Lezione 5

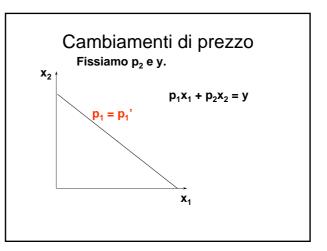
Domanda

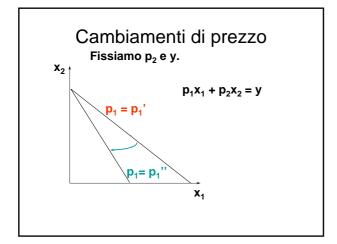
Proprietà delle Funzioni di domanda

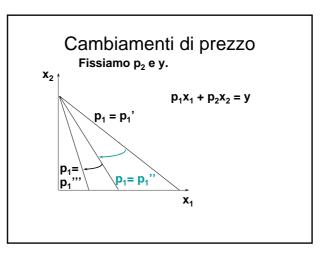
 Analisi statica comparata di funzioni di domanda ordinarie – studio di come le domande di x₁*(p₁,p₂,y) e x₂*(p₁,p₂,y) cambiano al variare dei prezzi p₁, p₂ e del reddito y.

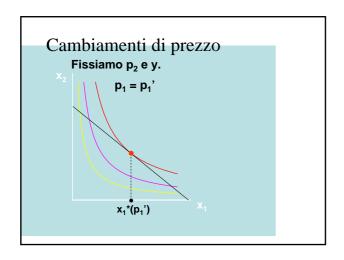
Cambiamenti di prezzo

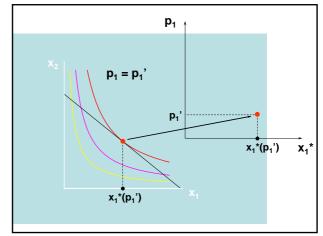
- Come cambia x₁*(p₁,p₂,y) al variare di p₁, tenendo p₂ e y costanti?
- Supponiamo che solo p₁ aumenti, da p₁' a p₁" e poi a p₁".

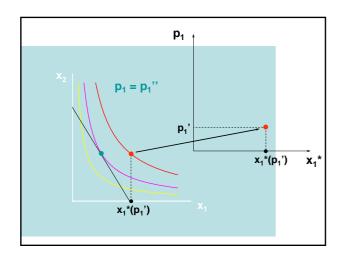


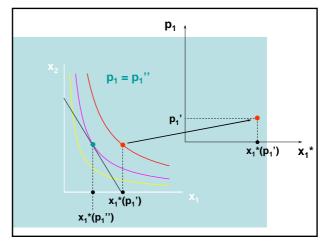


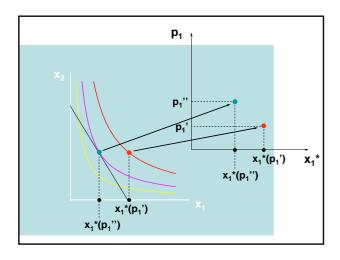


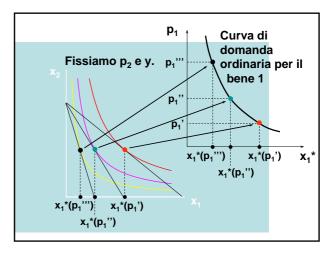


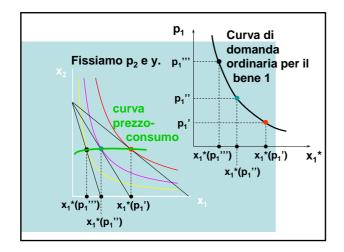












Cambiamenti di prezzo

- La curva che contiene tutti i panieri che max l'utilità al variare di p₁, con p₂ e y costanti, è la curva prezzo-consumo.
- La curva di domanda ad essa associata descrive la scelta ottima del bene 1 in funzione del suo prezzo.

Cambiamenti di prezzo

- Com'è la curva prezzo-consumo nel caso di preferenze Cobb-Douglas?
- Sia

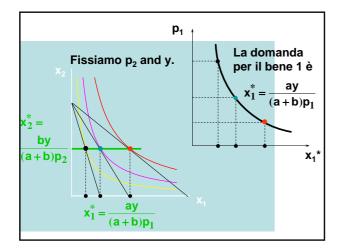
$$U(x_1,x_2) = x_1^a x_2^b$$
.

Le funzioni di domanda ordinarie per il bene 1 e 2 saranno

Cambiamenti di prezzo
$$x_1^*(p_1,p_2,y) = \frac{a}{a+b} \times \frac{y}{p_1}$$

$$x_2^*(p_1,p_2,y) = \frac{b}{a+b} \times \frac{y}{p_2}.$$

Notare che x_2^* non varia con p_1 quindi la curva prezzo-consumo è piatta (e la curva di domanda per il bene 1 è una iperbole equilatera)



Cambiamenti di prezzo

• Com'è la curva prezzo-consumo nel caso di perfetti complementi?

$$U(x_1,x_2) = \min\{x_1,x_2\}.$$

Le funzioni di domanda per i beni 1 e 2, già trovate, sono:

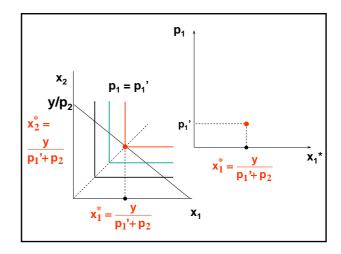
Cambiamenti di prezzo

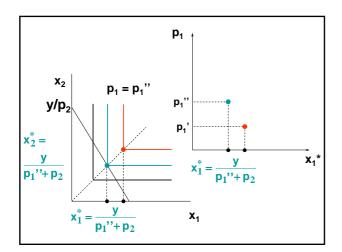
$$\textbf{x}_1^*(\textbf{p}_1,\textbf{p}_2,\textbf{y}) = \textbf{x}_2^*(\textbf{p}_1,\textbf{p}_2,\textbf{y}) = \frac{\textbf{y}}{\textbf{p}_1 + \textbf{p}_2}.$$

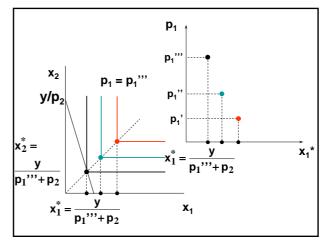
Con p_2 e y costanti, un più alto p_1 causa più piccoli x_1^* e x_2^* .

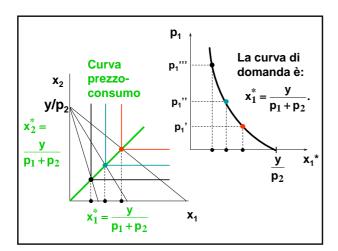
$$\text{Se } p_1 \rightarrow 0, \quad x_1^* = x_2^* \rightarrow \frac{y}{p_2}.$$

se
$$p_1 \to \infty$$
, $x_1^* = x_2^* \to 0$.









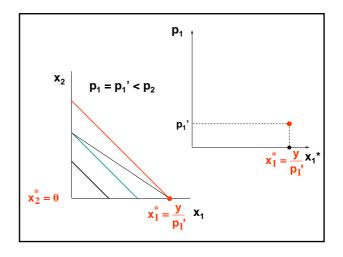
Cambiamenti di prezzo

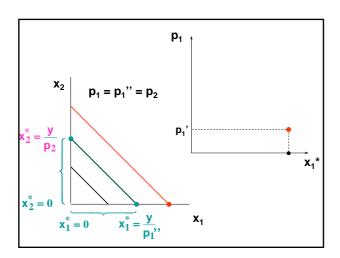
 Com'è la curva prezzo-consumo nel caso di perfetti sostituti?

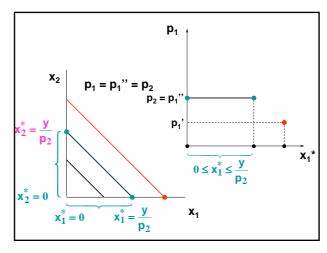
$$U(x_1,x_2) = x_1 + x_2.$$

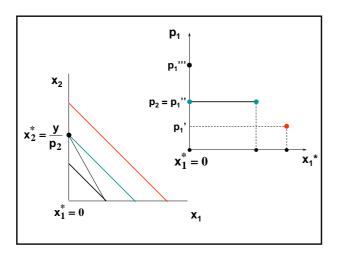
Le curve di domanda ordinaria per i beni 1 e 2 sono:

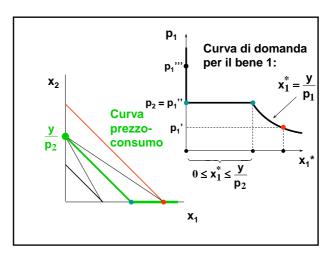
$$\begin{aligned} &\text{Cambiamenti di prezzo} \\ &x_1^*(\textbf{p}_1,\textbf{p}_2,\textbf{y}) = \begin{cases} 0 & \text{, if } \textbf{p}_1 > \textbf{p}_2 \\ \textbf{y}/\textbf{p}_1 & \text{, if } \textbf{p}_1 < \textbf{p}_2 \end{cases} \\ &e \\ &x_2^*(\textbf{p}_1,\textbf{p}_2,\textbf{y}) = \begin{cases} 0 & \text{, if } \textbf{p}_1 < \textbf{p}_2 \\ \textbf{y}/\textbf{p}_2 & \text{, if } \textbf{p}_1 > \textbf{p}_2. \end{cases} \end{aligned}$$





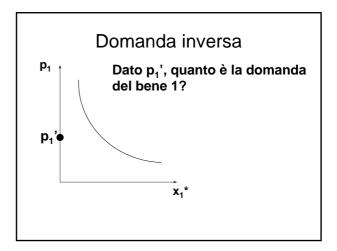


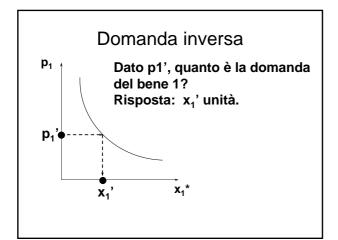


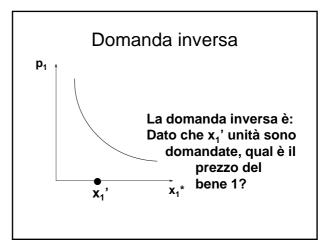


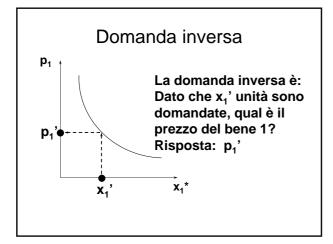
Domanda inversa

- Di solito ci chiediamo "Dato il prezzo del bene 1 quant'è la quantità domandata?"
- Ma ci si potrebbe porre la domanda inversa "A quale prezzo del bene 1 verrebbe richiesta una data quantità del bene 1?"









Domanda inversa

 Considerare le quantità domandate come date e chiedersi quale deve essere il prezzo significa derivare la funzione di domanda inversa di un bene.

Domanda inversa

Un esempio Cobb-Douglas:

$$x_1^* = \frac{ay}{(a+b)p_1}$$

è la funzione di domanda e

$$p_1 = \frac{ay}{(a+b)x_1^*}$$

è la funzione di domanda inversa.

Domanda inversa

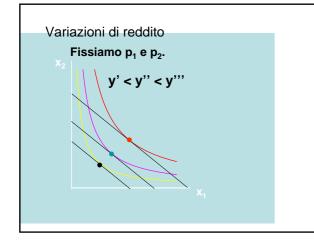
- Si ha MRS = P_1/P_2 .
- Quindi $P_1 = -MRS P_2$
- Sia il bene 2 la moneta per l'aquisto di tutti gli altri beni (prezzo del bene 2 = 1).
- Quindi MRS è la quantità di moneta che l'individuo è disposto a cedere per ottenere una quantità superiore di bene 1

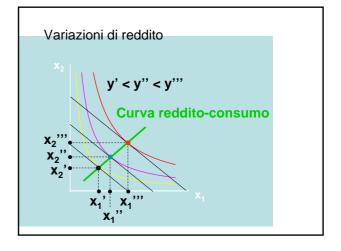
Domanda inversa

- Allora P₁ è la disponibilità marginale a pagare.
- Quando x₁ è basso il consumatore è più disponibile a pagare (= rinunciare a una grande quantità di altri beni per acquistare una quantità addizionale del bene 1).
- La disponibilità marginale a pagare diminuisce all'aumentare del consumo di un bene.

Variazioni di reddito

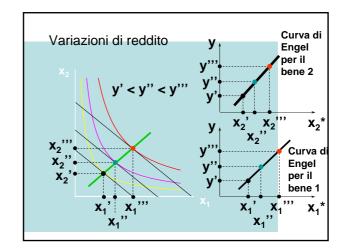
 Come cambia il valore di x₁*(p₁,p₂,y) al variare di y, tenendo sia p₁ che p₂ costanti?





Variazioni di reddito

• Un diagramma con quantità domandata in funzione del reddito è detto curva di Engel.



Variazioni di reddito e preferenze Cobb-Douglas

• Esempio: Cobb-Douglas

$$U(x_1,x_2) = x_1^a x_2^b$$
.

• Le funzioni di domanda sono

$$x_1^* = \frac{ay}{(a+b)p_1}; \quad x_2^* = \frac{by}{(a+b)p_2}.$$

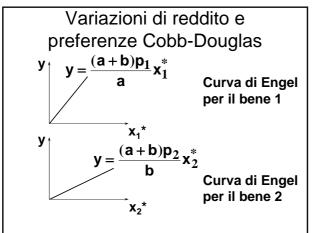
Variazioni di reddito e preferenze Cobb-Douglas

$$x_1^* = \frac{ay}{(a+b)p_1}; \quad x_2^* = \frac{by}{(a+b)p_2}.$$

Riscritte con y a sinistra diventano:

$$y = \frac{(a+b)p_1}{a}x_1^*$$
 Curva di Engel bene 1

$$y = \frac{(a+b)p_2}{b}x_2^*$$
 Curva di Engel bene 2



Variazioni di reddito e perfetti complementi

• Altro esempio: perfetti complementi

$$U(x_1,x_2) = \min\{x_1,x_2\}.$$

• Funzioni di domanda:

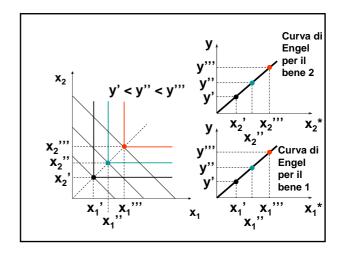
$$x_1^* = x_2^* = \frac{y}{p_1 + p_2}.$$

Variazioni di reddito e perfetti complementi

$$x_1^* = x_2^* = \frac{y}{p_1 + p_2}.$$

Portando y a sinistra si ha:

$$y = (p_1 + p_2)x_1^*$$
 Curva di Engel bene 1
 $y = (p_1 + p_2)x_2^*$ Curva di Engel bene 2



Variazioni di reddito e perfetti sostituti

• Altro caso: perfetti sostituti.

$$U(x_1,x_2) = x_1 + x_2.$$

· Le funzioni di domanda sono

Variazioni di reddito e perfetti sostituti

$$x_{1}^{*}(p_{1},p_{2},y) = \begin{cases} 0 & \text{, if } p_{1} > p_{2} \\ y / p_{1} & \text{, if } p_{1} < p_{2} \end{cases}$$

$$x_{2}^{*}(p_{1},p_{2},y) = \begin{cases} 0 & \text{, if } p_{1} < p_{2} \\ y / p_{2} & \text{, if } p_{1} > p_{2}. \end{cases}$$

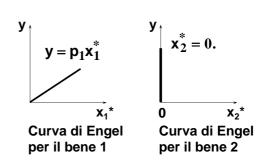
Variazioni di reddito e perfetti sostituti

$$\begin{split} \textbf{x}_1^*(\textbf{p}_1, \textbf{p}_2, \textbf{y}) &= \begin{cases} 0 & \text{, if } \textbf{p}_1 > \textbf{p}_2 \\ \textbf{y} \, / \, \textbf{p}_1 & \text{, if } \textbf{p}_1 < \textbf{p}_2 \end{cases} \\ \textbf{x}_2^*(\textbf{p}_1, \textbf{p}_2, \textbf{y}) &= \begin{cases} 0 & \text{, if } \textbf{p}_1 < \textbf{p}_2 \\ \textbf{y} \, / \, \textbf{p}_2 & \text{, if } \textbf{p}_1 > \textbf{p}_2. \end{cases} \end{split}$$

Supponiamo $p_1 < p_2 \rightarrow x_1^* = \frac{y}{p_1}$ e $x_2^* = 0$ $y = p_1 x_1^* \text{ e } x_2^* = 0.$

$$y = p_1 x_1^* e x_2^* = 0$$

Variazioni di reddito e perfetti sostituti



Preferenze omotetiche

- In tutti gli esempi fin qui, le curve di Engel erano linee rette.
 - D: E' vero in generale?
- R: No. Solo se le preferenze sono omotetiche.

Preferenze omotetiche

• Le preferenze sono omotetiche se e solo se

$$(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) \prec (\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2) \Leftrightarrow (\mathbf{k}\mathbf{x}_1, \mathbf{k}\mathbf{x}_2) \prec (\mathbf{k}\mathbf{y}_1, \mathbf{k}\mathbf{y}_2)$$

per ogni $\mathbf{k} > 0$.

 Quindi se il reddito varia di un fattore k il paniere domandato varia nella stessa misura.

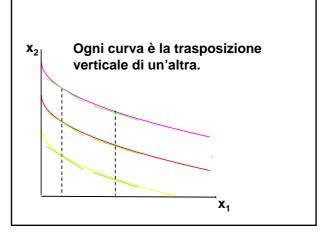
Un esempio di preferenze non omotetiche

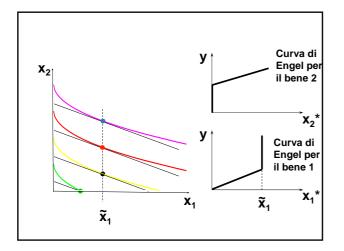
• Le preferenze quasi-lineari non sono omotetiche.

$$U(x_1,x_2) = f(x_1) + x_2.$$

· Per esempio,

$$U(x_1,x_2) = \sqrt{x_1} + x_2.$$



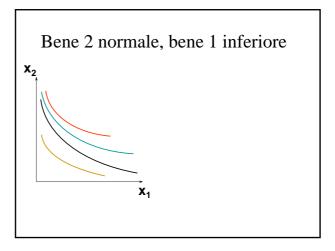


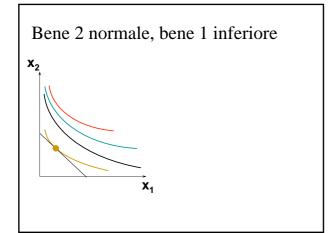
Beni normali

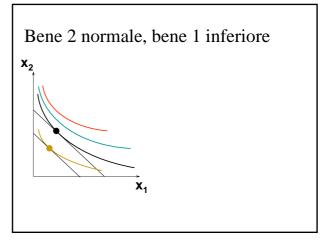
- Un bene la cui quantità domandata aumenta con il reddito è detto normale.
- Quindi un bene normale ha una curva di Engel con inclinazione positiva.

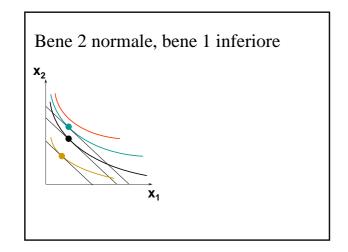
Beni inferiori

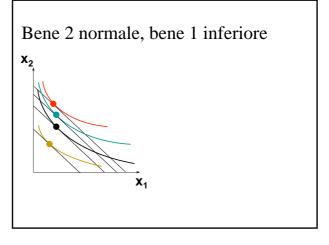
- Un bene del quale la quantità domandata diminuisce all'aumentare del reddito è detto bene inferiore.
- Quindi un bene inferiore ha una curva di Engel con inclinazione negativa.

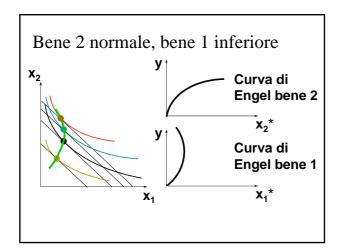






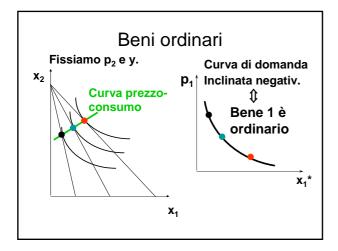






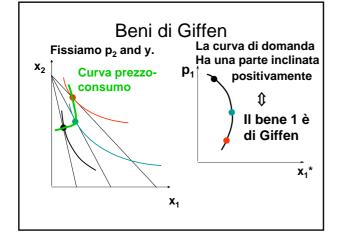
Beni ordinari

 Un bene è ordinario se la quantità domandata di quel bene aumenta sempre al diminuire del suo prezzo.



Beni di Giffen

 Se, per qualche valore del prezzo di un bene, la quantità domandata di quel bene aumenta all'aumentare del prezzo, quel bene è detto bene di Giffen.



Variazione del prezzo dell'altro bene

- Se un aumento di p₂
 - aumenta la domanda per il bene 1, il bene 1 è un sostituto del bene 2.
 - riduce la domanda per il bene 1, il bene 1 è un complemento del bene 2.

Variazione del prezzo dell'altro bene

Esempio: perfetti complementi

$$\begin{aligned} \textbf{x}_1^* &= \frac{\textbf{y}}{\textbf{p}_1 + \textbf{p}_2} \\ \text{quindi} & \\ \frac{\partial \textbf{x}_1^*}{\partial \textbf{p}_2} &= -\frac{\textbf{y}}{\left(\textbf{p}_1 + \textbf{p}_2\right)^2} < 0. \end{aligned}$$

→ il bene 2 è un complemento del bene 1



Variazione del prezzo dell'altro bene

Esempio: Cobb-Douglas

$$\begin{aligned} \textbf{x}_2^* &= \frac{\textbf{by}}{(\textbf{a}+\textbf{b})\textbf{p}_2} \\ &\frac{\partial \textbf{x}_2^*}{\partial \textbf{p}_1} = \textbf{0}. \end{aligned}$$

Il bene 1 non è un complemento lordo e nemmeno un sostituto lordo del bene 2