

示例作业

LogCreative

2020 年 8 月

2. 简单图 G 中, 如果 $m > \frac{1}{2}(n-1)(n-2)$, 证明 G 不存在孤立节点。

证明. 若不然, 则有一孤立点 v , 子图 $G' = G - v$ 的边数

$$|E(G')| = |E(G)| = m > \frac{1}{2}(n-1)(n-2) \quad (1)$$

然而, G' 边数最多的情况是完全图 K_{n-1} , 也就是

$$|E(G')| \leq \frac{1}{2}(n-1)(n-2) \quad (2)$$

这与式子 (??) 矛盾。

由于当孤立节点数不止一个时, 式子 (??) 依然成立。所以不存在孤立节点。

□

(2) 解. 这是一个解。