


# 2022年上海交通大学数学建模校内赛

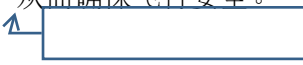
## A 题 飞机的航迹规划和控制

在2022年3月21日，东方航空公司MU5735航班执行云南昆明-广州任务时，在广西梧州市上空失联并坠毁。飞机飞行安全问题再次引起全世界人们的关注，本题目以此为背景提出飞机的航迹规划和控制问题。一些基本概念参考附录I。

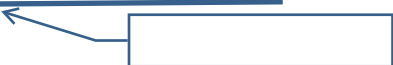
**问题1：**一条航线是经过三维空间中的航点集的一条光滑曲线。给定航点集，如何确定一条光滑曲线是航线规划的出发点。

- 
- (1) 给出过指定航点集的光滑航线的具体表达式，使得整个航线关于弧长参数直到三阶导数都连续；
  - (2) 附件1给出了3条航线MU5737、3U8966和CZ6622的航点集（数据提取自飞行数据平台Flightradar24），请用该数据计算您设计的光滑航线，给出程序实现。附件2给出了3条航线更完整的航线轨迹数据，请对比通过附件1的稀疏航点集规划得到的航线与附件2真实航线的区别，评估你所建立模型的准确性。

**问题2：**给定航线后，如何在飞行比较安全的情况下飞行时间最短？该问题也等价飞行安全情况下飞行速度尽量大。飞行速度和飞行加速度分别是空间航线对时间的一阶导数和二阶导数，它们的大小不能超过某个限度，从而确保飞行安全。

- 
- (1) 在速度和加速度约束下，给出一个飞行时间最短的模型。选择问题1中构造的一条航线求解该模型。
  - (2) 飞行加速度对时间的一阶导数称为跃度，飞行安全也可用跃度不超过某个限度来度量，请对跃度约束下建立飞行时间最短的模型，并和问题2的(1)中结果进行比较。

**问题3：**飞机着地控制直接影响飞机的安全。飞机在跑道上的着陆是把某个高度的飞机速度减速到零的过程，它可以看成平面上的运动，减速是通过燃油燃烧产生的推力、飞机重力和升力等合力的控制下得到实现。在着陆过程中如何设计合力的大小和方向从而实现各种姿态要求是着陆安全的重要保障。请对合力进行设计实现燃料最省的飞机着地过程，并且用程序实现，计算各物理量随时间的变化。



**问题4：**东方航空公司MU5735航班在坠毁前的航线轨迹接近和地面垂直（或许燃料不足），飞机几乎失去了动力。请用问题3中的模型分析飞行失去动力前后过程的飞机状态。您对MU5735航班坠毁的原因有什么看法，请说明理由。

## I. 一些概念

光滑航线 $C$ 在数学上表示为三维空间中的光滑曲线  $C = C(u)$ ，它依赖和时间 $t$ 一一对应的参数 $u$ 。航线位置 $C$ 是三维向量。 $t$ 时刻的速度为 $\frac{dC(u)}{dt}$ ，加速度为 $\frac{d^2C(u)}{dt^2}$ ，跃度为 $\frac{d^3C(u)}{dt^3}$ 。在弧长参数 $u$ 处的曲率半径为

$$\frac{|C_u(u)|^3}{|C_u(u) \times C_{uu}(u)|}$$

“ $\times$ ”表示两个向量的向量积， $|\cdot|$ 表示“ $\cdot$ ”的欧氏距离。

## 附件

- 附件1：3条航线MU5737，3U8966和CZ6622的航点集
- 附件2：3条航线MU5737，3U8966和CZ6622的实际航线
- 附件字段说明
  - Timestamp: 时间戳
  - UTC: 世界标准时间
  - Callsign: 飞机呼号
  - Longitude: 经度
  - Latitude: 纬度
  - Altitude: 海拔高度，单位英尺（FT）
  - Speed: 速度，单位海里/小时（KTS）