

EX 13 TD 3

Nous allons démontrer que pour tout $\theta \in \mathbb{R}$, on a :

$$\sum_{k=0}^{n-1} e^{ik\theta} = e^{i\frac{(n-1)\theta}{2}} \frac{\sin\left(\frac{n\theta}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)}.$$

énoncé :

1. Forme de la somme

La somme peut s'écrire explicitement comme :

$$S = \sum_{k=0}^{n-1} e^{ik\theta}.$$

On reconnaît une **somme de termes d'une suite géométrique**, où le terme général est $e^{ik\theta}$, avec raison $q = e^{i\theta}$.