монотонны и строго выпуклы, а ТМ. бывает, то $\exists! UMP \in BL$.

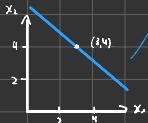
MRS (marginal rate of substitution). и значение цен. (Причины поценной ценки которую имеют с ней доходами)

① Набор $(3, 4)$ лежит на BL , с нормами -2 . Предпочтения разн., нет, и мон., т.к. $MRS_{12} \text{ б. } (3, 4) = -1$. Докажите, что $(3, 4)$ не максимизирует полезность потребителя в этом ТМ.

Решение:

На основе $(3, 4)$ получим набор $(3-\varepsilon, 4+\varepsilon)$, $\varepsilon \rightarrow 0+$.

$MRS_{12} = -1 \Rightarrow (3, 4) \sim (3-\varepsilon, 4+\varepsilon)$. Так как $\frac{p_1}{p_2} = 2$, $(3-\varepsilon, 4+\varepsilon)$ будет лежать под BL .



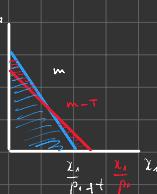
Таким образом $BL(-\varepsilon)$, это значит что норма замещения равна единице, а значит для нормы замещения что та норма в 2 раза больше.

Получаемо что в ТМ доступны $(3-\varepsilon+u, 4+\varepsilon+u)$, $u \rightarrow 0+$ которые будут лучше $(3-\varepsilon, 4+\varepsilon) \sim (3, 4)$ в силу монотонности предпочтений.

$\Rightarrow (3, 4)$ не решение UMP.

Пример

Потребитель со стандартными предпочтениями тратил весь свой денежный доход m на положительные количества благ 1 и 2, которые покупал по ценам p_1 и p_2 за единицу. Благо 1 облагалось потоварным налогом t . Предположим, потоварный налог будет заменён аккордным налогом величины T , причём T таково, что размер налоговых платежей для потребителя не изменится. Как это повлияет на благосостояние потребителя?



Благосостояние, в данном случае не изменится, но если потребитель в будущем увеличит m , то такой налог изменит его благосостояние, т.к.

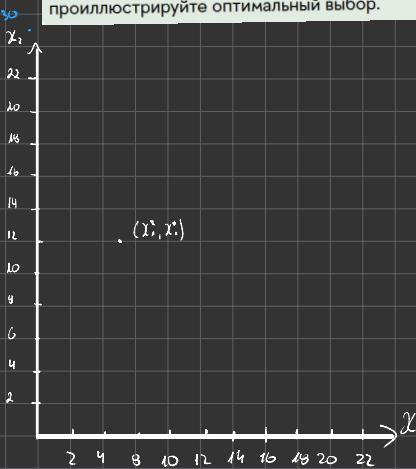
он имеет одинаковые блага, а структурный налог T останется таким

Пример

Потребитель тратит доход в 60 на товары 1 и 2, цены которых, за единицу, составляют $p_1 = 3$ и $p_2 = 2$, соответственно. Его предпочтения описываются следующей ф-цией полезности:

$$U(x_1, x_2) = 2x_1 + x_2$$

Какое количество товаров 1 и 2 он купит? Запишите задачу максимизации полезности, решите её и проиллюстрируйте оптимальный выбор.



Для решения задачи я ввёл ту же изотипичную из Варшавы.

Задаче:

$MRS = \frac{p_1}{p_2}$, из чего можно утверждать что если $MRS \neq \frac{p_1}{p_2}$, то потребитель не находится в оптимальном месте.

$\frac{MU_1}{MU_2} = MRS \Rightarrow \frac{U'_{x_1}}{U'_{x_2}} = \frac{p_1}{p_2}$ \rightarrow Таким образом что так можно только если \exists изотипичные предпочтения.

Важно

$m = 60$

$p_1 = 3 \quad p_2 = 2$

$$p_1 x_1 + p_2 x_2 = m \Rightarrow 3x_1 + 2x_2 = 60 \Rightarrow 3x_1 = 60 - 2x_2 \quad (1)$$

$$U(x_1, x_2) = 2x_1 + x_2 \quad (2) \text{ Вспомогательное } \frac{U'_{x_1}}{U'_{x_2}} = \frac{p_1}{p_2} \quad \left(\begin{array}{l} \text{Уравнение производной } U(.) \\ \text{если } \exists \text{ изотипичные} \end{array} \right) \quad (3)$$

(3) Подставляем.

$$2x_1 = 60 - 2x_2 \quad (2) \quad \frac{2+x_2}{2x_1+1} = \frac{3}{2} \quad \frac{2+x_2}{2} = \frac{3}{2} (2x_1+1)$$

$$2x_1 = 60 - 2(3x_1 + \frac{1}{2}) \quad \frac{2+x_2}{2x_1+1} = \frac{3}{2} \Rightarrow 2+x_2 = \frac{3}{2}(2x_1+1) \Rightarrow 2x_1 = 6x_1 + 3$$

$$\Rightarrow 3x_1 = 60 - 6x_1 - 1$$

$$\Rightarrow 9x_1 = 61 \Rightarrow x_1^* = \frac{61}{9} \approx 6 \quad (4) \quad \frac{4+2}{2+1} = \frac{6}{3} \Rightarrow 4+2x_2 = 6x_1 + 3$$

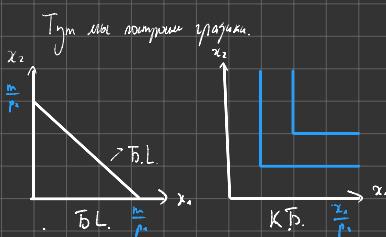
$$\Rightarrow x_2^* = \frac{1}{3} \left(\frac{61}{9} \right) - \frac{1}{2} = \frac{61}{3} - \frac{1}{2} = \frac{122 - 3}{6} = \frac{119}{6} \Rightarrow x_2^* = \frac{119}{6} \approx 12$$

Пример

Потребитель тратит доход в 60 на товары 1 и 2, цены которых, за единицу, составляют $p_1 = 2$ и $p_2 = 1$, соответственно. Его предпочтения описываются следующей ф-цией полезности:

$$U(x_1, x_2) = \min \left\{ x_1, \frac{x_2}{2} \right\}$$

Какое количество товаров 1 и 2 он купит? Запишите задачу максимизации полезности, решите её и проиллюстрируйте оптимальный выбор.



Первый раз мы доказали что нас интересуют координаты.

$$m = 60 \quad p_1 = 2, \quad p_2 = 1. \quad U(.) = \min \left(x_1, \frac{x_2}{2} \right).$$

$$(1) \quad p_1 x_1 + p_2 x_2 = m \rightarrow 2x_1 + x_2 = 60 \Rightarrow x_2 = 60 - 2x_1$$

(2) Основная проблема MRS это функция полезности.

$$MRS = \frac{MU_1}{MU_2} \Rightarrow 2 = \frac{1}{\frac{1}{2}} \Rightarrow \text{Все красиво скопировано, но как на самом деле?}$$

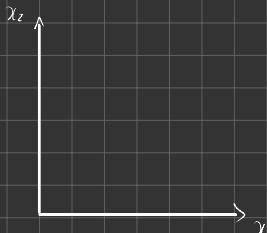
$$\cdot MU_1 = \begin{cases} 1, & \text{if } x_1 \leq \frac{x_2}{2} \\ 0, & \text{if } x_1 \geq \frac{x_2}{2} \end{cases} \quad \cdot MU_2 = \begin{cases} \frac{1}{2}, & \text{if } x_1 \geq \frac{x_2}{2} \\ 0, & \text{if } x_1 \leq \frac{x_2}{2} \end{cases}$$

Пример

Потребитель тратит доход в 120 на товары 1 и 2, цены которых, за единицу, составляют $p_1 = 2$ и $p_2 = 4$, соответственно. Его предпочтения описываются следующей ф-цией полезности:

$$U(x_1, x_2) = x_1 \cdot x_2$$

Какое количество товаров 1 и 2 он купит? Запишите задачу максимизации полезности, решите её и проиллюстрируйте оптимальный выбор.



$$m = 120 \quad (1) \quad p_1 x_1 + p_2 x_2 = m \rightarrow 2x_1 + 4x_2 = 120$$

$$p_2 = 4, \quad p_1 = 2$$

$$\Rightarrow 4x_2 = 120 - 2x_1$$

$$U(.) = x_1 x_2 \quad (2) \quad \text{Вспомогательное что } \frac{MU_1}{MU_2} = MRS \quad (3)$$

$$\frac{x_2}{x_1} = \frac{2}{4} \Rightarrow x_2 = \frac{x_1}{2} \quad (4)$$

$$(3) \quad 4 \cdot \left(\frac{x_1}{2} \right) = 120 - 2x_1$$

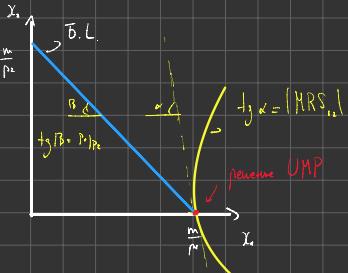
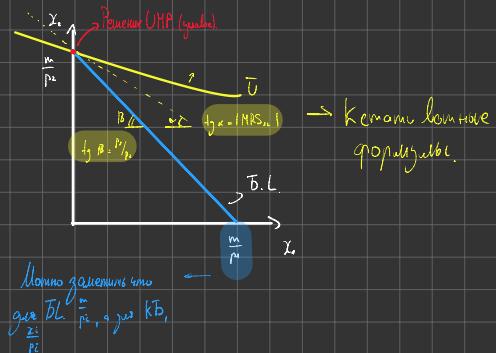
$$\rightarrow 2x_1 + 2x_2 = 120 \rightarrow x_1 = \frac{120}{4} \Rightarrow x_1^* = 30$$

Онр

Решение внутреннее — оптимальный набор товаров двора ($x_1^* > 0, x_2^* > 0$).

Онр

Узловое решение — оптимальный набор содержит один из нулей ($x_1^* = 0, x_2^* > 0$). Т.е. потребитель готов отдать весь доход из бюджета.

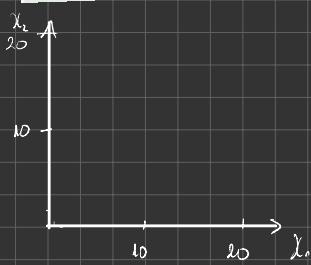


Пример

Потребитель тратит доход в 60 на товары 1 и 2, цены которых, за единицу, составляют $p_1 = 1$ и $p_2 = 10$, соответственно. Его предпочтения описываются следующей ф-цией полезности:

$$U(x_1, x_2) = 2\sqrt{x_1} + x_2$$

Какое количество товаров 1 и 2 он купит? Запишите задачу максимизации полезности, решите её и проиллюстрируйте оптимальный выбор.



$$\textcircled{1} \quad m = 60, \quad p_1 x_1 + p_2 x_2 = m \Rightarrow x_1 + 10x_2 = 60.$$

$$p_1 = 10 \quad p_2 = 10. \quad \Rightarrow [x_1 = 60 - 10x_2]$$

$$\textcircled{2} \quad \text{Найдёмся так что } \frac{M_1}{M_2} = MRS. \quad \textcircled{3}$$

$$\frac{\frac{1}{2}x_1^{-1/2}}{2\sqrt{x_1}} + x_2 = \frac{1}{10} \Rightarrow \frac{x_2}{2\sqrt{x_1}} = \frac{1}{10}$$

$$\Rightarrow \frac{x_2}{2x_1} = \frac{1}{10} \Rightarrow \boxed{x_2 = \frac{x_1}{5}}$$

$$\textcircled{3} \quad \text{Подставляем.}$$

$$x_1 = 60 - 10 \left(\frac{x_1}{5} \right)$$

$$\Rightarrow x_1 = 60 - \frac{10x_1}{5}$$

$$\Rightarrow x_1 = 60 - 2x_1 \Rightarrow 3x_1 = 60 \Rightarrow \boxed{x_1^* = 20}$$

$$\textcircled{4} \quad \boxed{x_2^* = \frac{20}{5} = 4}$$