Lezione 6

Preferenze Rivelate

Analisi delle preferenze rivelate

- Supponiamo di osservare le scelte di consumo che fa un consumatore per diversi vincoli di bilancio. Questo ci rivela informazioni sulle preferenze del consumatore. Possiamo usare queste informazioni per...

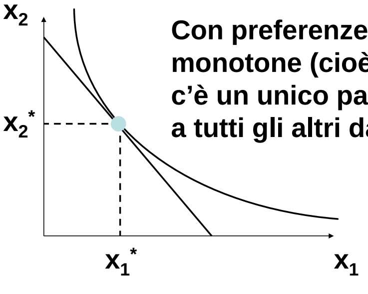
Analisi delle preferenze rivelate

- Testare l'ipotesi che il consumatore sceglie il paniere preferito fra quelli disponibili.
- Scoprire la struttura delle preferenze del consumatore.

Assunzioni sulle preferenze

- Preferenze
  - Non cambiano mentre si raccolgono i dati sulle scelte.
  - Sono strettamente convesse.
  - Sono monotone.
- Insieme, convessità e monotonicità implicano che il paniere preferito è sempre uno solo dato il reddito.

Assunzioni sulle preferenze

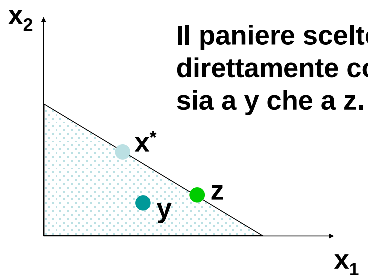


Con preferenze convesse e monotone (cioè well-behaved) c'è un unico paniere preferito a tutti gli altri dato il vincolo.

Rivelazione diretta

- Supponiamo che il paniere x^* sia scelto quando anche il paniere y è consentito dal vincolo. Allora x^* si rivela direttamente come preferito a y (altrimenti si sarebbe scelto y).

Rivelazione diretta



Il paniere scelto x^* si rivela direttamente come preferito sia a y che a z.

Rivelazione diretta

- Il fatto che x si riveli direttamente preferito a y si denota con:

$$x \succ_D y.$$

Rivelazione indiretta

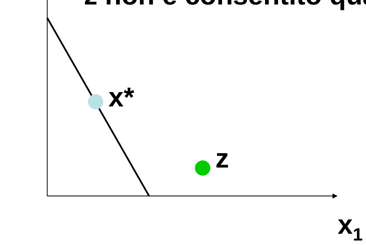
- Supponiamo che x si riveli direttamente preferito a y, e y si riveli direttamente preferito a z. Allora, per la proprietà della transitività, x è rivelato indirettamente preferito a z. Denotiamo questo con:

$$x \succ_I z$$

$$x \succ_D y \quad e \quad y \succ_D z \;\Rightarrow\; x \succ_I z.$$

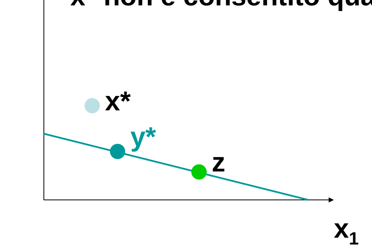
Rivelazione indiretta

z non è consentito quando x* è scelto



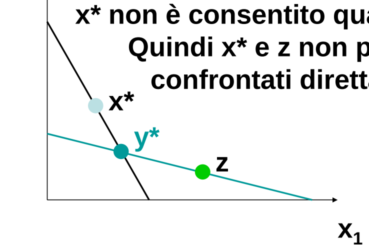
Rivelazione indiretta

x* non è consentito quando y* è scelto

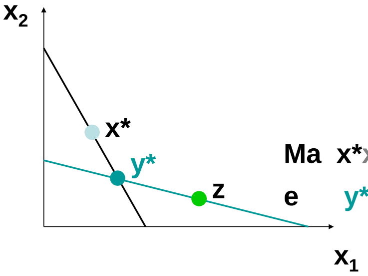


Rivelazione indiretta

z non è consentito quando x* è scelto
x* non è consentito quando y* è scelto
Quindi x* e z non possono essere confrontati direttamente.



Rivelazione indiretta



Ma $x^* \succ_D y^*$

e $y^* \succ_D z$

quindi $x^* \succ_I z$.

Assiomi delle preferenze rivelate

- Per applicare l'analisi delle preferenze rivelate, le scelte devono soddisfare due criteri: l'Assioma Debole e l'Assioma Forte delle Preferenze Rivelate.

L'assioma debole (WARP)

- Se il paniere x si rivela direttamente preferito a y allora non può essere che il paniere y si riveli direttamente preferito a x; cioè

$$x \succ_D y \Rightarrow \text{non } (y \succ_D x).$$

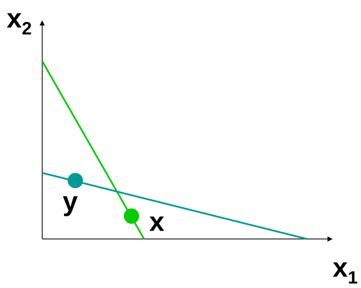
L'assioma debole (WARP)

- Scelte che violano la WARP sono inconsistenti con la razionalità economica.
- La WARP è una condizione necessaria per applicare la razionalità economica per spiegare le scelte osservate.

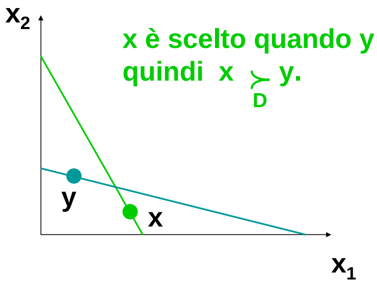
L'assioma debole (WARP)

- Quali scelte violano la WARP?

L'assioma debole (WARP)

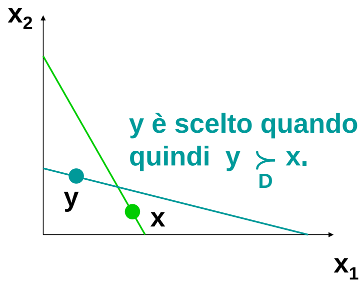


L’assioma debole (WARP)



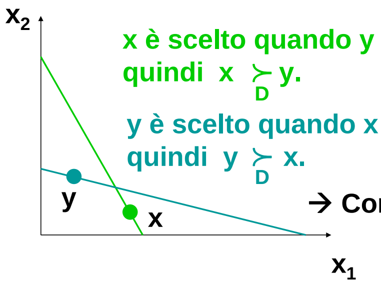
x è scelto quando y è disponibile
quindi x $\succ_D$ y.

L’assioma debole (WARP)



y è scelto quando x è disponibile
quindi y $\succ_D$ x.

L’assioma debole (WARP)



x è scelto quando y è disponibile
quindi x $\succ_D$ y.

y è scelto quando x è disponibile
quindi y $\succ_D$ x.

→ **Contraddizione!**

Quando i dati violano la WARP

- Un consumatore compie le seguenti scelte:
  - Con prezzi (p_1,p_2)=($2,$2) ha scelto (x_1,x_2) = (10,1).
  - Con prezzi (p_1,p_2)=($2,$1) ha scelto (x_1,x_2) = (5,5).
  - Con prezzi (p_1,p_2)=($1,$2) ha scelto (x_1,x_2) = (5,4).
- C’è stata violazione della WARP?

Quando i dati violano la WARP

Choices / Prices	(10, 1)	(5, 5)	(5, 4)
($2, $2)	$22	$20	$18
($2, $1)	$21	$15	$14
($1, $2)	$12	$15	$13

Quando i dati violano la WARP

Choices / Prices	(10, 1)	(5, 5)	(5, 4)
($2, $2)	$22	$20	$18
($2, $1)	$21	$15	$14
($1, $2)	$12	$15	$13

I numeri in rosso sono i costi dei panieri scelti

Quando i dati violano la WARP

Prices \ Choices	(10, 1)	(5, 5)	(5, 4)
(\$2, \$2)	\$22	\$20	\$18
(\$2, \$1)	\$21	\$15	\$14
(\$1, \$2)	\$12	\$15	\$13

I cerchi evidenziano panieri consentiti che non sono stati scelti.

Quando i dati violano la WARP

Prices \ Choices	(10,1)	(5,5)	(5,4)
(\$2,\$2)	\$22	\$20	\$18
(\$2,\$1)	\$21	\$15	\$14
(\$1,\$2)	\$12	\$15	\$13

	(10, 1)	(5, 5)	(5, 4)
(10,1)		D	D
(5, 5)			D
(5,4)	D		

Quando i dati violano la WARP

Prices \ Choices	(10,1)	(5,5)	(5,4)
(\$2,\$2)	\$22	\$20	\$18
(\$2,\$1)	\$21	\$15	\$14
(\$1,\$2)	\$12	\$15	\$13

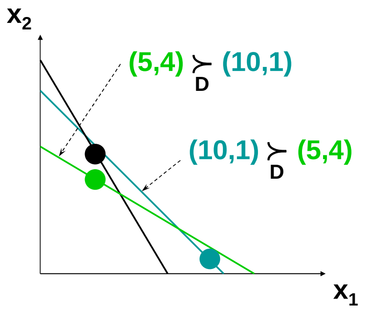
	(10, 1)	(5, 5)	(5, 4)
(10,1)		D	D
(5, 5)			D
(5,4)	D		

Quando i dati violano la WARP

(10,1) si rivela dirett. preferito a (5,4), ma (5,4) si rivela dirett. preferito a (10,1), quindi la WARP è violata dai dati.

	(10, 1)	(5, 5)	(5, 4)
(10,1)		D	D
(5, 5)			D
(5,4)	D		

Quando i dati violano la WARP



L'assioma forte (SARP)

- Se il paniere x si rivela (direttamente o indirettamente) preferito al paniere y e x ≠ y, allora y non può rivelarsi (direttamente o indirettamente) preferito a x; cioè

$$x \succ_D y \text{ or } x \succ_I y$$

➡ **not ($y \succ_D x$ or $y \succ_I x$).**

L'assioma forte (SARP)

- Quali scelte soddisfano la WARP ma non la SARP?

L'assioma forte (SARP)

- Considiamo i seguenti dati:

A: $(p_1,p_2,p_3) = (1,3,10)$ & $(x_1,x_2,x_3) = (3,1,4)$

B: $(p_1,p_2,p_3) = (4,3,6)$ & $(x_1,x_2,x_3) = (2,5,3)$

C: $(p_1,p_2,p_3) = (1,1,5)$ & $(x_1,x_2,x_3) = (4,4,3)$

L'assioma forte (SARP)

A: ($1,$3,$10)
(3,1,4).

B: ($4,$3,$6)
(2,5,3).

C: ($1,$1,$5)
(4,4,3).

Choice / Prices	A	B	C
A	$46	$47	$46
B	$39	$41	$46
C	$24	$22	$23

L'assioma forte (SARP)

Choices / Prices	A	B	C
A	$46	$47	$46
B	$39	$41	$46
C	$24	$22	$23

L'assioma forte (SARP)

Choices / Prices	A	B	C
A	$46	$47	$46
B	$39	$41	$46
C	$24	$22	$23

Nella situazione A il paniere A si rivela direttamente preferito al paniere C, cioè
$A \succ_D C$.

L'assioma forte (SARP)

Choices / Prices	A	B	C
A	$46	$47	$46
B	$39	$41	$46
C	$24	$22	$23

Nella situazione B il paniere B si rivela direttamente preferito al paniere A, cioè
$B \succ_D A$.

L'assioma forte (SARP)

Choices / Prices	A	B	C
A	$46	$47	$46
B	$39	$41	$46
C	$24	$22	$23

Nella situazione C il paniere C si rivela direttamente preferito al paniere B, cioè
$C \succ_D B$.

L'assioma forte (SARP)

Choices / Prices	A	B	C
A	$46	$47	$46
B	$39	$41	$46
C	$24	$22	$23

	A	B	C
A			D
B	D		
C		D	

L'assioma forte (SARP)

Choices / Prices	A	B	C
A	$46	$47	$46
B	$39	$41	$46
C	$24	$22	$23

	A	B	C
A			D
B	D		
C		D	

I dati non violano la WARP.

L'assioma forte (SARP)

Abbiamo che

$A \succ_D C$, $B \succ_D A$ e $C \succ_D B$

quindi, per transitività,

$A \succ_I B$, $B \succ_I C$ e $C \succ_I A$.

	A	B	C
A			D
B	D		
C		D	

I dati non violano la WARP ma ...

L'assioma forte (SARP)

A direttt. preferito a C

C direttt. preferito a B

→A indirett. preferito a B ... (I)

	A	B	C
A		I	D
B	D		I
C	I	D	

L'assioma forte (SARP)

$B \succ_D A$ è inconsistente

con $A \succ_I B$.

	A	B	C
A		I	D
B	D		I
C	I	D	

L’assioma forte (SARP)

$A \succ_D C$ è inconsistente

con $C \succ_I A$.

	A	B	C
A		I	D
B	D		I
C	I	D	

L’assioma forte (SARP)

$C \succ_D B$ è inconsistente

con $B \succ_I C$.

	A	B	C
A		I	D
B	D		I
C	I	D	

L’assioma forte (SARP)

I dati non violano la WARP ma ci sono 3 violazioni della SARP.

	A	B	C
A		I	D
B	D		I
C	I	D	

L’assioma forte (SARP)

- Che le scelte osservate soddisfino la SARP è condizione necessaria e sufficiente per l’esistenza di un sistema di preferenze well-behaved che “razionalizzi” i dati.
- Quindi i nostri 3 dati non possono essere generati da un sistema di preferenze well-behaved.

Trovare le curve di indifferenza

- Supponiamo di avere scelte che soddisfano la SARP.
- Allora possiamo scoprire in modo approssimativo la forma della curve di indifferenza.
- Come?

Trovare le curve di indifferenza

- Supponiamo di osservare:
  A: (p_1,p_2) = (\$1,\$1) & (x_1,x_2) = (15,15)
  B: (p_1,p_2) = (\$2,\$1) & (x_1,x_2) = (10,20)
  C: (p_1,p_2) = (\$1,\$2) & (x_1,x_2) = (20,10)
  D: (p_1,p_2) = (\$2,\$5) & (x_1,x_2) = (30,12)
  E: (p_1,p_2) = (\$5,\$2) & (x_1,x_2) = (12,30).
- Dove sta la curva di indifferenza che contiene il paniere A = (15,15)?

Trovare le curve di indifferenza

- La tabella seguente mostra le preferenze rivelate direttamente:

Trovare le curve di indifferenza

	A	B	C	D	E
A		D	D		
B					
C					
D	D	D	D		
E	D	D	D		

La WARP non è violata dai dati

Trovare le curve di indifferenza

- In questo caso, la rivelazione delle preferenze indirette non aggiunge ulteriori informazioni, quindi la tabellina resta la stessa :

Trovare le curve di indifferenza

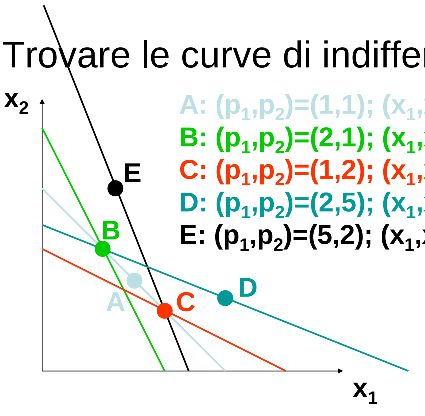
	A	B	C	D	E
A		D	D		
B					
C					
D	D	D	D		
E	D	D	D		

La WARP e la SARP non sono violate

Trovare le curve di indifferenza

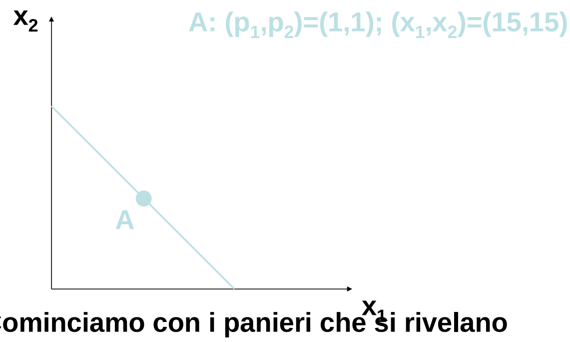
- Dato che le scelte soddisfano la SARP, esiste una struttura delle preferenze well-behaved che razionalizza le scelte compiute.

Trovare le curve di indifferenza



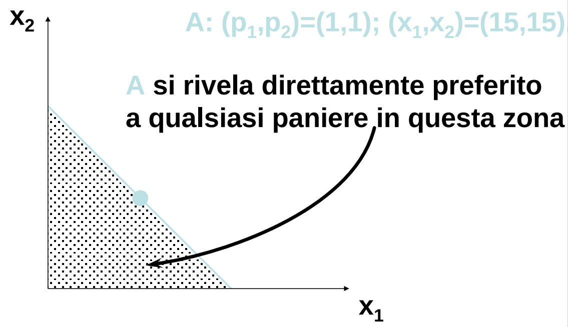
A: $(p_1,p_2)=(1,1)$; $(x_1,x_2)=(15,15)$
B: $(p_1,p_2)=(2,1)$; $(x_1,x_2)=(10,20)$
C: $(p_1,p_2)=(1,2)$; $(x_1,x_2)=(20,10)$
D: $(p_1,p_2)=(2,5)$; $(x_1,x_2)=(30,12)$
E: $(p_1,p_2)=(5,2)$; $(x_1,x_2)=(12,30)$.

Trovare le curve di indifferenza

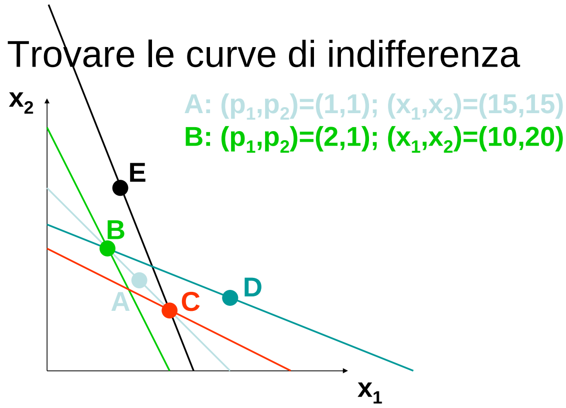


Cominciamo con i panieri che si rivelano come meno preferiti del paniere A.

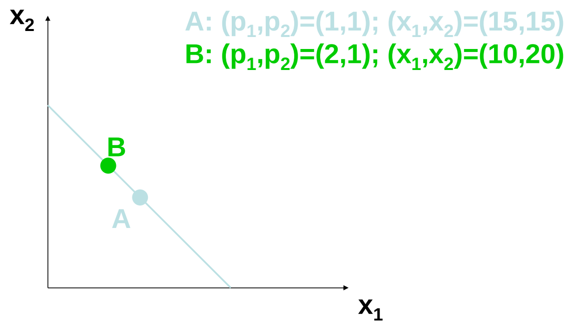
Trovare le curve di indifferenza



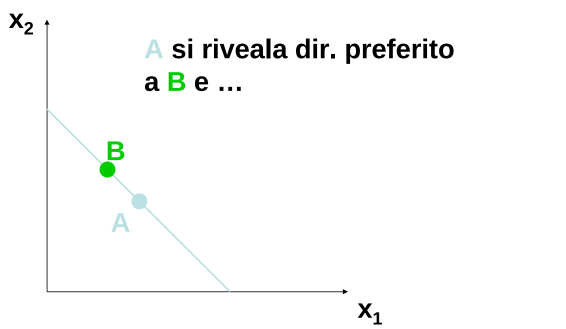
Trovare le curve di indifferenza



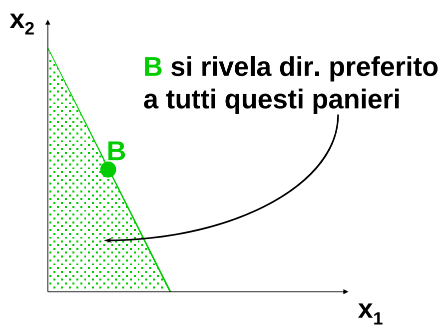
Trovare le curve di indifferenza



Trovare le curve di indifferenza

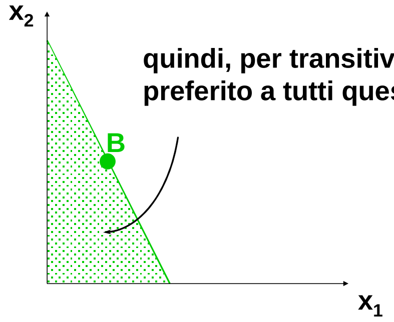


Trovare le curve di indifferenza



Trovare le curve di indifferenza

quindi, per transitività, A è ind. preferito a tutti questi panieri



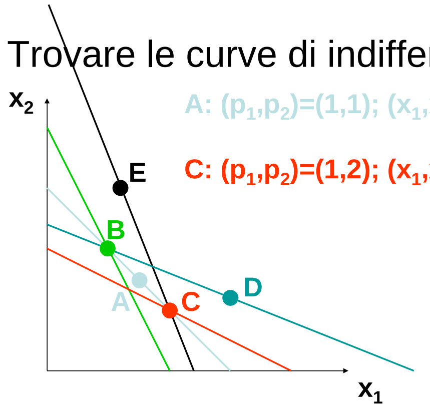
Trovare le curve di indifferenza

quindi A si rivela preferito a tutti i panieri nell'unione.

Trovare le curve di indifferenza

A: $(p_1,p_2)=(1,1)$; $(x_1,x_2)=(15,15)$

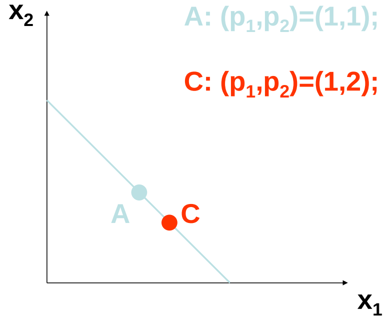
C: $(p_1,p_2)=(1,2)$; $(x_1,x_2)=(20,10)$.



Trovare le curve di indifferenza

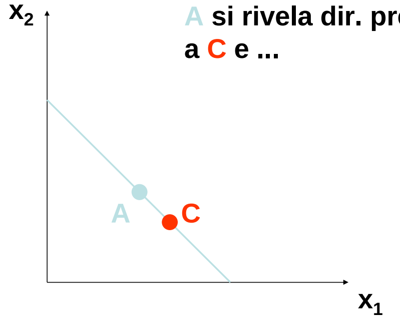
A: $(p_1,p_2)=(1,1)$; $(x_1,x_2)=(15,15)$

C: $(p_1,p_2)=(1,2)$; $(x_1,x_2)=(20,10)$.



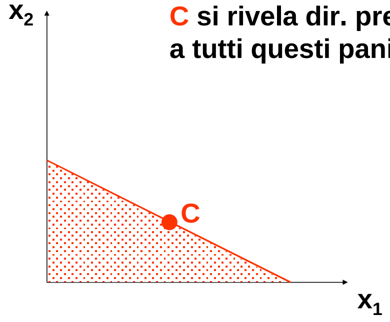
Trovare le curve di indifferenza

A si rivela dir. preferito a C e ...



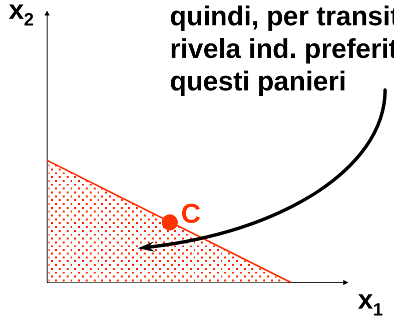
Trovare le curve di indifferenza

C si rivela dir. preferito a tutti questi panieri



Trovare le curve di indifferenza

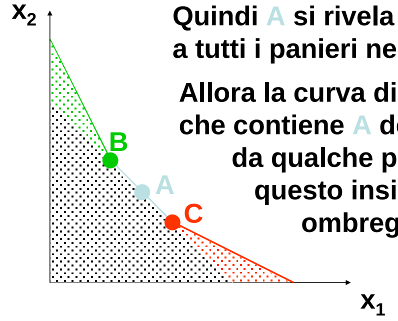
quindi, per transitività, A si rivela ind. preferito a tutti questi panieri



Trovare le curve di indifferenza

Quindi A si rivela preferito a tutti i panieri nell'unione.

Allora la curva di indifferenza che contiene A deve essere da qualche parte sopra questo insieme ombreggiato.

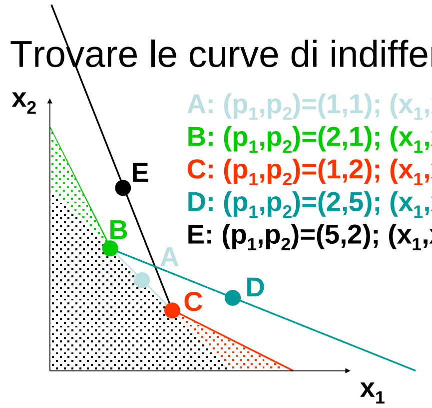


Trovare le curve di indifferenza

- E cosa possiamo dedurre dai panieri che si sono rivelati come preferiti ad A?

Trovare le curve di indifferenza

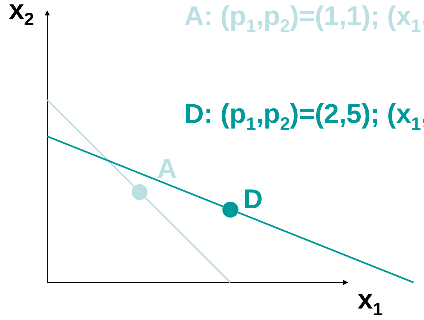
A: $(p_1,p_2)=(1,1)$; $(x_1,x_2)=(15,15)$
B: $(p_1,p_2)=(2,1)$; $(x_1,x_2)=(10,20)$
C: $(p_1,p_2)=(1,2)$; $(x_1,x_2)=(20,10)$
D: $(p_1,p_2)=(2,5)$; $(x_1,x_2)=(30,12)$
E: $(p_1,p_2)=(5,2)$; $(x_1,x_2)=(12,30)$.



Trovare le curve di indifferenza

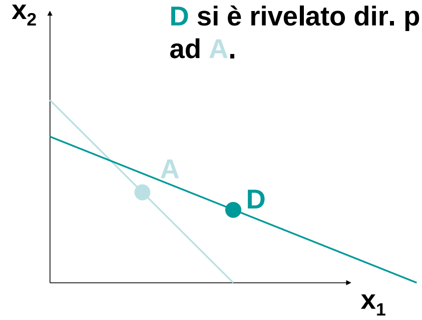
A: $(p_1,p_2)=(1,1)$; $(x_1,x_2)=(15,15)$

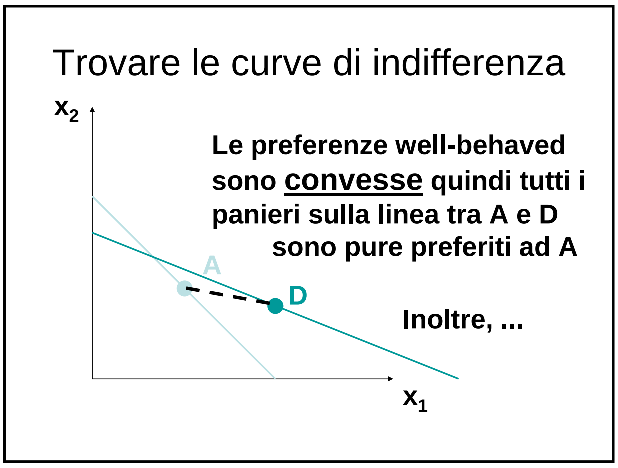
D: $(p_1,p_2)=(2,5)$; $(x_1,x_2)=(30,12)$.

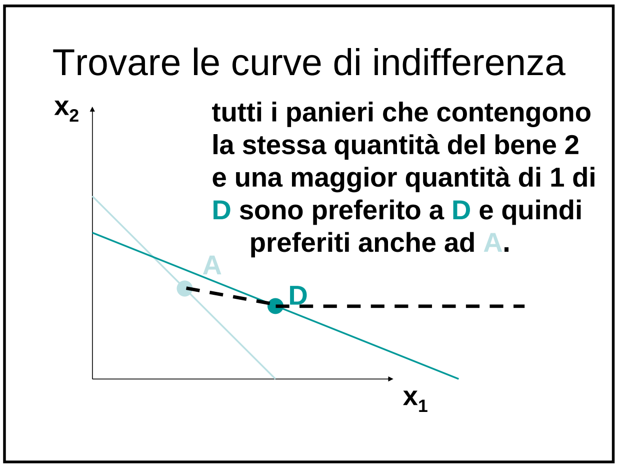


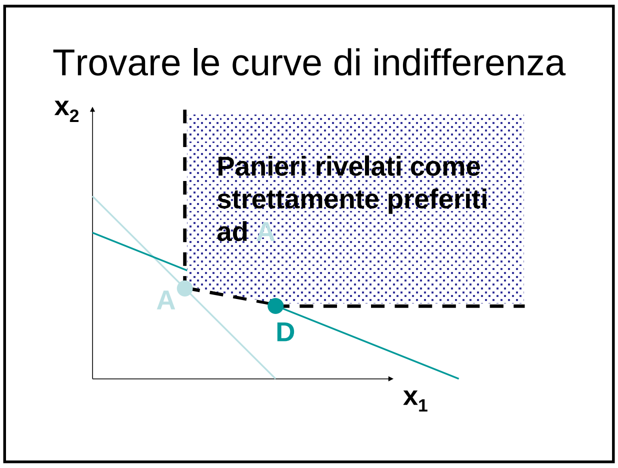
Trovare le curve di indifferenza

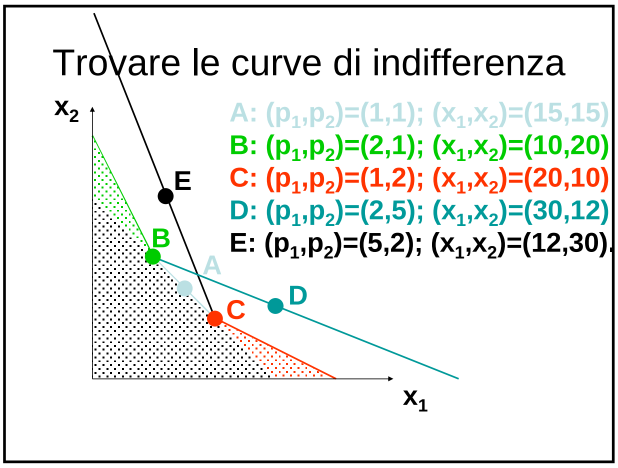
D si è rivelato dir. preferito ad A.

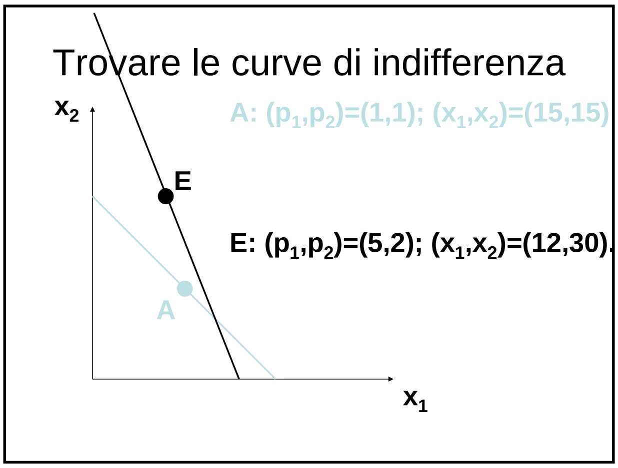


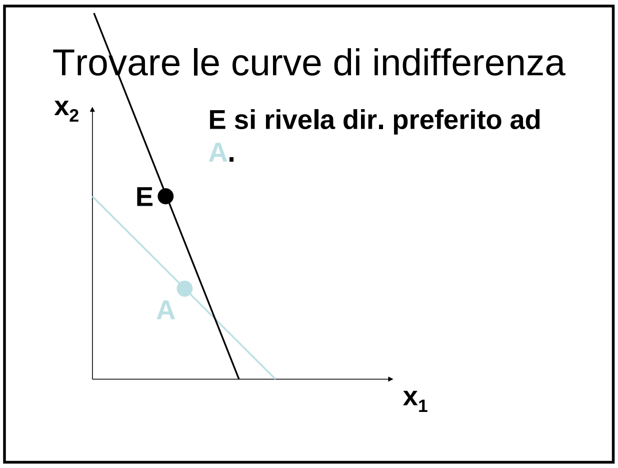

Trovare le curve di indifferenza
Le preferenze well-behaved sono convesse quindi tutti i panieri sulla linea tra A e D sono pure preferiti ad A
Inoltre, ...
x_2
x_1
A
D


Trovare le curve di indifferenza
tutti i panieri che contengono la stessa quantità del bene 2 e una maggior quantità di 1 di D sono preferito a D e quindi preferiti anche ad A.
x_2
x_1
A
D

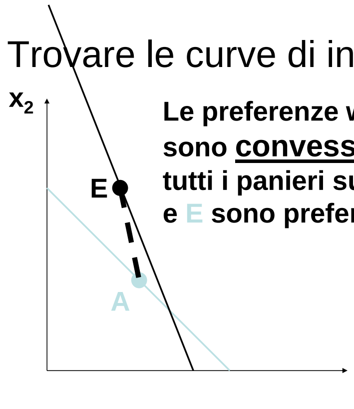

Trovare le curve di indifferenza
Panieri rivelati come strettamente preferiti ad A
x_2
x_1
A
D


Trovare le curve di indifferenza
A: $(p_1,p_2)=(1,1)$; $(x_1,x_2)=(15,15)$
B: $(p_1,p_2)=(2,1)$; $(x_1,x_2)=(10,20)$
C: $(p_1,p_2)=(1,2)$; $(x_1,x_2)=(20,10)$
D: $(p_1,p_2)=(2,5)$; $(x_1,x_2)=(30,12)$
E: $(p_1,p_2)=(5,2)$; $(x_1,x_2)=(12,30)$.
x_2
x_1
E
B
A
D
C


Trovare le curve di indifferenza
A: $(p_1,p_2)=(1,1)$; $(x_1,x_2)=(15,15)$
E: $(p_1,p_2)=(5,2)$; $(x_1,x_2)=(12,30)$.
x_2
x_1
E
A


Trovare le curve di indifferenza
E si rivela dir. preferito ad A.
x_2
x_1
E
A

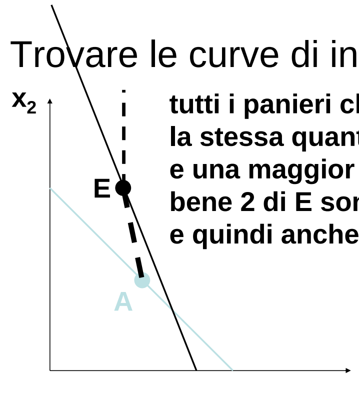
Trovare le curve di indifferenza



Le preferenze well-behaved sono <u>convesse</u> quindi anche tutti i panieri sulla linea tra A e E sono preferiti ad A.

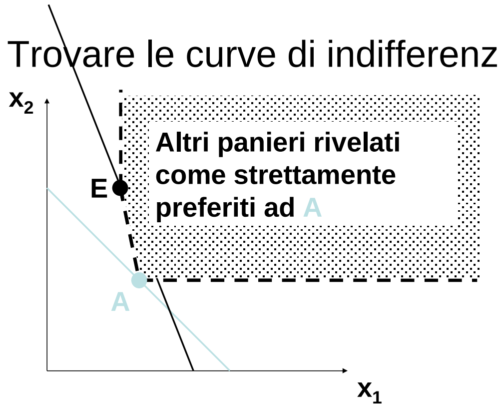
Inoltre, ...

Trovare le curve di indifferenza



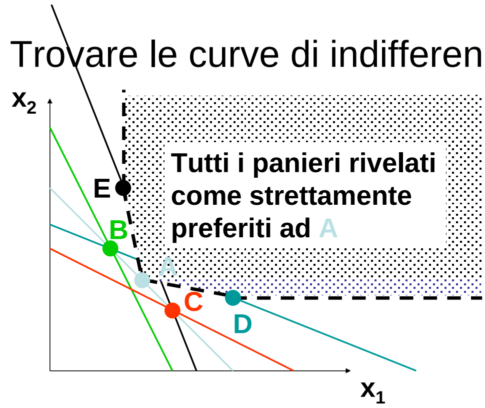
tutti i panieri che contengono la stessa quantità del bene 1 e una maggior quantità del bene 2 di E sono preferiti ad E e quindi anche ad A.

Trovare le curve di indifferenza



Altri panieri rivelati come strettamente preferiti ad A

Trovare le curve di indifferenza

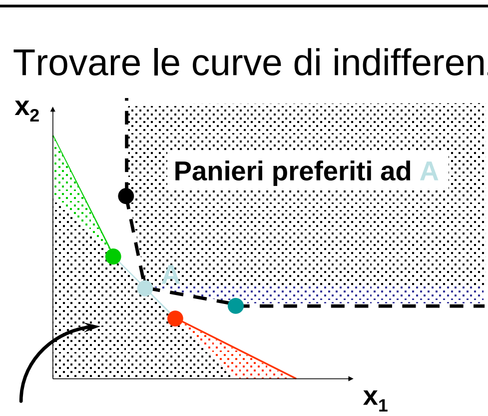


Tutti i panieri rivelati come strettamente preferiti ad A

Trovare le curve di indifferenza

- Ora abbiamo un limite superiore e un limite inferiore sulla regione in cui si trova la curva di indifferenza che passa per A.

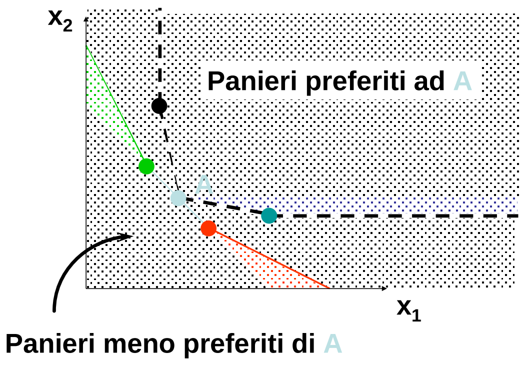
Trovare le curve di indifferenza



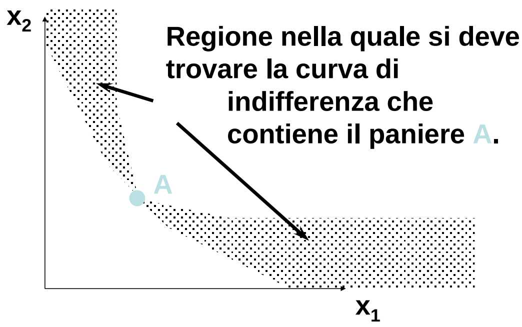
Panieri preferiti ad A

Panieri meno preferiti di A

Trovare le curve di indifferenza



Trovare le curve di indifferenza



Numeri indici

- Nel tempo molti prezzi cambiano. Come conseguenza, i consumatori stanno meglio o peggio “complessivamente”?
- I numeri indici sono utili per dare una riposta a questo tipo di domande.

Numeri indici

- Due tipi di indici:
  - Indici di prezzo, e
  - Indici di quantità
- Ogni indice confronta gli importi in un periodo base e in un periodo corrente facendo il rapporto fra i due.

Indici delle quantità

- Un indice di quantità è la media ponderata con i prezzi delle quantità domandate; cioè

$$I_q = \frac{p_1x_1^t + p_2x_2^t}{p_1x_1^b + p_2x_2^b}$$

- (p_1,p_2) possono essere i prezzi del periodo base (p_1^b,p_2^b) o quelli del periodo corrente (p_1^t,p_2^t).

Indici delle quantità

- Se $(p_1,p_2) = (p_1^b,p_2^b)$ abbiamo l’indice delle quantità di Laspeyres:

$$L_q = \frac{p_1^bx_1^t + p_2^bx_2^t}{p_1^bx_1^b + p_2^bx_2^b}$$

Indici delle quantità

- Se $(p_1,p_2) = (p_1^t,p_2^t)$ abbiamo l'indice delle quantità di Paasche:

$$P_q = \frac{p_1^t x_1^t + p_2^t x_2^t}{p_1^t x_1^b + p_2^t x_2^b}$$

Indici delle quantità

- Come possiamo utilizzare gli indici delle quantità per formulare giudizi sui cambiamenti nei livelli di benessere?

Indici delle quantità

- Se $L_q = \frac{p_1^b x_1^t + p_2^b x_2^t}{p_1^b x_1^b + p_2^b x_2^b} < 1$ si ha

$$p_1^b x_1^t + p_2^b x_2^t < p_1^b x_1^b + p_2^b x_2^b$$

quindi i consumatori stavano complessivamente meglio nel periodo base che ora (periodo corrente).

Indici delle quantità

- Se $P_q = \frac{p_1^t x_1^t + p_2^t x_2^t}{p_1^t x_1^b + p_2^t x_2^b} > 1$ si ha

$$p_1^t x_1^t + p_2^t x_2^t > p_1^t x_1^b + p_2^t x_2^b$$

cioè i consumatori stanno complessivamente meglio nel periodo corrente che in quello base.

Indici dei prezzi

- Un indice di prezzo è una media ponderata con le quantità dei prezzi, cioè

$$I_p = \frac{p_1^t x_1 + p_2^t x_2}{p_1^b x_1 + p_2^b x_2}$$

- (x_1,x_2) può essere il paniere del periodo base (x_1^b,x_2^b) oppure il paniere del periodo corrente (x_1^t,x_2^t).

Indici dei prezzi

- Se $(x_1,x_2) = (x_1^b,x_2^b)$ abbiamo l'indice dei prezzi di Laspeyres:

$$L_p = \frac{p_1^t x_1^b + p_2^t x_2^b}{p_1^b x_1^b + p_2^b x_2^b}$$

Indici dei prezzi

- Se $(x_1,x_2) = (x_1^t,x_2^t)$ abbiamo l'indice dei prezzi di Paasche:

$$P_p = \frac{p_1^t x_1^t + p_2^t x_2^t}{p_1^b x_1^t + p_2^b x_2^t}$$

Indici dei prezzi

- Come si possono usare gli indici di prezzo per fare considerazioni su variazioni del benessere?
- Definiamo il rapporto di spesa:

$$M = \frac{p_1^t x_1^t + p_2^t x_2^t}{p_1^b x_1^b + p_2^b x_2^b}$$

Indici dei prezzi

- Se

$$L_p = \frac{p_1^t x_1^b + p_2^t x_2^b}{p_1^b x_1^b + p_2^b x_2^b} < \frac{p_1^t x_1^t + p_2^t x_2^t}{p_1^b x_1^b + p_2^b x_2^b} = M$$

allora

$$p_1^t x_1^b + p_2^t x_2^b < p_1^t x_1^t + p_2^t x_2^t$$

quindi i consumatori stanno complessivamente meglio nel periodo corrente.

Indici dei prezzi

- Ma se

$$P_p = \frac{p_1^t x_1^t + p_2^t x_2^t}{p_1^b x_1^t + p_2^b x_2^t} > \frac{p_1^t x_1^t + p_2^t x_2^t}{p_1^b x_1^b + p_2^b x_2^b} = M$$

allora

$$p_1^b x_1^t + p_2^b x_2^t < p_1^b x_1^b + p_2^b x_2^b$$

quindi i consumatori stavano complessivamente meglio nel periodo base.

Indicizzazione piena?

- Le variazioni degli indici di prezzo sono spesso usate nella contrattazione dei salari e nel calcolo dei trasferimenti → Indicizzazione.
- L'indicizzazione piena si ha quando i salari o altri pagamenti vengono aumentati allo stesso tasso dell'indice dei prezzi usato per misurare il tasso di inflazione.

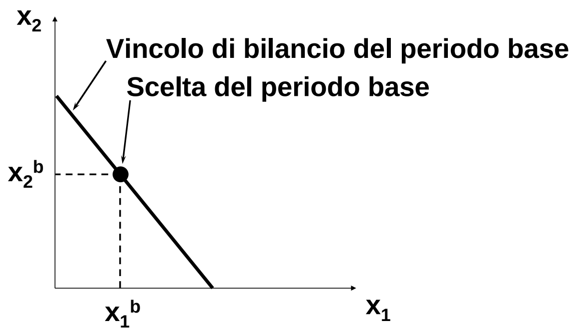
Indicizzazione piena?

- Dal momento che i prezzi non aumentano tutti allo stesso tasso, i prezzi relativi cambiano insieme al "livello generale dei prezzi".
- L'indicizzazione piena ha lo scopo di preservare il potere d'acquisto (del salario o della pensione ecc.).

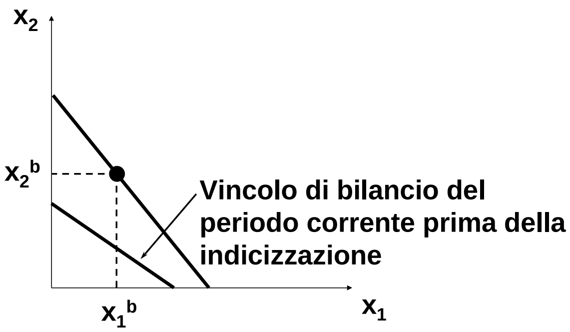
Indicizzazione piena?

- L’indice dei prezzi che di solito si propone per l’indicizzazione è l’indice dei prezzi di Laspeyres (l’indice dei prezzi al consumo).
- Quali sono le conseguenze?

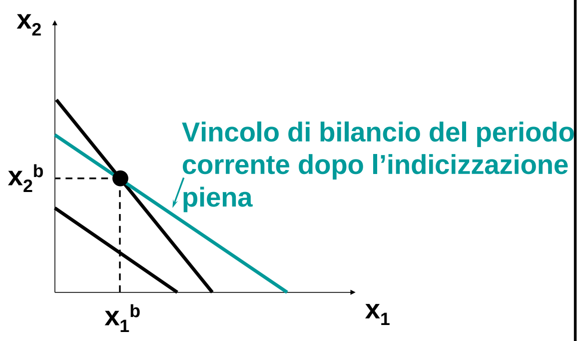
Indicizzazione piena?



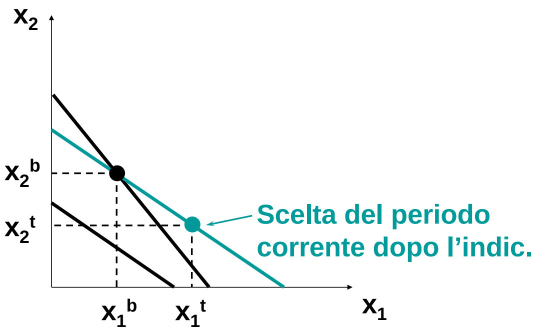
Indicizzazione piena?



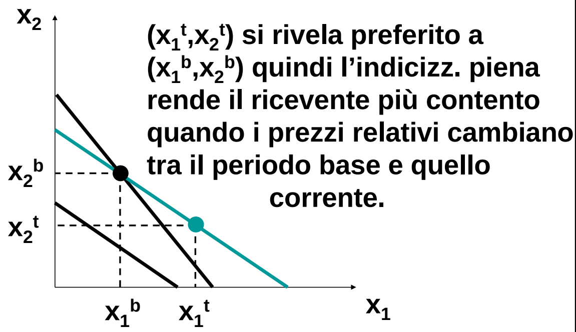
Indicizzazione piena?



Indicizzazione piena?



Indicizzazione piena?



Indicizzazione piena?

- Quindi quanto è grande questo “bias” nell’indice dei prezzi al consumo?
- Quella che segue è una recente tabella con stime del bias (tratta da *Journal of Economic Perspectives*, Volume 10, No. 4, p. 160, 1996).

Indicizzazione piena?

Author	Point Est.	Int. Est.
Adv. Commission to Study the CPI (1995)	1.0%	0.7 - 2.0%
Congressional Budget Office (1995)		0.2 - 0.8%
Alan Greenspan (1995)		0.5 - 1.5%
Shapiro & Wilcox (1996)	1.0%	0.6 - 1.5%

Indicizzazione piena?

- Quindi supponiamo che un beneficiario di un sussidio guadagni l’ 1% per anno per 20 anni.
- Quanto è grande il bias alla fine del periodo?

$$(1+0\cdot 01)^{20} = 1\cdot 01^{20} = 1\cdot 22$$

- Quindi dopo 20 anni il beneficio è di un 22% più grande “di quel che dovrebbe”.