Università degli Studi di Verona

Esame di Fondamenti dell'Informatica*

4 Febbraio 2013

I Parte (1h:30) - 15pt. Un numero *poligonale* è un numero figurato che può essere disposto a raffigurare un poligono regolare. Se $s \geq 3$ è il numero di lati di un poligono, l'n-esimo numero s-gonale, $n \geq 1$, è:

$$P(s,n) = \frac{n^2 \cdot (s-2) - n \cdot (s-4)}{2}$$

Ad esempio, i primi 3 numeri esagonali ($s = 6$) sono: $P(6,1) = 1$, $P(6,2) = 6$ e $P(6,3) = 15$. Si consideri i linguaggi $L(s,n)$ al variare di $s \geq 3$ e $n \geq 1$:

$$L(s,n) = \left\{ \sigma \in \{0,1\}^* \;\middle|\; \begin{array}{l} \sigma \text{ contiene esattamente} \\ P(s,n) \text{ uni} \end{array} \right\}$$

Classificare[1]:

1. $L(s,n)$ al variare di $s \geq 3$ e $n \geq 1$;
2. $\bigcup_{n \geq 1} L(s,n)$ al variare di $s \geq 3$;
3. $\bigcap_{n \geq 1} L(s,n)$ al variare di $s \geq 3$.

II Parte (1h:30) - 15pt. Sia data la successione di funzioni sui naturali:

$$P_n(x) = \begin{cases} P(x,n) & \text{se } \varphi_x(P(x,n))\not\downarrow \text{ in meno di } n \text{ passi} \\ \uparrow & \text{altrimenti} \end{cases}$$

Classificare nella teoria matematica della ricorsione le funzioni P_n al variare di $n \geq 1$ ed i seguenti insiemi di numeri naturali ed i loro complementari, motivando formalmente la classificazione:

- $A_n = \texttt{range}(P_n)$
- $A = \bigcap_{n \in \mathbb{N}} \texttt{range}(P_n)$
- $B = \{ x \mid A \preceq W_x \}$
- $C = \{ x \mid |W_x| = |B| \}$
- $D_n = \{ x \mid W_x = [1, P(6,n)] \}$

*Coloro che desiderano recuperare una delle due parti, devono consegnare il testo con gli esercizi della parte corrispondente entro 1h:30 dall'inizio dell'esame. In questo caso il punteggio x è rapportato a 30/30: $voto = x \times 2$. Consegnando oltre il termine di 1h:30, si recuperano entrambe le parti ed il voto è la somma dei punti ottenuti. Dopo la consegna di una delle due parti, nel termine di 1h:30, lo studente può tentare l'altra parte. In ogni momento lo studente può ritirarsi dall'esame, mantenendo valido ciò che ha consegnato fino a quel momento. Le uscite sono vietate oltre 1h:30 dall'inizio dell'esame. La determinazione di eventuali errori nel testo, se ben motivata, fa parte integrante della valutazione finale.

[1] Suggerimento: Verificare che per ogni $k \geq 1$, $P(s,k) \geq k$. Potrebbe essere utile la seguente equazione:

$$P(s,k+1) - P(s,k) = k \cdot (s-2) + 1$$