Leonardo Ballini VR407539 28/11/2018

Es 1)

$L_0 = 1^{2n} 0^{3n}$

PL $z = 1^{2n} 0^{3n}$

$z = uvw$

$|z| \geq n$

$|uv| \leq n$

$|v| \geq 1$

$1^{2n-|v|} + 1^{|v| \cdot i} \, 0^{3n}$

$\frac{2n - |v| + |v| \cdot i}{2} = \frac{3n}{3}$

pongo $i = 3$

$\frac{2n + 2|v|}{2} = \frac{3n}{3} =$

$= \quad n + |v| = n$

$|v| = 0$ impossibile poiché $|v| \geq 1$

Grammatica

$S \to 11S000 \mid \varepsilon$

Dimostrazione

$G \xrightarrow{*} x \to x \in L$

CASI BASE

$G \xrightarrow{1} \varepsilon$ ✓ $\qquad G \xrightarrow{1} 11000$ ✓

CASO INDUTTIVO

se $G \xrightarrow{k} x \mid x \in L$

$x = 1^{2n} 0^{3n} \qquad G \xrightarrow{k-1} 1^{2n} S 0^{3n} \qquad G \xrightarrow{k} 1^{2n} 11 S 000 0^{3n}$

$G \xrightarrow{k+1} 1^{2(n+1)} 0^{3(n+1)}$

$x \in \mathcal{L} \to G \xrightarrow{*} x$

CASI BASE

$x = \varepsilon \quad S \to \varepsilon$ ✓

$x = 11000 \quad S \to 11S000 \quad S \to 11000$ ✓

INDUTTIVO

Se $\forall x \mid |x| \leq h \quad G \xrightarrow{*} x$

$x = 1^{2n} 0^{3n}$

x successivo $= 1^{2(n+1)} 0^{3(n+1)}$

$G \xrightarrow{*} 1^{2n} 0^{3n} \quad G \xrightarrow{*} 1^{2n} S 0^{3n} \quad G \xrightarrow{*} 1^{2n} 11 S 000 0^{3n}$

$G \xrightarrow{*} 1^{2(n+1)} 0^{3(n+1)}$

$L_1 = 0 1^{2n+2} 0^{3n} = 0 1^{2n} 1^{2} 0^{3n}$

$L_2 = 0^2 1^{2n+4} 0^{3n} = 0^2 1^{2n} 1^{4} 0^{3n}$

Noto che i linguaggi successivi differiscono da L_0 solo per una quantità finita e nota a priori di caratteri. Dunque sono CF anche loro.

La grammatica generale di L_m è

$S \to 0^m A$

$A \to 11A000 \mid 1^{2m}$

Es 2)

$L = \{0^m 1^{2(m+n)} 0^{3n} \mid n, m \in \mathbb{N}\}$

$= \{0^m 1^{2m} 1^{2n} 0^{3n} \mid n, m \in \mathbb{N}\}$

PL

$z = 0^k 1^{2k} 1^{2n} 0^{3n}$

$|z| \geq k$

$z = uvw$

$|uv| \leq k$

$|v| \geq 1$

$z = 0^{k-|v|} 0^{|v| \cdot i} 1^{2k} 1^{2n} 0^{3n}$

$|0^{k-|v|} 0^{|v| \cdot i}| = \frac{|1^{2k}|}{2}$

$k - |v| + |v| \cdot i = k$

e L_0

di caratteri.

pongo $i = 2$

$k + |v| = k$

$|v| = 0$ impossibile $|v| \geq 1$

L è CF, esiste infatti la grammatica

$S \to AB$

$A \to 0A11 \mid \varepsilon$

$B \to 11B000 \mid \varepsilon$

DIMOSTRAZIONE

$G \xrightarrow{*} x \to x \in L$

CASI BASE

$G \xrightarrow{3} \varepsilon$ ✓ $G \xrightarrow{4} 011$ ✓ $G \xrightarrow{5} 01111000$ ✓

$G \xrightarrow{4} 11000$ ✓

CASO INDUTTIVO

se $G \xrightarrow{k} x \land x \in \mathcal{L}$

$x = 0^m 1^{2m} 1^{2n} 0^{3n}$

$G \xrightarrow{k} 0^m 1^{2m} 1^{2n} 0^{3n}$

caso 1) $G \xrightarrow{k-1} 0^m 1^{2m} 1^{2n} B 0^{3n}$ $\quad G \xrightarrow{k} 0^m 1^{2m} 1^{2n} 11B000\, 0^{3n}$

$G \xrightarrow{k+1} 0^m 1^{2m} 1^{2(n+1)} 0^{3(n+1)}$ ✓

caso 2) $G \xrightarrow{k-1} 0^m A 1^{2m} 1^{2n} 0^{3n}$ $\quad G \xrightarrow{k} 0^m 0A11 1^{2m} 1^{2n} 0^{3n}$

$G \xrightarrow{k+1} 0^{m+1} 1^{2(m+1)} 1^{2n} 0^{3n}$ ✓

$x \in \mathcal{L} \rightarrow G \xrightarrow{*} x$

CASO BASE

$x = \varepsilon$ $\quad S \rightarrow AB \rightarrow \varepsilon B \rightarrow \varepsilon$ ✓

$x = 011$ $\quad S \rightarrow AB \rightarrow 011B \rightarrow 011$ ✓

$x = 11000$ $\quad S \rightarrow AB \rightarrow B \rightarrow 11000$ ✓

CASO INDUTTIVO

se $\forall x \; |x| \leq n \rightarrow G \xrightarrow{*} x$

$x = 0^m 1^{2m} 1^{2n} 0^{3n}$

la stringa con dimensione successiva può essere

1) $0^{m+1} 1^{2(m+1)} 1^{2n} 0^{3n}$

$S \xrightarrow{*} 0^m 1^{2m} 1^{2n} 0^{3n}$ $\quad S \xrightarrow{*} 0^m A 1^{2m} 1^{2n} 0^{3n}$ $\quad S \xrightarrow{*} 0^m 0A11 1^{2m} 1^{2n} 0^{3n}$

$S \rightarrow 0^{m+1} 1^{2(m+1)} 1^{2n} 0^{3n}$

2) $0^m 1^{2m} 1^{2(n+1)} 0^{3(n+1)}$

$S \xrightarrow{*} 0^m 1^{2m} 1^{2n} 0^{3n}$ $\quad S \xrightarrow{*} 0^m 1^{2m} 1^{2n} B 0^{3n}$ $\quad S \xrightarrow{*} 0^m 1^{2m} 1^{2n} 11B000\, 0^{3n}$

$S \xrightarrow{*} 0^m 1^{2m} 1^{2(n+1)} 0^{3(n+1)}$

Es 3) Leonardo Ballini VR407539 28/11/2018

Noto che $L = \{0^n 1^m 0^{3n} \mid n,m \in \mathbb{N}\}$ impone che la prima sequenza di zeri sia lunga un terzo della seconda.
Applicando tale restrizione al linguaggio L ottengo che $H = \{0^n 1^{4n} 0^{3n} \mid n \in \mathbb{N}\}$
Osservo come il linguaggio mi richieda di fare un confronto fra tre numeri, operazione che non sono in grado di fare con un automa a pila. procedo dunque con il PL per i CF.

$z = 0^n 1^{4n} 0^{3n}$

$|z| \geq n$

$z = uvwxy$

$|vwx| \leq n$

$|vx| \geq 1$

Dato che $|vwx| \leq n$ il pompaggio non potrà mai interessare entrambe le sequenze di "0" e la sequenza di "1" contemporaneamente.
Per questo motivo, ponendo $i = 2$, sono in grado di uscire dal linguaggio per ogni possibile suddivisione.
Quindi H è non CF.