

Università degli Studi di Verona

Corso di Laurea in Informatica e Informatica Multimediale

II Prova scritta di Fondamenti dell'Informatica
Tempo a disposizione: 2h:20

5 Febbraio 2010

Classificare nella teoria matematica della ricorsione i seguenti insiemi ed i loro complementari, motivando formalmente le risposte:

(12pt) Considerate entrambi i seguenti insiemi di numeri ed i loro complementari:

$$A = \{ x \mid \exists y. x = 2^y \Rightarrow \varphi_{\log(x)}(\lfloor \sin(x) \rfloor) = \lceil \cos(x) \rceil \}$$

$$B = \{ f(y) \mid \varphi_y(\lfloor \sin(f(y)) \rfloor) = \lceil \cos(f(y)) \rceil \}$$

dove $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ è così definita

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{se } x = 0 \\ 2f(x-1) & \text{altrimenti} \end{cases}$$

dimostrando inoltre che esiste h totale ricorsiva tale che:

$$W_{h(x)} = \begin{cases} A & \text{se } x \in K \\ B & \text{altrimenti} \end{cases}$$

(8pt) $C = \{ x \mid (y \in 2\mathbb{N} \Rightarrow \varphi_x(y) \downarrow) \wedge (\exists z. y = 2z + 1 \Rightarrow \varphi_x(y) \uparrow) \}$

(12pt) $D = \{ x \mid \forall y. \varphi_{\varphi_x(y)} = \varphi_y \}^1$

¹NOTA: Se $\varphi_x(y) \uparrow$ allora $\varphi_{\varphi_x(y)}$ non esiste e la supponiamo diversa da ogni altra funzione!