

第 15 次作业

Log Creative

June 19, 2020

1. 一棵树有 n_2 个结点的度为2, n_3 个结点的度为3, n_k 个结点的度为 k 。问有多少个度为1的节点。

解. 令有 n_1 个节点的度为1, 没有度为0的节点 (这是一棵树)。

节点数

$$n = \sum_{i=1}^k n_i$$

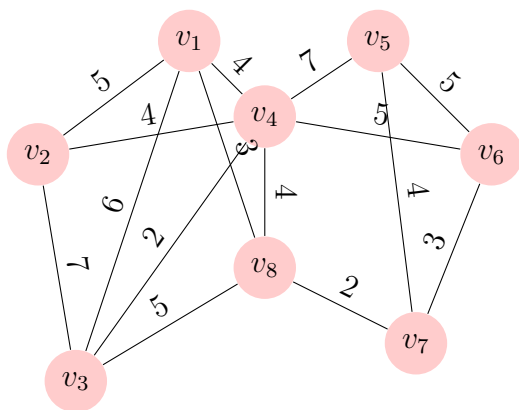
边数

$$n - 1 = \frac{\sum_{i=1}^k n_i i}{2}$$

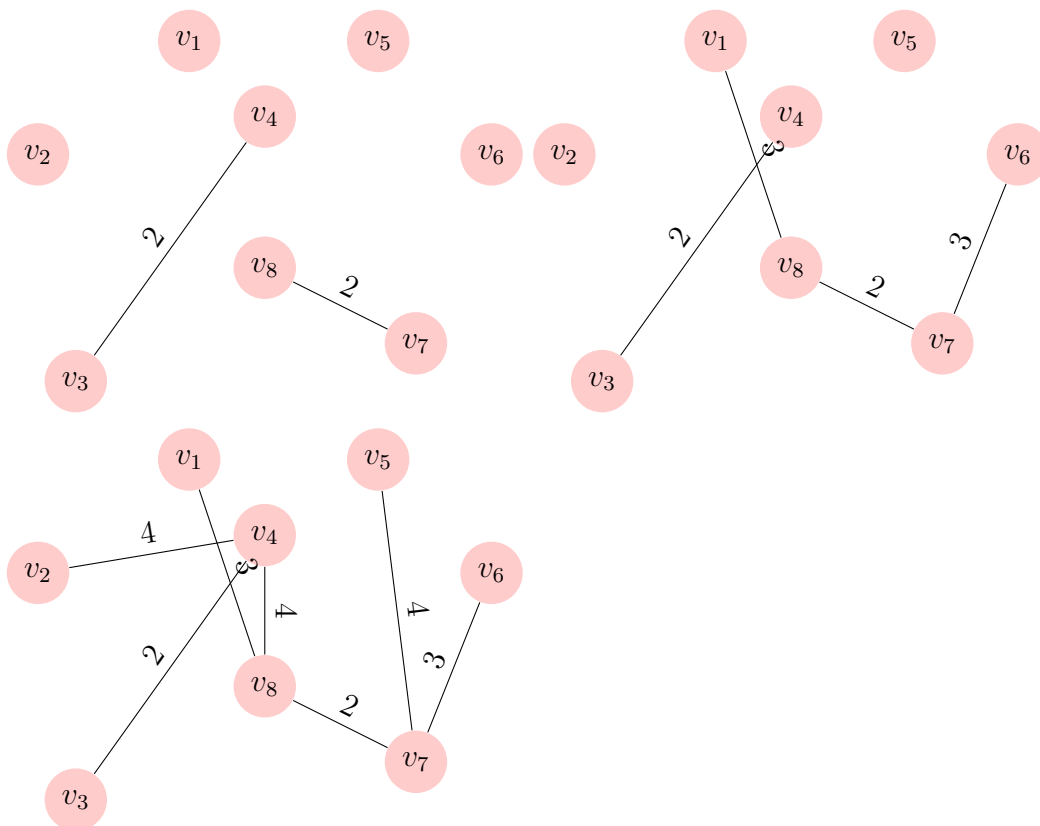
解得:

$$n_1 = 2 + \sum_{i=3}^k (i - 2)n_i$$

16. 求图的最短树。



解. 使用Kruskal算法。



- 一. 设 G 是具有8个顶点的树，则 G 中增加多少条边才能把 G 变成完全图？

解. 顶点数

$$n = 8 + 1 = 9$$

$$|E(K_n)| = \frac{n(n-1)}{2} = 36$$

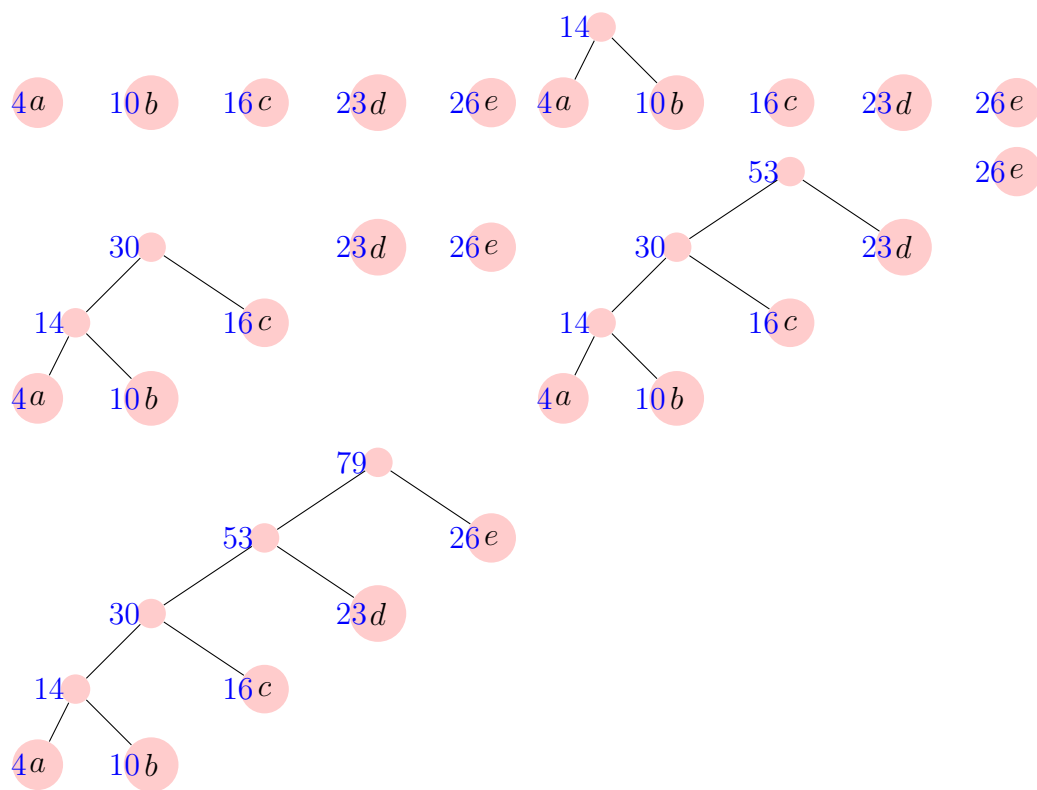
$$\Delta|E| = 36 - 8 = 28$$

- 二. 证明：设 G 是有 n 个结点的简单图， n 是大于2的奇数. 证明图 G 与它的补图 \bar{G} 中的奇数度结点个数相等。

证明. 对于 G 中的一个奇数度节点，设其度数为 k ，因为是简单图，没有环，则 \bar{G} 中对应的节点度数为 $n - k - 1$ ($n \geq 3$)，是奇数，则前后保持一致，则奇数度节点个数相等。 \square

- 三. 设仅使用a, b, c, d, e, f这六种字符通信。使用a, b, c, d, e, f的频率分别为4%, 10%, 16%, 21%, 23%, 26%。问：用Huffman算法求这六个字符的最佳前缀码。

解.



最佳前缀码:

$$a = 0000$$
$$b = 000\underline{1}$$
$$c = 001$$
$$d = 01$$
$$e = 1$$