

## 问题 2

简单图  $G$  中, 如果  $m > \frac{1}{2}(n-1)(n-2)$ , 证明  $G$  不存在孤立节点。

证明: 若不然, 则有一孤立点  $v$ , 子图  $G' = G - v$  的边数

$$|E(G')| = |E(G)| = m > \frac{1}{2}(n-1)(n-2)$$

然而， $G'$  边数最多的情况是完全图  $K_{n-1}$ ，也就是

$$|E(G')| \leq \frac{1}{2}(n-1)(n-2)$$

这与第一个式子矛盾。

由于当孤立节点数不止一个时，第二个式子依然成立。所以不存在孤立节点。