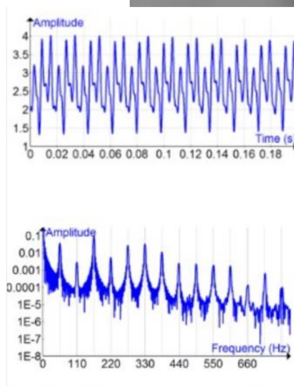
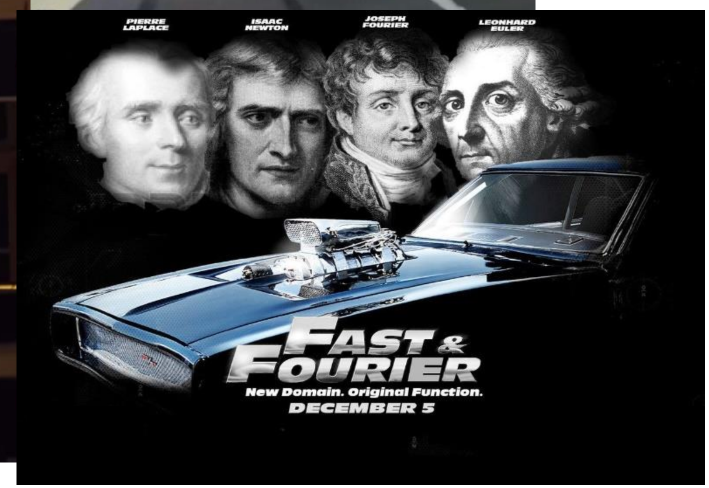
Dipartimento di Informatica
Università di Verona
A.A. 2018-19

Elaborazione dei Segnali e Immagini

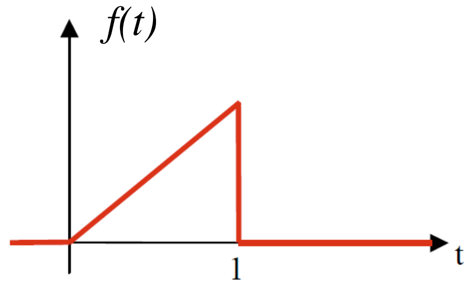
Esercizi fino a slide
Cap. 4 -Trasformata di Fourier



ESERCIZI

1. Dato il segnale *f(t)* riportato in figura tracciare l'andamento del segnale *f(T-t)* con *T=2*



2. Visualizzare l'andamento dei seguenti segnali reali:
   i. $f(t) = \sin(t)$
   ii. $f(t) = \cos(4\pi t + \pi / 8)$
   iii. $f(t) = \cos(1000\pi t)\Pi(1000t)$ dove $\Pi(\cdot)$ indica la funzione box introdotta nel Cap.2 delle slide
   iv. $f(t) = \cos(8\pi t)\Pi((t-5)/2)$

Riscrivere

3. Sia dato il segnale $f(t) = [2 \cdot \cos(2\pi \cdot 2 \cdot t)] \cdot \Pi\left(\frac{t-1}{0.5}\right)$, tracciarne l'andamento nel tempo.

4. Rappresentare graficamente l'andamento del segnale f(t) e calcolarne la trasformata di Fourier

   i. $f(t) = 3 \cdot \Pi(t/2)$

   ii. $f(t) = 5 \cdot \mathrm{sinc}(t/4)$

spettro ampiezza trasfomata ok

5. Rappresentare lo spettro di ampiezza secondo la trasformata di Fourier del segnale

   $f(t) = 0.001 \cdot \mathrm{sinc}(t)\cos(2000\pi t)$. Esiste lo spettro di fase di questo segnale?

?

6. Disegnare l'andamento nel tempo del segnale $f(t) = \Pi(t-0.25) - \Pi(t+0.25)$ e determinarne la trasformata di Fourier

   NB. Per questo esercizio, sfruttare una proprietà della trasformata di Fourier, non vista a lezione:

   -- **TRASLAZIONE NEI TEMPI**: la TDF del segnale ritardato è uguale a quella del segnale originale moltiplicata per un esponenziale complesso

$$f(t-t_0) \longrightarrow e^{-j2\pi\mu t_0} F(\mu)$$

-- **TRASLAZIONE NELLE FREQUENZE**: traslare in frequenza la TdF del segnale equivale a moltiplicare il segnale nei tempi per un esponenziale complesso

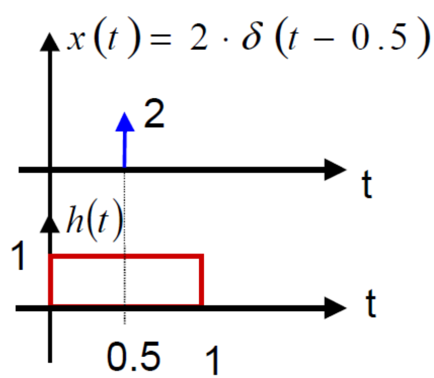
$$f(t)e^{j2\pi\mu_0 t} \longrightarrow F(\mu-\mu_0)$$

7. Determinare analiticamente e visualizzare graficamente la trasformata di Fourier F(μ) del segnale f(t), quest'ultimo ottenuto convolvendo i due segnali:

$$g(t) = \mathrm{sinc}(1000t)$$

$$h(t) = \Pi(250t)$$

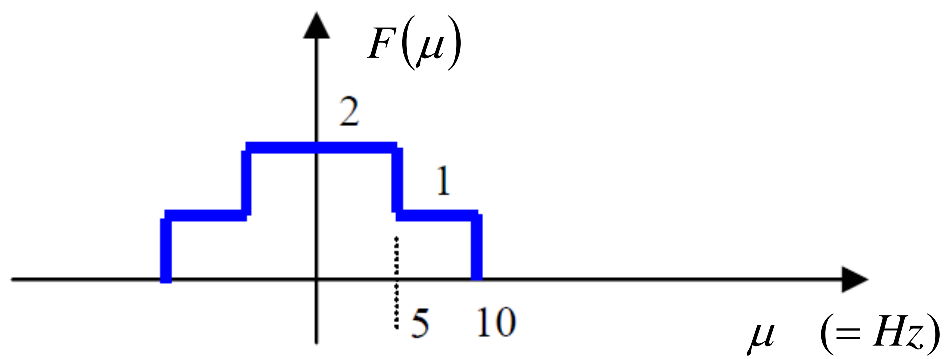
8. Valutare analiticamente il prodotto di convoluzione, facendone poi il grafico



9. Valutare analiticamente la trasformata di Fourier del segnale $f(t) = e^{-\frac{t}{T}} \cdot u(t)$ con *u(t)* funzione gradino, come definita nelle slide in Cap.2

ESERCIZI

1. Dato il segnale $f(t)$, con trasformata di Fourier $F(\mu)$ rappresentata in figura,
   a. rappresentare graficamente lo spettro $\tilde{F}(\mu)$ del segnale ottenuto campionando $f(t)$ con
      i. $\mu_s=15$ campioni/s;
      ii. $\mu_s=17.5$ campioni/s;
      iii. $\mu_s=22$ campioni/s.



   b. Determinare l'intervallo delle frequenze in cui si verifica aliasing nei tre casi i), ii), iii)
   c. Nel caso i) determinare l'andamento del segnale campionato idealmente nel tempo $\tilde{f}(t)$.

vedere box grandezza unitaria bene

2. Dato il risultato dell'esercizio precedente,
   a. determinare nei tre casi i), ii) e iii) lo spettro $\tilde{Y}(\mu)$ del segnale ottenuto moltiplicando lo spettro $\tilde{F}(\mu)$ per una box di ampiezza μ_s ed altezza unitaria
   b. In quale dei tre casi si ricostruisce perfettamente il segnale continuo originario f(t) e perché.
3. Dato il segnale $f(t)=cos(2\pi\mu_0 t)- cos(8\pi\mu_0 t)$,
   a) qual è il massimo intervallo di campionamento ΔT che permette di ricostruire perfettamente $f(t)$ dalla sua versione campionata $\tilde{f}(n\Delta T)$?
   b) Se si campiona $f(t)$ con frequenza di campionamento $\mu_s=3\mu_0$, si trovi l'espressione del segnale ricostruito

NOTA: i precedenti 3 esercizi, come la prima serie di esercizi pubblicati su slide, sono stati presi (e modificati leggermente nella presentazione e notazione) da http://home.deib.polimi.it/reggiani/FdSS/esercizi-1.pdf su tale fonte è presente una traccia per la soluzione dei quesiti

4. Il segnale $f(t)=3\cos(2\pi 200t)-3\cos(2\pi 800t)+5\cos(2\pi 1000t)$ viene campionato ad una frequenza μ_s =500Hz e poi ricostruito con un filtro di ricostruzione (ovvero lo spettro del segnale $f(t)$ viene moltiplicato in frequenza per un altro spettro, quello appunto del segnale di ricostruzione, detto filtro di ricostruzione). Il filtro di ricostruzione ha frequenza di taglio (ovvero quanto è largo nelle frequenze positive, e per simmetria in quelle negative) pari alla frequenza di Nyquist $\mu_s/2=250Hz$ ed ampiezza $T=1/\mu_s$. Scrivere l'espressione del segnale ricostruito.