

Tabelle LALR

Costruzione delle tabelle di parsing LALR

Maria Rita Di Berardini

Dipartimento di Matematica e Informatica
Università di Camerino
mariarita.diberardini@unicam.it

Metodo LALR

- Introduciamo l'ultimo metodo di costruzione di tabelle di parsing LR
- Nome: **lookahead-LR** abbreviato in **LALR**
- Questo metodo è usato spesso dato che le tabelle che si ottengono sono sensibilmente più piccole di quelle ottenute con l'LR canonico
- Le tabelle SLR e LALR per una data grammatica hanno sempre lo stesso numero di stati
- Per un linguaggio tipo il Pascal otteniamo una tabella con alcune centinaia di stati per un
- Per lo stesso linguaggio una tabella LR canonica ha alcune migliaia di stati

Idea

- Consideriamo la grammatica utilizzata per illustrare la metodologia LR canonica:

$$S' \rightarrow S$$

$$S \rightarrow CC$$

$$C \rightarrow cC \mid d$$

- Alcuni insiemi di item LR(1) della collezione canonica per questa grammatica soddisfano un'interessante proprietà: stesso insieme di item LR(0) ma diverso simbolo di lookahead (la seconda componente)
- Ad esempio: $I_4 = \{[C \rightarrow d\bullet, c/d]\}$ ed $I_7 = \{[C \rightarrow d\bullet, \$]\}$
- Osserviamo meglio il comportamento di questi due stati durante l'operazione di parsing
- La grammatica genera stringhe della forma $c^n d c^m d$ con $n, m \geq 0$

Parsing della stringa *ccdcd*

	<i>c</i>	<i>d</i>	\$	<i>S</i>	<i>C</i>
<i>s</i> ₀	S3	S4		1	2
<i>s</i> ₁			ACC		
<i>s</i> ₂	S6	S7			5
<i>s</i> ₃	S3	S4			8
<i>s</i> ₄	R3	R3			
<i>s</i> ₅			R1		
<i>s</i> ₆	S6	S7			9
<i>s</i> ₇			R3		
<i>s</i> ₈	R2	R2			
<i>s</i> ₉			R2		

Stack	Input	Azione
<i>s</i> ₀	<i>ccdcd</i> \$	shift S3
<i>s</i> ₀ <i>C</i> <i>s</i> ₃	<i>cdcd</i> \$	shift S3
<i>s</i> ₀ <i>C</i> <i>s</i> ₃ <i>C</i> <i>s</i> ₃	<i>dcd</i> \$	shift S4
<i>s</i> ₀ <i>C</i> <i>s</i> ₃ <i>C</i> <i>s</i> ₃ <i>d</i> <i>s</i> ₄	<i>cd</i> \$	red. <i>C</i> → <i>d</i>
<i>s</i> ₀ <i>C</i> <i>s</i> ₃ <i>c</i> <i>s</i> ₃ <i>C</i> <i>s</i> ₈	<i>cd</i> \$	red. <i>C</i> → <i>cC</i>
<i>s</i> ₀ <i>c</i> <i>s</i> ₃ <i>C</i> <i>s</i> ₈	<i>cd</i> \$	red. <i>C</i> → <i>cC</i>
<i>s</i> ₀ <i>C</i> <i>s</i> ₂	<i>cd</i> \$	shift S6
<i>s</i> ₀ <i>C</i> <i>s</i> ₂ <i>c</i> <i>s</i> ₆	<i>d</i> \$	shift S7
<i>s</i> ₀ <i>C</i> <i>s</i> ₂ <i>c</i> <i>s</i> ₆ <i>d</i> <i>s</i> ₇	\$	red. <i>C</i> → <i>d</i>
<i>s</i> ₀ <i>C</i> <i>s</i> ₂ <i>c</i> <i>s</i> ₆ <i>C</i> <i>s</i> ₉	\$	red. <i>C</i> → <i>cC</i>
<i>s</i> ₀ <i>C</i> <i>s</i> ₂ <i>C</i> <i>s</i> ₅	\$	red. <i>S</i> → <i>CC</i>
<i>s</i> ₀ <i>S</i> <i>s</i> ₁	\$	acc

Idea

- Durante la lettura di un input $c^n d c^m d$ il parser shifta nello stack il primo gruppo di c ed infine la prima d arrivando nello stato s_4
- A questo punto il parser ordina una riduzione in base alla produzione $C \rightarrow d$ se il prossimo simbolo input è una c o una d
- Giusto: una stringa della forma $c^m d$, con $m \geq 0$ può cominciare sia con c che con d
- D'altra parte se la prima d è seguita dal $\$$ il parser deve segnalare un errore: la stringa ccd non appartiene al linguaggio generato dalla grammatica
- Infatti il parser segnala un errore se nello stato s_4 legge un $\$$

Idea

- Dopo la prima d il parser appila il secondo gruppo di c e quindi la seconda d entrando infine nello stato s_7
- A questo punto il simbolo di input deve essere $\$$ altrimenti la stringa data non è nel linguaggio (errore)
- IL parser nello stato s_7 ordina una riduzione in base alla produzione $C \rightarrow d$ se il prossimo simbolo in input è il $\$$ e un errore se il prossimo simbolo in input è una c o una d

Idea

- Cosa succede se rimpiazziamo gli insiemi di item $I_4 = \{[C \rightarrow d\bullet, c/d]\}$ ed $I_7 = \{[C \rightarrow d\bullet, \$]\}$ con un unico insieme $I_{47} = \{[C \rightarrow d\bullet, c/d/\$]\}$
- Le azioni dello stato corrispondente s_{47} sono “riduci per ogni simbolo in input”
- Dobbiamo modificare anche la goto tenendo conto del fatto che $goto(I_0, d) = I_4$, $goto(I_2, d) = I_7$, $goto(I_3, c) = I_4$ e $goto(I_6, c) = I_7$
- Otteniamo $goto(I_0, d) = goto(I_2, d) = goto(I_3, c) = goto(I_6, c) = I_{47}$
- Il parser così modificato si comporta quasi allo stesso modo di quello originario
- Potrebbe ridurre in alcune circostanze in cui il parser originario avrebbe segnalato un errore, ad esempio ccd o ccddc
- L'errore viene rilevato in una fase successiva e comunque prima che venga shiftato il prossimo simbolo terminale sullo stack

Parsing della stringa *ccdcd*

	<i>c</i>	<i>d</i>	\$	<i>S</i>	<i>C</i>
s_0	S3	S47		1	2
s_1			ACC		
s_2	S6	S47			5
s_3	S3	S47			8
s_{47}	R3	R3	R3		
s_5			R1		
s_6	S6	S47			9
s_8	R2	R2			
s_9			R2		

Stack	Input	Azione
s_0	<i>ccdcd</i> \$	shift S3
$s_0 C s_3$	<i>cdcd</i> \$	shift S3
$s_0 C s_3 C s_3$	<i>dcd</i> \$	shift S47
$s_0 C s_3 C s_3 ds_{47}$	<i>cd</i> \$	red. $C \rightarrow d$
$s_0 C s_3 c s_3 Cs_8$	<i>cd</i> \$	red. $C \rightarrow cC$
$s_0 c s_3 Cs_8$	<i>cd</i> \$	red. $C \rightarrow cC$
$s_0 Cs_2$	<i>cd</i> \$	shift S6
$s_0 Cs_2 c s_6$	<i>d</i> \$	shift S47
$s_0 Cs_2 c s_6 d s_{47}$	\$	red. $C \rightarrow d$
$s_0 Cs_2 c s_6 c s_9$	\$	red. $C \rightarrow cC$
$s_0 Cs_2 Cs_5$	\$	red. $S \rightarrow CC$
$s_0 Ss_1$	\$	acc

Parsing della stringa *ccd*

	<i>c</i>	<i>d</i>	\$	<i>S</i>	<i>C</i>
s_0	S3	S47		1	2
s_1			ACC		
s_2	S6	S47			5
s_3	S3	S47			8
s_{47}	R3	R3	R3		
s_5			R1		
s_6	S6	S47			9
s_8	R2	R2			
s_9			R2		

Stack	Input	Azione
s_0	<i>ccd</i> \$	shift S3
$s_0 C s_3$	<i>cd</i> \$	shift S3
$s_0 C s_3 C s_3$	<i>d</i> \$	shift S47
$s_0 C s_3 C s_3$ <i>ds</i> ₄₇	\$	red. $C \rightarrow d$
$s_0 C s_3 C s_3 C s_8$	\$	errore

In generale

- Cerchiamo insieme di item con **core** comune
- Il core di un insieme di item LR(1) è determinato dall'insieme delle loro prime componenti; in generale è un insieme di item LR(0)
- E li fondiamo in un unico insieme
- Nell'esempio precedente gli insiemi I_4 ed I_4 , con core $C \rightarrow d\bullet$, vengono fusi in un unico item I_{47}
- $I_3 = \{[C \rightarrow c\bullet C, c/d], [C \rightarrow \bullet cC, c/d], [C \rightarrow \bullet d, c/d]\}$ ed $I_6 = \{[C \rightarrow c\bullet C, \$], [C \rightarrow \bullet cC, \$], [C \rightarrow \bullet d, \$]\}$ vengono fusi in $I_{36} = \{[C \rightarrow c\bullet C, c/d/\$], [C \rightarrow \bullet cC, c/d/\$], [C \rightarrow \bullet d, c/d/\$]\}$
- $I_8 = \{[C \rightarrow cC\bullet, c/d]\}$ ed $I_9 = \{[C \rightarrow cC\bullet, \$]\}$ vengono fusi in $I_{89} = \{[C \rightarrow cC\bullet, c/d/\$]\}$

La goto di insiemi accorpati

- La goto di insiemi accorpati restituisce insiemi accorpati; esempio:

$$\text{goto}(l_3, C) = l_8$$

$$\text{goto}(l_6, C) = l_9 \implies \text{goto}(l_{36}, C) = l_{89}$$

$$\text{goto}(l_3, c) = l_3$$

$$\text{goto}(l_6, c) = l_6 \implies \text{goto}(l_{36}, c) = l_{36}$$

$$\text{goto}(l_3, d) = l_4$$

$$\text{goto}(l_6, d) = l_7 \implies \text{goto}(l_{36}, d) = l_{47}$$

- Questo dipende essenzialmente dal fatto che il core di $\text{goto}(l, X)$ è determinato dal core di l
- L'operazione di fusione degli insiemi di item con core comune comporta la creazione di una collezione canonica diversa e quindi la costruzione di una tabella diversa

Conseguenze

- Supponiamo di avere una grammatica LR(1)
- La sua collezione canonica di item LR(1) non produce conflitti
- Se accorpiamo gli insiemi di item con core comune ci potremmo aspettare che i nuovi item producano dei conflitti
- In realtà non è così almeno per quanto riguarda i conflitti shift-reduce

Conseguenze

- Supponiamo di avere un conflitto shift-reduce in uno stato accorpato I_{jk}
- La presenza di questo conflitto ci dice che I_{jk} deve contenere due item della forma:

$$\begin{array}{ll} [A \rightarrow \alpha \bullet, a] & \text{action}[s_{jk}, a] = \text{red. } A \rightarrow \alpha \\ [A \rightarrow \beta \bullet a\gamma, b] & \text{action}[s_{jk}, a] = \text{shift} \end{array}$$

- Se $[A \rightarrow \alpha \bullet, a] \in I_{jk}$ allora $[A \rightarrow \alpha \bullet, a]$ deve appartenere ad uno degli insiemi originari, diciamo I_j
- Dato che I_{jk} è stato ottenuto fondendo insiemi con core comune I_j deve anche contenere un item della forma $[A \rightarrow \beta \bullet a\gamma, c]$ (prima componente uguale, la seconda può anche essere diversa)
- Ma se i entrambi gli item $[A \rightarrow \alpha \bullet, a]$ e $[A \rightarrow \beta \bullet a\gamma, c]$ sono in I_j , allora lo stesso conflitto c'è anche sull'insieme di item LR(1) di partenza
- Il che contraddice l'ipotesi di partenza

Conflitti reduce/reduce

- È possibile che l'accorpamento provochi conflitti reduce/reduce; consideramo la seguente grammatica LR(1) :

$$S' \rightarrow S$$

$$S \rightarrow aAd \mid bBd \mid aBe \mid bAe$$

$$A \rightarrow c$$

$$B \rightarrow c$$

genera le stringhe *acd*, *bcd*, *ace*, *bce*

- Costruendo la collezione canonica LR(1) identifichiamo gli insiemi di item $\{[A \rightarrow c\bullet, d], [B \rightarrow c\bullet, e]\}$ e $\{[A \rightarrow c\bullet, e], [B \rightarrow c\bullet, d]\}$
- Che accorpati producono: $\{[A \rightarrow c\bullet, d/e], [B \rightarrow c\bullet, d/e]\}$
- Conflitto reduce/reduce: sui simboli in input *d* ed *e* viene indicato di ridurre sia con $A \rightarrow c$ che con $B \rightarrow c$
- La grammatica è LR ma non LALR

Costruzione della tabella LALR

- Esistono due metodi
- Il primo è basato sulla costruzione preliminare della collezione canonica LR(1)
- È il più semplice ma anche il più costoso
- Il secondo genera direttamente gli stati del parser LALR senza passare per gli stati del parser LR
- Vediamo solo la prima metodologia che si basa sull'accorpamento di insiemi di item LR(1) con core comune

Algoritmo

- Input: una grammatica G' aumentata
- Output: la tabella di parsing LALR

1. Costruisci la collezione canonica di item LR(1) $C = \{I_0, I_1, \dots, I_n\}$
2. Identifica e accorpa tutti gli insiemi di item con core comune. Il risultato di questa operazione è una nuova collezione
 $C' = \{J_0, J_1, \dots, J_m\}$
3. I valori della tabella nella parte action per lo stato s_k sono costruiti a partire dall'insieme J_k utilizzando lo stesso algoritmo visto per la costruzione della tabella LR canonica. Se ci sono conflitti allora la grammatica non è LALR(1)

Algoritmo

4. La parte goto della tabella è costruita come segue:

- sia J_k l'unione di insiemi di item LR(1): $J_k = I_1 \cup I_2 \cup \dots \cup I_j$
- dal fatto che $I_1, I_2 \dots I_j$ sono stati accorpati in un unico insieme possiamo dedurre che $I_1, I_2 \dots I_j$ hanno lo stesso core
- e, quindi, anche $goto(I_1, X), goto(I_2, X), \dots goto(I_j, X)$ hanno lo stesso core
- sia K il core degli insiemi $goto(I_1, X), goto(I_2, X), \dots goto(I_j, X)$
- poniamo $goto(J, X) = K$

Idea

- Riprendiamo la grammatica

$$S' \rightarrow S$$

$$S \rightarrow CC$$

$$C \rightarrow cC \mid d$$

- Abbiamo accorpato gli insiemi I_4 e I_7 , I_3 e I_6 ed I_8 e I_9 ottenendo:

$$I_{47} = \{[C \rightarrow d\bullet, c/d/\$]\}$$

$$I_{36} = \{[C \rightarrow c\bullet C, c/d/\$], [C \rightarrow \bullet cC, c/d/\$], [C \rightarrow \bullet d, c/d/\$]\}$$

$$I_{89} = \{[C \rightarrow cC\bullet, c/d/\$]\}$$

Inoltre:

$$goto(I_{36}, C) = I_{89}$$

$$goto(I_{36}, c) = I_{36}$$

$$goto(I_{36}, d) = I_{47}$$

La tabella di parsing

	<i>c</i>	<i>d</i>	\$	<i>S</i>	<i>C</i>
s_0	S3	S4		1	2
s_1			ACC		
s_2	S6	S7			5
s_3	S3	S4			8
s_4	R3	R3			
s_5			R1		
s_6	S6	S7			9
s_7			R3		
s_8	R2	R2			
s_9			R2		

	<i>c</i>	<i>d</i>	\$	<i>S</i>	<i>C</i>
s_0	S36	S47		1	2
s_1			ACC		
s_2	S36	S47			5
s_{36}	S36	S47			98
s_{47}	R3	R3	R3		
s_5			R1		
s_{89}	R2	R2	R2		

Considerazioni finali

- Se presentiamo al parser LALR una stringa sintatticamente corretta (nel nostro esempio una stringa di `ccdcd`) esso esegue esattamente le stesse mosse del parser LR canonico
- Se presentiamo una stringa che non appartiene al linguaggio i due parser hanno un comportamento differente, ma entrambi segnalano l'errore
- Vedere l'esempio del parsing della stringa `ccd` qualche slide fa