Esercizio 1

Un consumatore ha preferenze sui beni x e y rappresentate dalla seguente funzione di utilità:

$$U(x, y) = \sqrt{x}y + 2.$$

Calcolare:

1. Il saggio marginale di sostituzione (MRS).
2. Le funzioni di domanda $x(p_x, p_y, m)$ e $y(p_x, p_y, m)$.
3. La scelta ottima del consumatore, (x^*, y^*), se $p_x = 1$, $p_y = 2$ e $m = 18$.
4. L'effetto reddito e l'effetto sostituzione con il metodo di Slutsky per il bene y se il suo prezzo aumenta a $p'_y = 4$.

Esercizio 1

Soluzione:

1. $MRS = -\frac{y}{2x}$
2. $x(p_x, p_y, m) = \frac{m}{3p_x}$ e $y(p_x, p_y, m) = \frac{2m}{3p_y}$
3. $(x^*, y^*) = (6, 6)$
4. ES$= -1$ e ER$= -2$

Esercizio 2

Si ipotizzi la seguente funzione di produzione: $Y = f(K, L) = 2L^{1/2}K^{1/2}$, dove L e K indicano, rispettivamente, le quantità di lavoro e capitale. Supponendo che il prezzo dell'output sia p=10, i prezzi del lavoro e del capitale siano rispettivamente $p_L = 2$ e $p_K = 8$, e che la quantità di capitale nel breve periodo sia fissa e pari a 400, determinare:

1. La produttività marginale del lavoro e del capitale e il saggio marginale di sostituzione tecnica.
2. La domanda di lavoro e i profitti dell'impresa nel breve periodo.
3. La curva dei costi totali di breve periodo.
4. La combinazione ottimale dei due fattori produttivi e il profitto nel lungo periodo se l'impresa può sostenere al massimo un costo totale pari a $TC = 800$.
5. La combinazione ottimale dei due fattori produttivi e il profitto nel lungo periodo se l'impresa intende produrre una quantità $Y = 500$.
6. Le curve di costo totale, medio e marginale di lungo periodo.

Esercizio 2

Soluzione:

1. $MP_L = L^{-1/2}K^{1/2}$
   $MP_K = L^{1/2}K^{-1/2}$
   $|TRS_{K,L}| = \dfrac{K}{L}$
2. $L^\star = 10000; \pi_{BP} = 16800$
3. $TC_{BP}(Y) = \frac{Y^2}{800} + 3200$
4. $(L^\star, K^\star) = (200, 50); \pi_{LP} = 1200$
5. $(L^\star, K^\star) = (500, 125); \pi_{LP} = 3000$
6. $TC_{LP}(Y) = 4Y,\ AC_{LP}(Y) = MC_{LP}(Y) = 4$

Esercizio 3

Un monopolista produce Personal Computer utilizzando lavoro e capitale come unici fattori produttivi. La sua funzione di produzione è $Q = \sqrt{LK}$ e i prezzi dei fattori produttivi sono $p_L = 1$ e $p_K = 9$.
La domanda (inversa) di mercato è $P = 10 - \frac{1}{4}Q$.

1. Calcolare la quantità, il prezzo e il profitto del monopolista. Fornire, inoltre, una rappresentazione grafica di tale equilibrio.
2. Calcolare il profitto del monopolista nel caso in cui egli riuscisse ad operare una discriminazione perfetta del prezzo.
3. Ora si supponga che una seconda impresa, l'impresa 2, entri nel mercato. L'impresa 2 ha un costo medio sempre uguale al suo costo marginale e che è pari a 6. Indicare con q_1 l'output dell'impresa 1 e con q_2 quello dell'impresa 2, dove $q_1 + q_2 = Q$. Se le imprese competessero nella quantità secondo il modello di Cournot quanto produrrebbero? Quale sarebbe il prezzo di equilibrio?

Esercizio 3

Soluzione:

1. $Q_M = 8$, $p_M = 8$, $\pi_M = 16$
2. $\pi = 32$
3. $q_1 = q_2 = \frac{16}{3}$ e $p = \frac{52}{6}$

Esercizio 4

Calcolare tutti gli equilibri del seguente gioco in forma normale:

		Giocatore 2	
		C	D
Giocatore 1	A	6,0	0,3
	B	0,2	3,0

Esercizio 4

Soluzione:

Il gioco ha un unico equilibrio di Nash: $(\frac{2}{5}A + \frac{3}{5}B; \frac{1}{3}C + \frac{2}{3}D)$