

## 作业 3

李子龙

123033910195

2023 年 10 月 19 日

### 1. 解 解方程组

$$\begin{cases} 0.4096x_1 + 0.1234x_2 + 0.3678x_3 + 0.2943x_4 = 0.4043 \\ 0.2246x_1 + 0.3872x_2 + 0.4015x_3 + 0.1129x_4 = 0.1550 \\ 0.3645x_1 + 0.1920x_2 + 0.3781x_3 + 0.0643x_4 = 0.4240 \\ 0.1784x_1 + 0.4002x_2 + 0.2786x_3 + 0.3927x_4 = -0.2557 \end{cases}$$

(1) 高斯消元法：

$$\begin{aligned} (A \quad b) &= \begin{pmatrix} 0.4096 & 0.1234 & 0.3678 & 0.2943 & 0.4043 \\ 0.2246 & 0.3872 & 0.4015 & 0.1129 & 0.1550 \\ 0.3645 & 0.1920 & 0.3781 & 0.0643 & 0.4240 \\ 0.1784 & 0.4002 & 0.2786 & 0.3927 & -0.2557 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 0.4096 & 0.1234 & 0.3678 & 0.2943 & 0.4043 \\ 0.0000 & 0.3195 & 0.1998 & -0.0485 & -0.0667 \\ 0.0000 & 0.0822 & 0.0508 & -0.1976 & 0.0642 \\ 0.0000 & 0.3465 & 0.1184 & 0.2645 & -0.4318 \end{pmatrix} \\ &\rightarrow \begin{pmatrix} 0.4096 & 0.1234 & 0.3678 & 0.2943 & 0.4043 \\ 0.0000 & 0.3195 & 0.1998 & -0.0485 & -0.0667 \\ 0.0000 & 0.0000 & -0.0006 & -0.1851 & 0.0814 \\ 0.0000 & 0.0000 & -0.0983 & 0.3171 & -0.3595 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 0.4096 & 0.1234 & 0.3678 & 0.2943 & 0.4043 \\ 0.0000 & 0.3195 & 0.1998 & -0.0485 & -0.0667 \\ 0.0000 & 0.0000 & -0.0006 & -0.1851 & 0.0814 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 30.6427 & -13.6955 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$x_1 = -0.1800$$

$$x_2 = -1.6617$$

$$x_3 = 2.2148$$

$$x_4 = -0.4469$$

(2) 列主元消元法：

$$\begin{aligned} (A \quad b) &= \begin{pmatrix} 0.4096 & 0.1234 & 0.3678 & 0.2943 & 0.4043 \\ 0.2246 & 0.3872 & 0.4015 & 0.1129 & 0.1550 \\ 0.3645 & 0.1920 & 0.3781 & 0.0643 & 0.4240 \\ 0.1784 & 0.4002 & 0.2786 & 0.3927 & -0.2557 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 0.4096 & 0.1234 & 0.3678 & 0.2943 & 0.4043 \\ 0.0000 & 0.3195 & 0.1998 & -0.0485 & -0.0667 \\ 0.0000 & 0.0822 & 0.0508 & -0.1976 & 0.0642 \\ 0.0000 & 0.3465 & 0.1184 & 0.2645 & -0.4318 \end{pmatrix} \\ &\rightarrow \begin{pmatrix} 0.4096 & 0.1234 & 0.3678 & 0.2943 & 0.4043 \\ 0.0000 & 0.3465 & 0.1184 & 0.2645 & -0.4318 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0227 & -0.2603 & 0.1666 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0906 & -0.2924 & 0.3315 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 0.4096 & 0.1234 & 0.3678 & 0.2943 & 0.4043 \\ 0.0000 & 0.3465 & 0.1184 & 0.2645 & -0.4318 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0906 & -0.2924 & 0.3315 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & -0.1870 & 0.0835 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$x_1 = -0.1826$$

$$x_2 = -1.6632$$

$$x_3 = 2.2178$$

$$x_4 = -0.4465$$

实际上不限定计算小数精度的情况下的解为

$$x_1 = -0.1819 \quad x_2 = -1.6630 \quad x_3 = 2.2172 \quad x_4 = -0.4467$$

列主元消去法通过选择绝对值最大的主元避免了高斯消元法中大数除以小数的现象，从而提高了准确度。

2. (1) **证明**