

2023年上海交通大学数学建模校内赛

(本赛题的论文写作要求与全国大学生数学建模竞赛一致, 请先阅读“全国大学生数学建模竞赛论文格式规范”)

A 题 太阳能光伏电池的利用

太阳能光伏发电是可再生的环保发电方式, 发电过程中不会产生二氧化碳等温室气体, 不会对环境造成污染。2022年全年我国的太阳能电池(光伏电池)产量达到了3.4亿千瓦, 比2021年增长46.8%。

太阳能光伏电池把光能转化为电能, 它的一个主要特征就是电压和电流关系(VI曲线)、电压和功率的关系(VP曲线)。这些关系依赖环境温度和其它各种参数。

问题1: 建立数学模型描述电压和电流关系、电压和功率的关系。用一组参数模拟VI曲线和VP曲线, 并且分析环境温度和太阳照射强度对这两条曲线的影响。

问题2: 根据第1问的参数, 确定最大功率如何依赖环境温度和太阳照射强度。

问题3: 根据去年中国某个省份每个月的温度和太阳辐射强度, 模拟相应的VI曲线和VP曲线。

问题4: 上述的模型称为PV(Photovoltaic)系统, 在实际中有非常多的应用, 请给出一个具体应用并建立相应的数学模型。

I. 相关原理

太阳能光伏电池把光能转化为电能, 它由很多单元(cell)经过串联和并联组成, 一个单元(cell)的等效电路图 参见图1。p-n链接器(junction)构成二极管(diode), R_s 和 R_p 分别为串联电阻和并联电阻。光伏电池中的金属栅格、半导体材料等产生的热效应等价于串联电阻 R_s , 电池的厚度、表面等因素导致电流的消耗等价于 并联电阻 R_p 。太阳光照射在光伏电池中产生光电电流 I_{ph} 。图1给出了各个分支上的电流。假设并联电阻的影响可忽略, 即它的阻值为无穷大, 从而 $I_p = 0$, 电路的输出电流为

$$I = I_{ph} - I_d \quad (1)$$

二极管的电流方程由Shockley给出

$$I_d = I_s \left[\exp \left(\frac{qV_{oc}}{AKT} \right) - 1 \right] \quad (2)$$

I_s 为饱和电流、 q 为单位电荷的电量、 V_{oc} 为开路电压(Open circuit voltage)、 A 为二极管理想因子(Ideality factor)、 K 为Boltzmann常数、 T 为实际温度。

设光伏电池由 N_s 个单元串联、再经过 N_p 个并联后得到，总输出电流为

$$I = N_p I_{ph} - N_p I_s \left[\exp \left(\frac{q(V + IR_s)}{N_s AKT} \right) - 1 \right] \quad (3)$$

这里 V_{oc} 用 $V + IR_s$ 替换， V 为输出电压。

光电电流 I_{ph} 可表示为

$$I_{ph} = \left(I_{sc} + K_i(T - T_{ref}) \right) \frac{G}{G_{ref}} \quad (4)$$

T_{ref} 为参考温度、 I_{sc} 为短路电流(Short-circuit current)、 K_i 为短路电流的温度系数， G 和 G_{ref} 分别为实际太阳辐射强度和参考太阳辐射强度。

饱和电流 I_s 和温度 T 的关系为

$$I_s = I_{rs}(T/T_{ref})^3 \exp \left[\frac{qE_g}{AK} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_{ref}} \right) \right] \quad (5)$$

其中 E_g 为禁带宽度， I_{rs} 为逆饱和电流

$$I_{rs} = I_{sc} \left[\exp \left(\frac{qV_{oc}}{N_s AKT} \right) - 1 \right]^{-1} \quad (6)$$

方程(3)、(4)和(5)确定了电流 I 和电压 V 的关系。从而也确定了 V 和功率 P 的关系。模型的推导和参数

$$T, \quad T_{ref}, \quad G, \quad G_{ref}, \quad N_s, \quad N_p, \quad I_{rs}, \quad A, \quad K_i, \quad E_g, \quad V_{oc}$$

参考文献[1][2]。

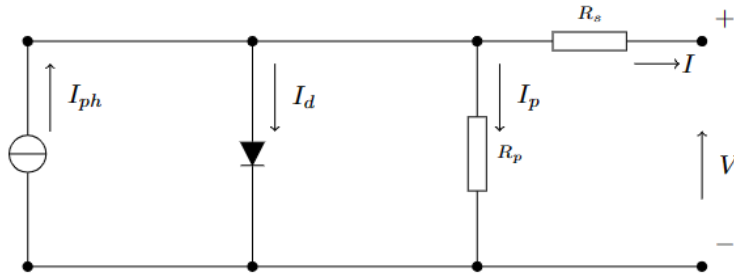


图 1: 等效电路图

参考文献

-
- [1] Vinod, Raj Kumar, S. K. Singh, Solar photovoltaic modeling and simulation: As a renewable energy solution, Energy Reports 4 (2018) 701-712.
 - [2] Djamila Rekioua, Ernest Matagne, Optimization of Photovoltaic Power Systems, Modelization, Simulation and Control, 2012, Springer Science & Business Media, <http://dx.doi.org/10.1007/978-1-4471-2403-0>