

第 10 次作业

Log Creative

May 16, 2020

4. 设 $A = \{1, 2, 3\}$, 在 A 上有多少种不同的关系? 设 $|A| = n$, 在 A 上有多少种不同的关系?

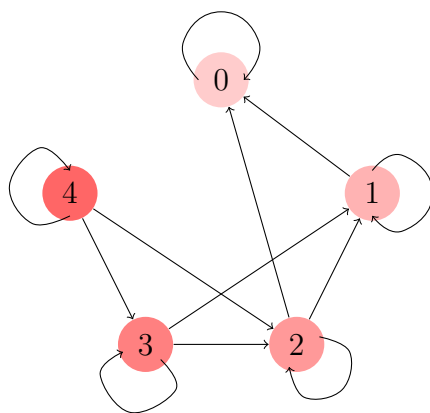
解. 3个元素之间的关系可以组成 $3^2 = 9$ 对, 每一对都可以有相连 (1) 和不相连 (0), 所以共有 $2^9 = 512$ 种关系。

如果 $|A| = n$, 则有 2^{n^2} 种关系。

7. 对 $A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ 上的下列关系, 给出关系图和关系矩阵。

(2) $R_2 = \{\langle x, y \rangle \mid 0 \leq x - y < 3\}$

解.
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$



9. 设 $A = \{\langle \emptyset, \{\emptyset, \{\emptyset\}\} \rangle, \langle \{\emptyset\}, \emptyset \rangle\}$, 写出 $A \circ A, A^{-1}, A \uparrow \emptyset, A \uparrow \{\emptyset\}, A \uparrow \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, A[\emptyset], A[\{\emptyset\}], A[\{\emptyset, \{\emptyset\}]\}$ 。

解.

$$A \circ A = \{\langle \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\} \rangle\}$$

$$A^{-1} = \{\langle \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \emptyset \rangle, \langle \emptyset, \{\emptyset\} \rangle\}$$

$$A \uparrow \emptyset = \emptyset$$

因为 \emptyset 中没有元素。

$$A \uparrow \{\emptyset\} = \{\langle \emptyset, \{\emptyset, \{\emptyset\}\} \rangle\}$$

$$A \uparrow \{\emptyset, \{\emptyset\}\} = \{\langle \emptyset, \{\emptyset, \{\emptyset\}\} \rangle, \langle \{\emptyset\}, \emptyset \rangle\} = A$$

$$A[\emptyset] = \emptyset$$

因为 \emptyset 中没有元素。

$$A[\{\emptyset\}] = \{\{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}$$

$$A[\{\emptyset, \{\emptyset\}\}] = \{\{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \emptyset\}$$

13. 对 A 到 B 的关系 R , $a \in A$, 定义 B 的一个子集 $R(a) = \{b \mid aRb\}$ 。

在 $C = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$ 上定义

$$R = \{\langle x, y \rangle \mid x < y\}$$

$$S = \{\langle x, y \rangle \mid x - 1 < y < x + 2\}$$

$$T = \{\langle x, y \rangle \mid x^2 \leq y\}$$

写出集合 $R(0), R(1), S(0), S(-1), T(0), T(-1)$ 。

解.

$$R(0) = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$R(1) = \{2, 3, 4\}$$

$$S(0) = \{0, 1\}$$

$$S(-1) = \{-1, 0\}$$

$$T(0) = \{0, 1, 2, 3, 4\}$$

$$T(-1) = \{1, 2, 3, 4\}$$