DEFINIZIONI RICORRENTI NEGLI ESAMI

Autovalore: Uno scalare $\lambda \in$K(campo)tale che esista $0 \neq v \in$Kn per cui sia verificata l'uguaglianza Av=λv si dice autovalore di A relativo a λ

Autovettore: Se $\lambda \in$K è un autovalore di A, ogni vettore v diverso

da 0 appartenente a Kn per cui Av= λv si dice un autovettore di A relativo a λ.

Autospazio: se λ appartenente a K è un autovalore di A, il massimo sottospazio

di Kn su cui fA equivale alla moltiplicazione per λ si dice autospazio di A relativo a λ e si indica con Ea(λ).

Sottospazi Fondamentali

C(A) Spazio delle colonne di A.
Sottospazio di Cn generato dai vettori colonna di A
Corrisponde con l'Immagine di A

N(A) Spazio nullo di A
Sottospazio di Cn formato dalle soluzioni del sistema Ax=0

Teorema Nullita' piu Rango

Il numero delle colonne di una matrice e' uguale alla dimensione dello spazio nullo piu il rango

n=DimN(A) + rKA

Polinomio Caratteristico

Sia A una matrice quadrata a valori in un campo K. Il polinomio caratteristico di A nella variabile x è il polinomio definito nel modo seguente:

$$p_A(x) = \det(A - xI)$$

cioè è il determinante della matrice $A - xI$, ottenuta sommando A e $-xI$. Qui I denota la matrice identità, avente la stessa dimensione di A, e quindi $-xI$ è la matrice diagonale avente il valore $-x$ su ciascuna delle *n* caselle della diagonale principale.{Il polinomio e di grado pari alla dimensione dello spazio vettoriale}

In particolare, x è autovalore di A se e solo se è radice del suo polinomio caratteristico.

Matrice Diagonalizzabile

A è una matrice quadrata di ordine n. A è diagonalizzabile se è simile a una matrice diagonale D di ordine n.

A=S^-1DS

La matrice D diagonale è formata dagli autovalori(ripetuti per la loro molteplicità) e invece in S mettiamo i corrispondenti autovettori.

Se A è una matrice quadrata di ordine *n* e ammette esattamente *n* autovalori distinti allora A è diagonalizzabile.

Condizioni Nec. e Suf.

1) Il numero degli autovalori(contati con la loro molteplicità) sia pari all'ordine della matrice
2) La molteplicità algebrica coincida con la relativa molteplicità geometrica

Iniettività	**surriettività**
N(A)={0}	Im(A)=V[Spazio vettoriale]

RANGO = il rango di una matrice A e' la dimensione dello spazio delle colonne e si chiama rango di A . Viene indicato con rkA .

INVERSA BILATERA = data A una matrice m x n , se A ha sia inversa destra R che inversa sinistra L allora R=L. Ne consegue che R=L e' l'unica inversa di A.

INVERSA DESTRA = data la matrice A m x n, si chiama inversa destra di A una matrice R tale che AR=Im. La matrice A avra' inversa destra se il sistema lineare Ax=b ammette almeno una soluzione , se per A vale che m<=n e se A ha rango m.

INVERSA SINISTRA =data la matrice A m x n, si chiama inversa sinistra di A una matrice L tale che LA=In. La matrice A avra' inversa sinistra se il sistema lineare

Ax=b ammette al piu’ una soluzione, se per A vale che m>=n , se A ha rango n e se la matrice AHA e’ invertibile .

MOLTEPLICITA’ GEOMETRICA = si definisce molteplicita’ geometrica di B e si indica con *mg*(B) la dimensione dell’autospazio relativo a B ovvero il numero di vettori linearmente indipendenti relativi all’autovalore B.

MOLTEPLICITA’ ALGEBRICA = si definisce molteplicita’ algebrica dell’autovalore B e si indica con *ma*(B) il numero che esprime quante volte l’autovalore annulla il polinomio caratteristico.

APPLICAZIONE LINEARE = siano V e W spazi vettoriali e sia $f : V \to W$ un’applicazione lineare di dominio V e codominio W. Diremo che f e’ un’applicazione lineare se :

1. per ogni v1, v2 □ V , f(v1+v2) = f(v1) + f(v2) ;
2. per ogni v □ V e ogni scalare Ɣ, f(Ɣv) = Ɣf(v).

Insieme di vettori linearmente indipendenti un insieme di vettori é linearmente indipendente quando la combinazione lineare dei vettori si annulla solamente per scalari tutti uguali a zero. Per convenzione anche l’insieme vuoto è linearmente indipendente.

Insieme di generatori un insieme finito di vettori A nello spazio vettoriale V si dice insieme di generatori di V se ogni vettore di V si può scrivere come combinazione lineare dei vettori dell’insieme A

Spazio vettoriale finitamente generato lo spazio vettoriale V è finitamente generato se ammette un numero finito di generatori

Base di uno spazio vettoriale finitamente generato un insieme A di vettori di V si dice base di V se è un insieme di generatori ed è linearmente indipendente

Base ordinata una base ordinata è una n-pla ordinata di vettori a cui non si può scambiare l’ordine. Ad ogni vettore dello spazio vettoriale sarà associata un’unica n-pla di scalari. grazie ad una base ordinata possiamo definire ciascun vettore dello spazio vettoriale in modo unico.

Prodotto interno sia V uno spazio vettoriale. Si chiama prodotto interno su V ogni funzione $(\circ|\circ):VxV \rightarrow C$ che soddisfi le seguenti proprietà:

1) $(v|w)=(v|w)$

   per $\forall$ $v,w \in V$

2) $(v|\alpha w+\beta z)=\alpha (v|w)+\beta (v|w)$

   per $\forall$ $v,w \in V$ e per $\forall$ $\alpha,\beta \in C$

3) $(v|v) \in R>0$ con $v \neq 0$

Matrici simili due matrici $A, B \in M_n(R)$ sono simili se esiste una matrice invertibile $C \in M_n(R)$ tale che $A = C^{-1}BC$.