

Università degli Studi di Verona

Esame di Fondamenti dell'Informatica*

6 Febbraio 2014

I Parte (1h:30) - 15pt. Data la seguente famiglia di insiemi al variare di $n, m \in \mathbb{N}^1$:

$$L_{n,m} = \left\{ \sigma \in \{0,1\}^* \mid \begin{array}{l} \exists x \in \{0\}^* \\ \sigma = 1^n x 1^{|n-m|} x^R 1^m \end{array} \right\}$$

Classificare i seguenti linguaggi (al variare di $n \in \mathbb{N}$):

$$A_n = L_{n,n}$$

$$B = \bigcup_n L_{n,n}$$

$$C = \bigcup_n L_{3n,2n}$$

II Parte (1h:30) - 15pt. Siano date le seguenti funzioni sui naturali:

$$f_n(x) = \begin{cases} n & \text{se } x = 0 \\ 3 + f(x-1) & \text{se } x \leq 100 \\ f(100) + 3 * f(x-100) & \text{altrimenti} \end{cases}$$

Determinare che funzione calcola ogni f_n , motivando formalmente la risposta. Classificare nella teoria matematica della ricorsione i seguenti insiemi di numeri naturali ed i loro complementari, motivando formalmente la classificazione:

- $A_n = \{ x \mid \varphi_{x \text{ div } 3}(f_n(x)) \downarrow \}$
- $B_n = \{ x \mid x \in A \text{ e } \varphi_{x \text{ div } 3}(x+3) \notin \text{RANGE}(f_n) \}$
- $C_n = \{ x \mid \forall y \in \mathbb{N}. \varphi_{x \text{ div } 3}(y) \in \text{RANGE}(f_n) \}$
- $D = \bigcup_n A_n$
- $E = \bigcup_n B_n$
- $F = \bigcup_n C_n$

NOTA: Per classificare D e F provare a capire come fatto l'insieme $\bigcup_n \text{RANGE}(f_n)$.

*Coloro che desiderano recuperare una delle due parti, devono consegnare il testo con gli esercizi della parte corrispondente entro 1h:30 dall'inizio dell'esame. In questo caso il punteggio x è rapportato a 30/30: $voto = x \times 2$. Consegnando oltre il termine di 1h:30, si recuperano entrambe le parti ed il voto è la somma dei punti ottenuti. Dopo la consegna di una delle due parti, nel termine di 1h:30, lo studente può tentare l'altra parte. In ogni momento lo studente può ritirarsi dall'esame, mantenendo valido ciò che ha consegnato fino a quel momento. Le uscite sono vietate oltre 1h:30 dall'inizio dell'esame. La determinazione di eventuali errori nel testo, se ben motivata, fa parte integrante della valutazione finale.

¹Denotiamo qui con x^R il reverse di x , ad esempio $0100^R = 0010$.