ESERCIZIO 2

Un solenoide toroidale di raggio interno **R=10cm**, composto da **N=10^2** spire a sezione quadrata di lato **a=2cm**, è percorso da una corrente elettrica stazionaria **i=2A**.

1- Ricavare il campo magnetico nello spazio in funzione della distanza r dall'asse del sistema.
2- Calcolare il flusso del campo magnetico concatenato con il solenoide
3- Calcolare il coefficiente di autoinduzione del sistema.
4- Calcolare la quantità di energia del campo magnetico immagazzinata nel solenoide.

ESERCIZIO 3

Un circuito a U posizionato nel piano XY e formato da due binari paralleli ad X distanti **a=5cm** ha una parte mobile libera di scorrere senza attrito in direzione x (fig). Nello spazio è presente un campo magnetico stazionario e uniforme **B=+0.2T** ortogonale al circuito in direzione z. Al tratto mobile viene trasmesso un impulso che lo mette in moto con velocità iniziale **v_0=10ms^{-1}** lungo x. La massa della barretta mobile è m=10g.

1- Determinare il valore della forza elettromotrice indotta nel circuito
2- Qual è l'origine fisica di questa f.e.m?

a) Il circuito viene chiuso con una resistenza **R=5Ω** - si trascuri ogni fenomeno di autoinduzione.

3- Ricavare la legge con cui varia la corrente indotta nel tempo.
4- Calcolare l'energia totale dissipata per effetto joule e discutere il bilancio energetico.

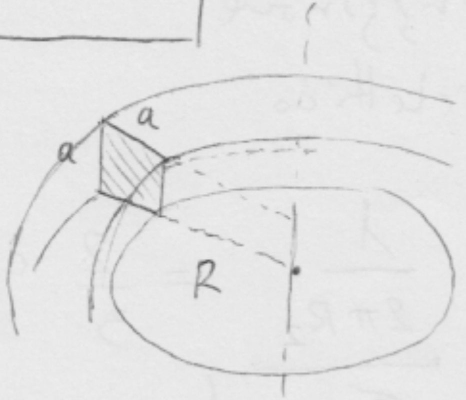
b) Si consideri ora il caso in cui la barretta è in moto a velocità costante v_0 e il circuito viene chiuso con un condensatore **C=100μF** e una resistenza **R=5Ω** - si trascuri ogni fenomeno di autoinduzione.

5- Ricavare la legge di variazione temporale della corrente indotta i(t).
6- Discutere il bilancio energetico: calcolare la potenza meccanica spesa per tenere in moto il conduttore, la potenza spesa nel resistore, l'energia immagazzinata nel condensatore.

QUESITO 2

Enunciare il teorema di Ampere per il campo magnetico, spiegandone significato fisico e condizioni di validità.

EX 2



1) Per considerazione di simmetria
All' <u>interno</u> del toroide
$B = B(r)$ e le linee di campo sono circonferenze centrate sull'asse

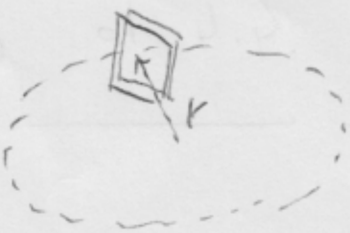
$R < r < R + l$

... Solenoide toroidale <u>ideale</u> $\longrightarrow$ spire lungo la direzione radiale

All'esterno $\underline{B = 0}$
$r > R + l$
$r < R$

Teorema di <u>Ampere</u>

$$\oint_{\Gamma(r)} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \, i_{\text{concatenata a } \Gamma(r)}$$

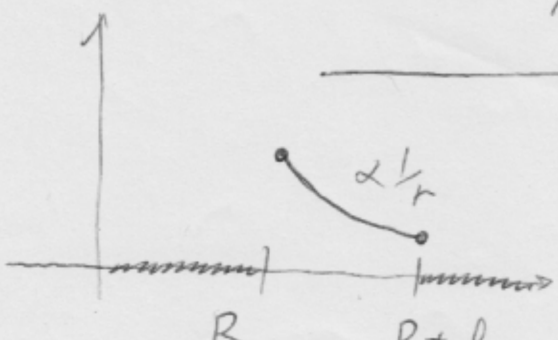


$\Gamma(r)$ linea Amperiana

$B(r)$ su $\Gamma(r)$ è costante

$$\Longrightarrow \quad 2\pi r \, B(r) = \mu_0 N i$$

$$B(r) = \frac{\mu_0 N i}{2\pi r} \qquad R < r < R + l$$



E

2) $\Phi(\vec{B}) = N \Phi_{SPIRA}(B)$

$$= N \int_{SPIRA} B \, d\Sigma = \frac{\mu_0 N^2 i a}{2\pi} \int_R^{R+a} \frac{dr}{r} =$$

$d\Sigma = a\,dr$

B(r) non è costante sulla spira !

$$= \frac{\mu_0 N^2 i a}{2\pi} \ln \frac{R+a}{R}$$

$$\frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 10^4 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 10^{-2}}{2\pi} \ln \frac{12}{10} = 1.46 \cdot 10^{-5} \text{ Wb}$$

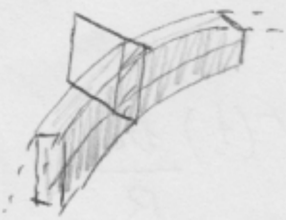
3) $\Phi(B) = Li$

$$\rightarrow L = \frac{\mu_0 N^2 a}{2\pi} \ln \frac{R+a}{R} = 7.3 \cdot 10^{-5} \text{ H}$$

4) $$U_B = \int_{\substack{\text{VOLUME} \\ \text{SOLENOIDE}}} B^2/2\mu_0 \, dV = \frac{\mu_0 N^2 i^2 a}{4\pi} \int_R^{R+a} \frac{dr}{r}$$

$dV = 2\pi r a \, dr$

$$= \frac{\mu_0 N^2 i^2 a}{4\pi} \ln \frac{R+a}{R}$$



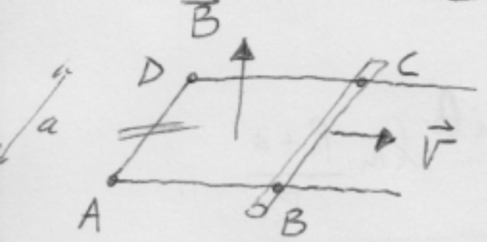
$$= \frac{1}{2} L i^2$$

$$U_B = 1.46 \times 10^{-5} \text{ J}$$

EX 3

1) $\mathcal{E}_i = \oint_{\Gamma_{\text{circuito}}} \vec{E} \cdot d\vec{l} = \oint_{\Gamma} \vec{v} \times B = -vaB$

$\left(\vec{E} = \frac{\vec{F}_{LORENTZ}}{q} = \vec{v} \times \vec{B} \right)$



$\Gamma = ABCD$ $\quad \dots = -\frac{d\Phi(B)}{dt}$

$\mathcal{E}_i$ compare ai lati di CB e vale $\mathcal{E}_i(t) = v(t)Ba$

per $t = t_0$
$v = v_0$ $\quad \mathcal{E}_i(t_0) = v_0 Ba =$

$10 \cdot 0.2 \cdot 5 \cdot 10^{-2} = 0.1\,V$

2) L'origine fisica è la Forza di Lorentz che agisce sui portatori di carica in moto

La legge del flusso di Faraday ne descrive le conseguenze ....

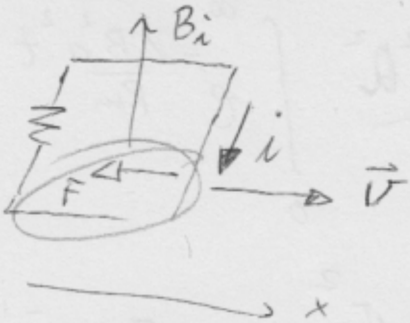
3)

$i = \mathcal{E}_i / R = v(t) \frac{Ba}{R}$

$v(t) \Rightarrow i(t)$

ricavo la legge di variazione della velocità della barretta

F



la corrente indotta scorre in senso orario tale da generare un campo $B_{indotto}$ che si oppone all'aumento di flusso

Sul conduttore agisce la F di LAPLACE

$$dF = i\,dl \times B \longrightarrow F = -iaB = -v(t)\frac{B^2a^2}{R}$$

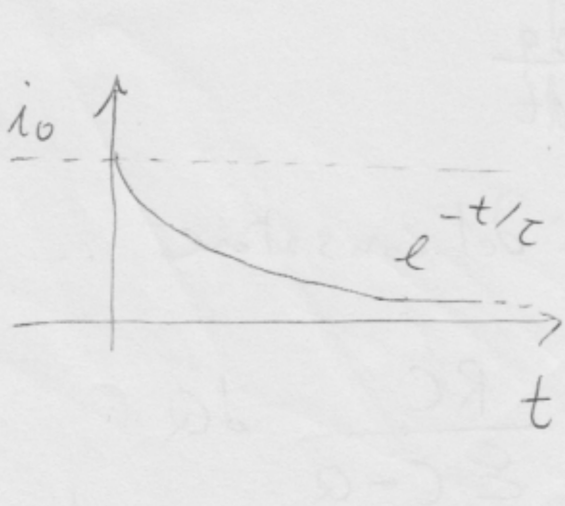
opposta al moto

$$m\frac{dv}{dt} = F \Rightarrow \boxed{\frac{dv}{v} = -\frac{B^2a^2}{Rm}dt}$$

$$v(t) = v_0\, e^{-\frac{B^2a^2}{Rm}t}$$

ponendo $t_0 = 0$, $V(0) = V_0$

$$\Rightarrow i(t) = \underbrace{\frac{V_0Ba}{R}}_{i_0 = i(0)}\, e^{-\frac{B^2a^2}{Rm}t}$$



$$\tau = \frac{Rm}{B^2a^2}$$

Costante di decadimento

~ 500 s

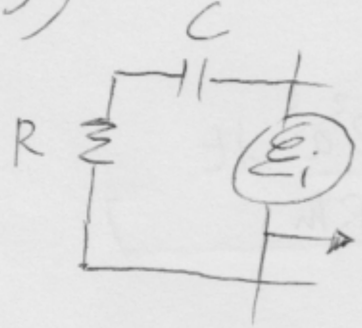
4) $U_{joule} = \int_0^{\infty} R i^2 \, dt = \frac{v_0 B^2 a^2}{R} \int_0^{\infty} e^{-\frac{2B^2a^2 t}{Rm}} \, dt$

tutta l'energia meccanica ($\equiv$ cinetica) della barretta $= \frac{1}{2} m v_0^2 = 5 \cdot 10^{-1}$ J

si dissipa per effetto Joule

---

5)



v_0 COSTANTE $\Longrightarrow$ $\mathcal{E}_i = v_0 B a$ costante

10^{1} V

il circuito equivale a un circuito RC con $\mathcal{E}_0$ costante

generatore f.e.m

legge di Kirchoff :
$$\begin{cases} \mathcal{E}_i - \frac{Q}{C} = R i \\ i = \frac{dq}{dt} \end{cases}$$

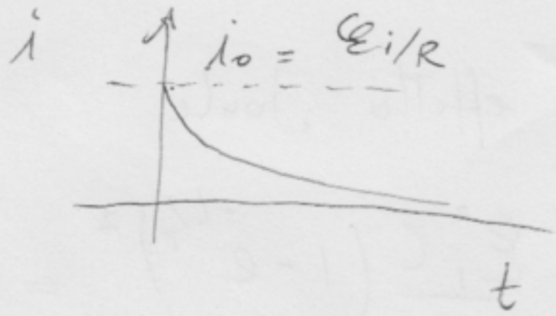
$\frac{Q(t)}{C}$ potenziale ai capi del consatore ...

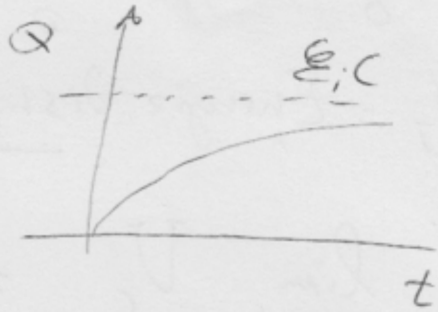
$$\Longrightarrow \quad \underbrace{dt = \frac{RC}{\mathcal{E}_i C - Q} \, dQ}$$

$$Q(t) = \mathcal{E}_i C \left(1 - e^{-t/RC}\right)$$

$$\left| \begin{array}{l} t_0 = 0 \\ Q_0 = Q(0) \end{array} \right.$$

$$i(t) = \frac{dQ}{dt} = \overbrace{\mathcal{E}_{i}/R}^{i_0}\, e^{-t/RC}$$





$$\tau = RC$$

costante di decadimento

$= 50$ ms

per $t \to \infty$

... il circuito equivale a un circuito aperto

e il condensatore è carico $Q_f = \mathcal{E}_i C$

---

6) Potenze

$$\left\{ \begin{array}{l} P_{MEC} = \vec{F} \cdot \vec{v}_0 = \overbrace{iaBv_0}^{\mathcal{E}_i} = \dfrac{\mathcal{E}_i^2}{R} e^{-t/\tau} \\ P_J = R i^2(t) = \cancel{R} \dfrac{\mathcal{E}^2}{R^{\cancel{2}}} e^{-2/\tau} \end{array} \right.$$

$$U_C = \frac{Q^2(t)}{2C} = \frac{\mathcal{E}_i^2 C^{\cancel{2}}}{2\cancel{C}} \left(1 - e^{-t/RC}\right)^2$$

] energia immagazzinata nel C al tempo t

Nel processo intero:

$$- \int_0^\infty P_{MEC}\,dt = \int_0^\infty \frac{\mathcal{E}_i^2}{R} e^{-t/\tau}\,dt = \mathcal{E}_i^2 C$$

U_M = Energia erogata per tenere in moto la barretta

$$- \int_0^\infty P_J\,dt = \int_0^\infty \frac{\mathcal{E}^2}{R} e^{-2t/\tau}\,dt = \frac{\mathcal{E}_i^2 C}{2}$$

U_J = Energia dissipata per effetto Joule

$$- \lim_{t\to\infty} U_C = \lim_{t\to\infty} \frac{\mathcal{E}_i^2 C}{2}\left(1-e^{-t/\tau}\right)^2 = \frac{\mathcal{E}_i^2 C}{2}$$

U_C: Energia immagazzinata nel condensatore

$$\underset{(\equiv \text{generatore})}{U_{mecc}} = U_{Joule} + U_{condensatore}$$

in parti eguali

$$(10^{-1})^2 \cdot 100 \cdot 10^{-5}$$

$$= 1\,\mu W$$

$U_J = 0.5\,\mu W$

$U_C = 0.5\,\mu W$

#