Lezione 17

Massimizzazione del profitto

Profitto

- Un'impresa usa gli input j = 1…,m per ottenere i prodotti i = 1,…n.
- I livelli di output sono $y_1,\dots,y_n$.
- I livelli di input sono $x_1,\dots,x_m$.
- I prezzi del prodotto sono $p_1,\dots,p_n$.
- I prezzi degli input sono $w_1,\dots,w_m$.

Mercati concorrenziali

- L'impresa competitiva considera tutti i prezzi dell'output come dati $p_1,\dots,p_n$ e tutti i prezzi dei fattori $w_1,\dots,w_m$ come costanti date.

Profitto

- Il profitto economico generato dal piano di produzione $(x_1,\dots,x_m,y_1,\dots,y_n)$ è:

$$\Pi = p_1y_1+\cdots+p_ny_n - w_1x_1-\cdots w_mx_m.$$

Profitto

- I livelli di output e input sono solitamente flussi.
- Es. x_1 potrebbe essere il numero di unità di lavoro usate all'ora.
- y_3 potrebbe essere il numero di automobili prodotte all'ora.
- Di conseguenza, anche il profitto è di solito un flusso; es. la quantità di dollari guadagnate in un'ora.

Profitto

- Se si trascura l'incertezza, il valore attuale di un'impresa coincide con il valore attuale del flusso di profitti.
- Supponiamo che il flusso di profitti sia $\Pi_0, \Pi_1, \Pi_2, \dots$ e r sia il tasso di interesse.
- Allora il valore attuale del flusso di profitti è:

$$PV = \Pi_0 + \frac{\Pi_1}{1+r} + \frac{\Pi_2}{(1+r)^2} + \cdots$$

Profitto

- Come si massimizza il profitto?
- Supponiamo che un'impresa sia in una circostanza di breve periodo in cui $x_2 \equiv \tilde{x}_2$.
- La sua funzione di produzione di breve periodo sarà:

$$y = f(x_1, \tilde{x}_2).$$

Profitto

- Il costo fisso è $FC = w_2\tilde{x}_2$ e la funzione dei profitti sarà:

$$\Pi = py - w_1x_1 - w_2\tilde{x}_2.$$

Rette di isoprofitto di breve periodo

- Una retta di isoprofitto contiene tutti i piani di produzione che danno luogo al medesimo livello di profitto.
- L'equazione dell'isoprofitto $\Pi è:

$$\Pi \equiv py - w_1x_1 - w_2\tilde{x}_2.$$

- cioè

$$y = \frac{w_1}{p}x_1 + \frac{\Pi + w_2\tilde{x}_2}{p}.$$

Rette di isoprofitto di breve periodo

$$y = \frac{w_1}{p}x_1 + \frac{\Pi + w_2\tilde{x}_2}{p}$$

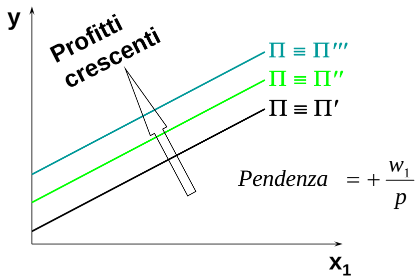
ha pendenza

$$+\frac{w_1}{p}$$

e intercetta verticale

$$\frac{\Pi + w_2\tilde{x}_2}{p}.$$

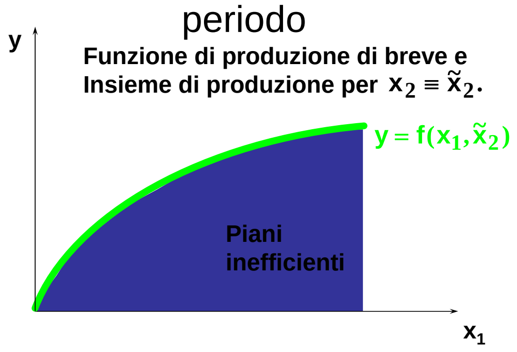
Rette di isoprofitto di breve periodo



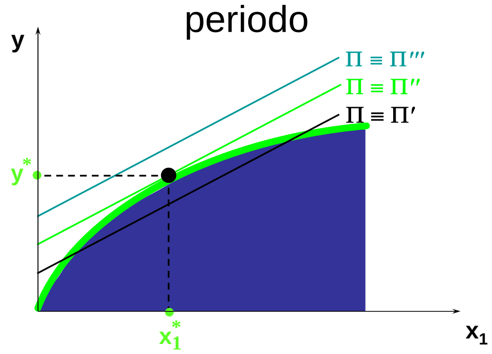
Rette di isoprofitto di breve periodo

- Il problema dell'impresa è di localizzare il piano di produzione che consente di raggiungere il più alto isoprofitto dato il vincolo dell'impresa sulla scelta dei piani di produzione.
- D: Qual è il vincolo?
- R: La funzione di produzione.

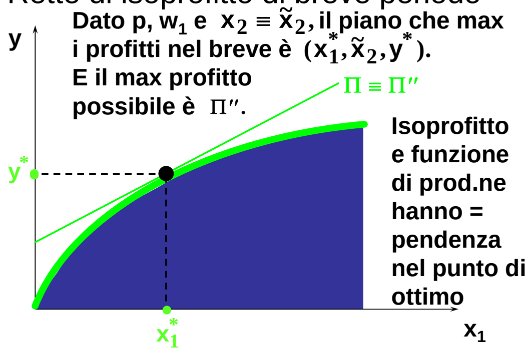
Rette di isoprofitto di breve periodo



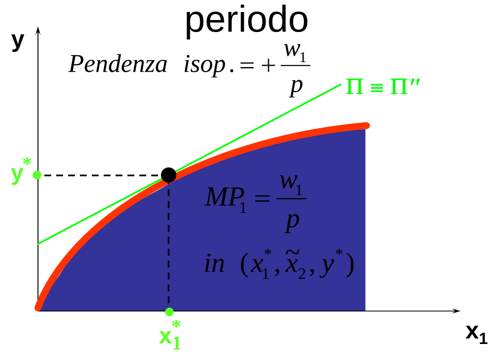
Rette di isoprofitto di breve periodo



Rette di isoprofitto di breve periodo



Rette di isoprofitto di breve periodo



Rette di isoprofitto di breve periodo

$$MP_1 = \frac{w_1}{p} \quad \Leftrightarrow \quad p \times MP_1 = w_1$$

$p \times MP_1$ è il valore del prodotto marginale del fattore 1, cioè il tasso al quale i ricavi aumentano con l'aumentare dell'impiego dell'input 1.
Nel punto di ottimo il valore del pr. marg. di un fattore deve essere = al suo prezzo
Se $p \times MP_1 > w_1$ il profitto aumenta con x_1.
Se $p \times MP_1 < w_1$ il profitto cala con x_1.

Massimizzazione del profitto nel breve: un esempio con Cobb-Douglas

Supponiamo che la funzione di prod.ne di breve periodo sia $y = x_1^{1/3}\tilde{x}_2^{1/3}$.

Il prodotto marginale dell'input variabile 1 è

$$MP_1 = \frac{\partial y}{\partial x_1} = \frac{1}{3}x_1^{-2/3}\tilde{x}_2^{1/3}.$$

La condizione di max dei profitti è

$$MRP_1 = p \times MP_1 = \frac{p}{3}(x_1^*)^{-2/3}\tilde{x}_2^{1/3} = w_1.$$

Massimizzazione del profitto nel breve: un esempio con Cobb-Douglas

Risolvendo $\frac{p}{3}(x_1^*)^{-2/3}\tilde{x}_2^{1/3} = w_1$ **per** x_1 **dà**

$$(x_1^*)^{-2/3} = \frac{3w_1}{p\tilde{x}_2^{1/3}}.$$

E quindi $$(x_1^*)^{2/3} = \frac{p\tilde{x}_2^{1/3}}{3w_1}$$

$$\rightarrow \quad x_1^* = \left(\frac{p\tilde{x}_2^{1/3}}{3w_1}\right)^{3/2} = \left(\frac{p}{3w_1}\right)^{3/2}\tilde{x}_2^{1/2}.$$

Massimizzazione del profitto nel breve: un esempio con Cobb-Douglas

$$x_1^* = \left(\frac{p}{3w_1}\right)^{3/2}\tilde{x}_2^{1/2}$$

È la domanda (nel breve p.) dell'impresa per l'input 1 quando il livello dell'input 2 è fisso a $\tilde{x}_2$ **unità.**

Il livello di output di breve periodo è:

$$y^* = (x_1^*)^{1/3}\tilde{x}_2^{1/3} = \left(\frac{p}{3w_1}\right)^{1/2}\tilde{x}_2^{1/2}.$$

Statica comparata

- Cosa accade al piano di produzione che massimizza il profitto nel breve periodo al cambiare del prezzo (p) dell'output?

Statica comparata

L'equazione della retta isoprofitto di breve periodo è

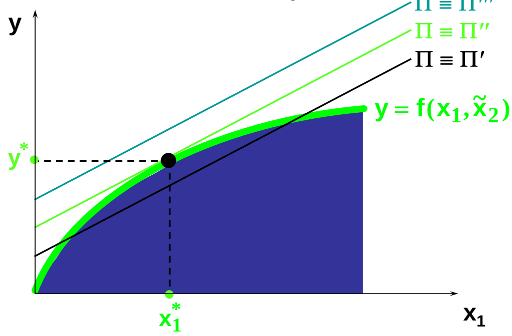
$$y = \frac{w_1}{p}x_1 + \frac{\Pi + w_2\tilde{x}_2}{p}$$

Quindi un aumento di p causa

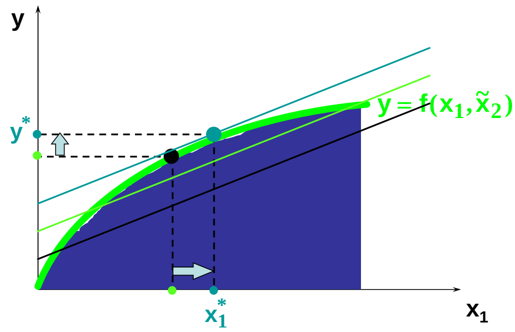
-- un appiattimento

-- una riduzione della intercetta verticale

Statica comparata



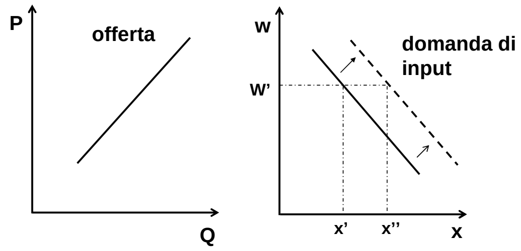
Statica comparata



Statica comparata

- Un aumento di p, il prezzo dell'output, causa
  - un aumento nel livello di output (→ la curva di offerta dell'impresa ha inclinazione positiva), e
  - un aumento nel livello dell'input variabile (la curva di domanda dell'impresa per il suo input variabile si sposta in fuori).

Statica comparata



Statica comparata

Es. Cobb-Douglas: quando

$y = x_1^{1/3}\tilde{x}_2^{1/3}$ **la domanda di breve periodo per l'input variabile 1 è**

$x_1^* = \left(\frac{p}{3w_1}\right)^{3/2}\tilde{x}_2^{1/2}$ **e l'offerta di breve periodo è**

$y^* = \left(\frac{p}{3w_1}\right)^{1/2}\tilde{x}_2^{1/2}.$

x_1^* **aumenta all'aumentare di p.**

y^* **aumenta all'aumentare di p.**

Statica comparata

- Cosa accade al piano di produzione che massimizza il profitto nel breve periodo al cambiare del prezzo (w_1) dell'input variabile?

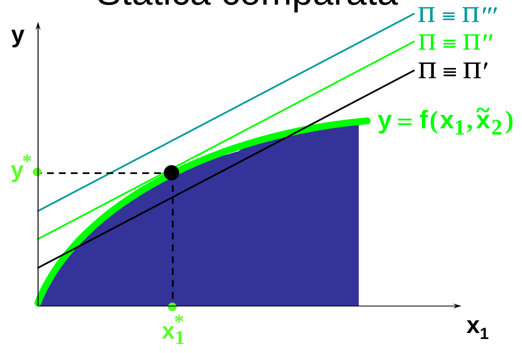
Statica comparata

L'equazione della retta isoprofitto di breve periodo è

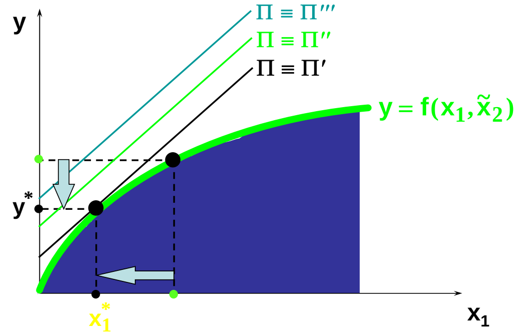
$$y = \frac{w_1}{p}x_1 + \frac{\Pi + w_2\tilde{x}_2}{p}$$

Quindi un aumento di w_1 causa
- **-- un aumento della pendenza, e**
- **-- nessun cambiamento della intercetta verticale**

Statica comparata



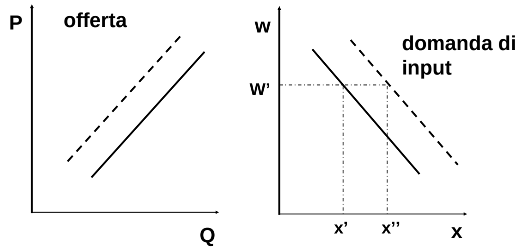
Statica comparata



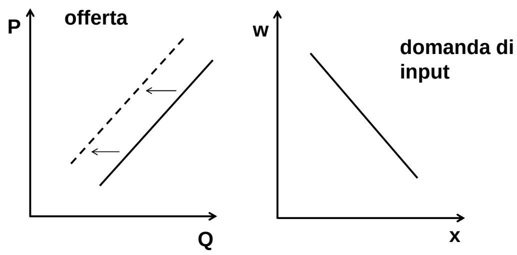
Statica comparata

- Un aumento di w_1, il prezzo dell'input variabile dell'impresa, causa
  - un calo del livello di produzione dell'impresa (la curva di offerta dell'impresa si sposta verso l'interno), e
  - un calo del livello dell'input variabile dell'impresa (la curva di domanda dell'impresa per il suo fattore variabile ha pendenza neg.).

Statica comparata



Statica comparata



Statica comparata

Es. Cobb-Douglas: quando $y = x_1^{1/3}\tilde{x}_2^{1/3}$ la domanda di breve periodo dell'impresa per il suo fattore variabile è

$$x_1^* = \left(\frac{p}{3w_1}\right)^{3/2}\tilde{x}_2^{1/2}$$

e l'offerta di breve periodo è

$$y^* = \left(\frac{p}{3w_1}\right)^{1/2}\tilde{x}_2^{1/2}.$$

x_1^* cala all'aumentare di w_1

y^* cala all'aumentare di w_1

Max del profitto nel lungo periodo

- Supponiamo ora che l'impresa possa variare il livello di entrambi i fattori di produzione.
- Dal momento che nessun input è ora fisso, non ci sono costi fissi.

Max del profitto nel lungo periodo

- Sia x_1 che x_2 sono variabili.
- Si pensi all'impresa che sceglie il piano di produzione che massimizza i profitti per un dato valore di x_2, e poi varia x_2 per trovare il più grande livello di profitti possibile.

Max del profitto nel lungo periodo

L'equazione della retta di isoprofitto di lungo periodo è

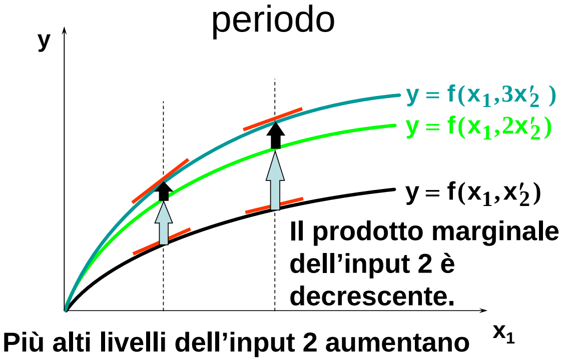
$$y = \frac{w_1}{p} x_1 + \frac{\Pi + w_2 x_2}{p}$$

Quindi un aumento di x_2 causa

-- nessuna variazione della pendenza

-- un aumento dell'intercetta verticale

Max del profitto nel lungo periodo

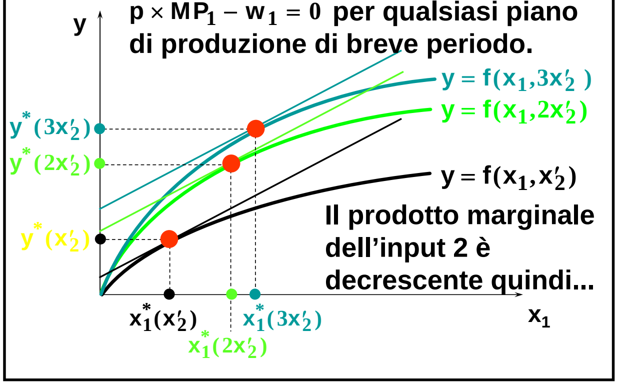


Il prodotto marginale dell'input 2 è decrescente.

Più alti livelli dell'input 2 aumentano la produttività dell'input 1.

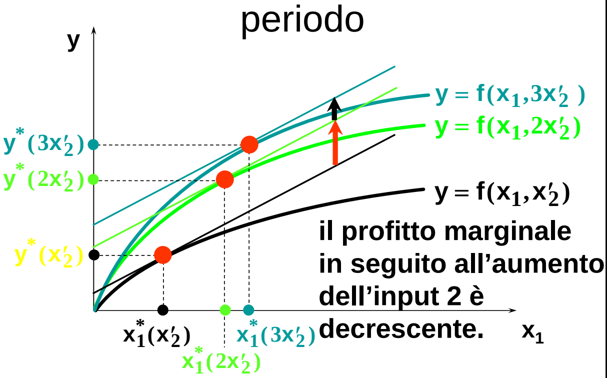
Max del profitto nel lungo periodo

$p \times MP_1 - w_1 = 0$ per qualsiasi piano di produzione di breve periodo.



Il prodotto marginale dell'input 2 è decrescente quindi...

Max del profitto nel lungo periodo



il profitto marginale in seguito all'aumento dell'input 2 è decrescente.

Max del profitto nel lungo periodo

- Il profitto aumenterà all'aumentare di x_2 fin tanto che il profitto marginale è

$$p \times MP_2 - w_2 > 0.$$

- Il livello dell'input 2 che max i profitti perciò soddisfa:

$$p \times MP_2 - w_2 = 0.$$

- E $p \times MP_1 - w_1 = 0$ è soddisfatta in ogni breve periodo, quindi...

Max del profitto nel lungo periodo

- I livelli dei fattori che massimizzano i profitti di lungo periodo soddisfano:

$$p \times MP_1 - w_1 = 0 \quad \text{e} \quad p \times MP_2 - w_2 = 0.$$

- Cioè, il ricavo marginale è uguale al costo marginale per tutti i fattori.

Max del profitto nel lungo periodo

Es. Cobb-Douglas: quando $y = x_1^{1/3}\tilde{x}_2^{1/3}$ la domanda di breve periodo dell'impresa per il suo input variabile 1 è

$$x_1^* = \left(\frac{p}{3w_1}\right)^{3/2} \tilde{x}_2^{1/2}$$

e l'offerta di breve periodo

$$y^* = \left(\frac{p}{3w_1}\right)^{1/2} \tilde{x}_2^{1/2}.$$

Il profitto di breve periodo è dunque…

Max del profitto nel lungo periodo

$$\begin{aligned}
\Pi &= py^* - w_1x_1^* - w_2\tilde{x}_2 \\
&= p\left(\frac{p}{3w_1}\right)^{1/2}\tilde{x}_2^{1/2} - w_1\left(\frac{p}{3w_1}\right)^{3/2}\tilde{x}_2^{1/2} - w_2\tilde{x}_2 \\
&= p\left(\frac{p}{3w_1}\right)^{1/2}\tilde{x}_2^{1/2} - w_1\frac{p}{3w_1}\left(\frac{p}{3w_1}\right)^{1/2} - w_2\tilde{x}_2 \\
&= \frac{2p}{3}\left(\frac{p}{3w_1}\right)^{1/2}\tilde{x}_2^{1/2} - w_2\tilde{x}_2 \\
&= \left(\frac{4p^3}{27w_1}\right)^{1/2}\tilde{x}_2^{1/2} - w_2\tilde{x}_2.
\end{aligned}$$

Max del profitto nel lungo periodo

$$\Pi = \left(\frac{4p^3}{27w_1}\right)^{1/2}\tilde{x}_2^{1/2} - w_2\tilde{x}_2.$$

Quale livello del fattore 2 massimizza il profitto nel lungo periodo? Da:

$$0 = \frac{\partial \Pi}{\partial \tilde{x}_2} = \frac{1}{2}\left(\frac{4p^3}{27w_1}\right)^{1/2}\tilde{x}_2^{-1/2} - w_2$$

si ha

$$\tilde{x}_2 = x_2^* = \frac{p^3}{27w_1w_2^2}.$$

Max del profitto nel lungo periodo

Quale livello del fattore 1 massimizza il profitto nel lungo periodo? Sostituendo

$$x_2^* = \frac{p^3}{27w_1w_2^2} \quad \text{in} \quad x_1^* = \left(\frac{p}{3w_1}\right)^{3/2}\tilde{x}_2^{1/2}$$

si ha

$$x_1^* = \left(\frac{p}{3w_1}\right)^{3/2}\left(\frac{p^3}{27w_1w_2^2}\right)^{1/2} = \frac{p^3}{27w_1^2w_2}.$$

Max del profitto nel lungo periodo

Quale livello di output massimizza il profitto nel lungo periodo? Sostituendo

$$x_2^* = \frac{p^3}{27w_1w_2^2} \quad \text{in} \quad y^* = \left(\frac{p}{3w_1}\right)^{1/2}\tilde{x}_2^{1/2}$$

si ha

$$y^* = \left(\frac{p}{3w_1}\right)^{1/2}\left(\frac{p^3}{27w_1w_2^2}\right)^{1/2} = \frac{p^2}{9w_1w_2}.$$

Max del profitto nel lungo periodo

Quindi dati i prezzi p, w_1 e w_2, e la funzione di produzione

$$y = x_1^{1/3} x_2^{1/3}$$

il piano di produzione che max i profitti nel lungo periodo è

$$(x_1^*, x_2^*, y^*) = \left(\frac{p^3}{27 w_1^2 w_2}, \frac{p^3}{27 w_1 w_2^2}, \frac{p^2}{9 w_1 w_2} \right).$$

Rendimenti di scala e massimizzazione del profitto

- Supponiamo che un'impresa abbia scelto un livello di output che max il profitto:

$$y^* = f(x_1^*, x_2^*)$$

Se vi sono rendimenti di scala costanti, raddoppiando i fattori raddoppia l'output e quindi il profitto.

È compatibile con la libera concorrenza?

Rendimenti di scala e massimizzazione del profitto

- No se i profitti iniziali erano diversi da zero!
- Infatti se erano positivi, la scelta iniziale non massimizzava i profitti
- E l'impresa espandendosi arriverebbe a dominare totalmente tutto il mercato (oppure altre imprese potrebbero copiarla riducendo così il prezzo dell'output e il profitto).

Profittabilità rivelata

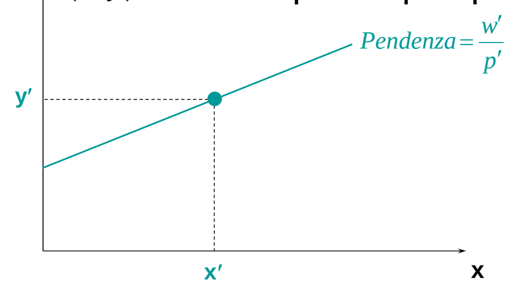
- Si consideri un'impresa concorrenziale che massimizza il profitto.
- Osserviamo le scelte relative ai piani di produzione per una serie di prezzi dell'output e dei fattori.
- Cosa possiamo inferire circa la tecnologia che ha originato quelle scelte?

Profittabilità rivelata

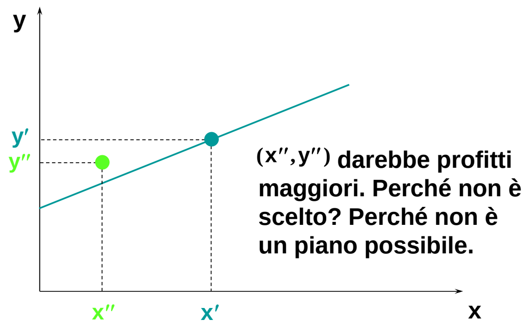
- Se un piano di produzione (x',y') è scelto ai prezzi (w',p') deduciamo che il piano (x',y') si è rivelato essere quello che massimizza i profitti ai prezzi (w',p').

Profittabilità rivelata

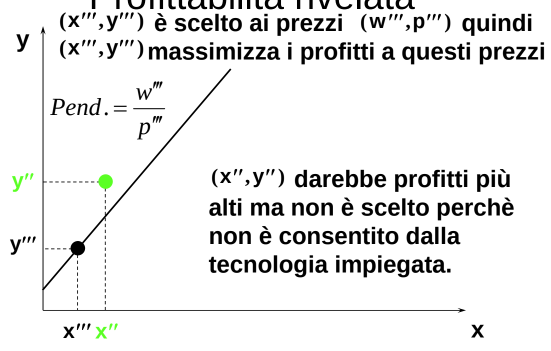
(x',y') è scelto ai prezzi (w',p') quindi (x',y') massimizza i profitti a questi prezzi.



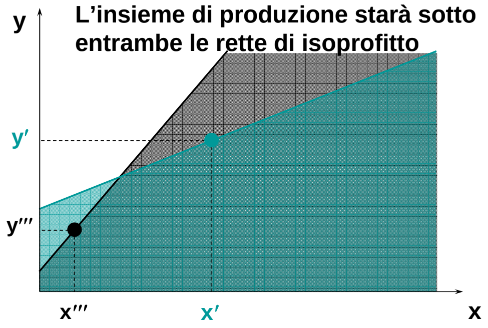
Profittabilità rivelata



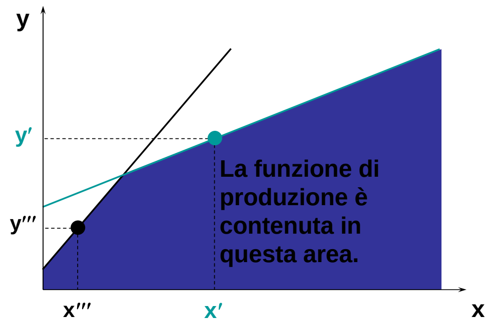
Profittabilità rivelata



Profittabilità rivelata



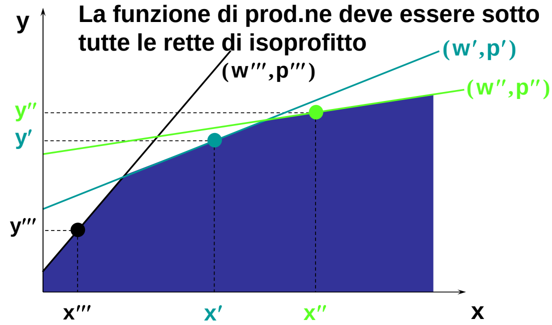
Profittabilità rivelata



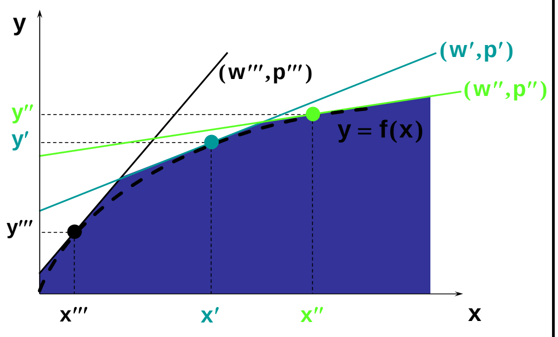
Profittabilità rivelata

- Osservando più scelte di piani produttivi dell’impresa in risposta a diversi prezzi per il suo prodotto e i sui fattori di produzione fornisce maggiori informazioni sulla forma dell’insieme di produzione.

Profittabilità rivelata



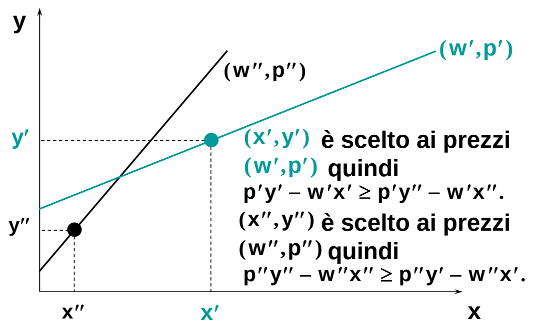
Profittabilità rivelata



Profittabilità rivelata

- Che altro si può imparare dalle scelte dell'impresa circa i piani di produzione che massimizzano il profitto?

Profittabilità rivelata



Profittabilità rivelata

$p'y' - w'x' \geq p'y'' - w'x''$ e

$p''y'' - w''x'' \geq p''y' - w''x'$ $\rightarrow$

$p'y' - w'x' \geq p'y'' - w'x''$ e

$-p''y' + w''x' \geq -p''y'' + w''x''$.

Sommando si ottiene

$(p' - p'')y' - (w' - w'')x' \geq$

$(p' - p'')y'' - (w' - w'')x''$.

Profittabilità rivelata

$$(p' - p'')y' - (w' - w'')x' \geq$$

$$(p' - p'')y'' - (w' - w'')x''$$

$\rightarrow$

$$(p' - p'')(y' - y'') \geq (w' - w'')(x' - x'')$$

Cioè

$$\Delta p \Delta y \geq \Delta w \Delta x$$

È una implicazione necessaria della massimizzazione del profitto: l'assioma debole della massimizzazione del profitto

Profittabilità rivelata

$$\Delta p \Delta y \geq \Delta w \Delta x$$

Supponiamo che il prezzo dell'input non cambi. Allora $\Delta w = 0$ e la massimizzazione del profitto implica $\Delta p \Delta y \geq 0$: la curva offerta di un'impresa concorrenziale non può avere pendenza negativa.

Profittabilità rivelata

$$\Delta p \Delta y \geq \Delta w \Delta x$$

Supponiamo che il prezzo dell'output non vari. Allora $\Delta p = 0$ e la max del profitto implica $0 \geq \Delta w \Delta x$: la curva di domanda di fattori di un'impresa concorrenziale non può avere pendenza positiva.