

2022年上海交通大学数学建模校内赛

B 题 相互影响下观点的形成

如何定量地描述社会群体中某个观点的形成是社会学家非常感兴趣的问题。观点形成和很多因素有关：社会群体的人数、群体中任何两个人之间的互相影响、群体中重要人物的影响、网络媒体的影响、其它各种噪声的影响。该问题可用宏观或微观方法进行描述。论文[1]从统计物理的角度构造微观模型定量描述观点的形成，详见附件1。

群体中每个个体都对某一个观点持正面看法或持负面看法。任意一个个体的观点都会随时间变化。第 i 个个体观点改变往往和该个体受到的“力” I_i 有关。至少有三个因素和“ I_i ”相关：第 i 个个体的保守程度、外界媒体等影响、其它个体的影响。其它不确定因素作为噪声处理。个体之间的互相影响往往和个体之间的亲密程度有关，也和个体的影响力有关。群体中有一个领导者，领导者的影响力远远大于其他个体的影响力。整个群体的观点是否和领导者一致是本赛题主要关注的问题。

问题1：请给出“力” I_i 的定义，分析它的合理性。特别地，从个体 i 是否容易改变观念的角度定性分析各种参数的影响，比如，个体的保守程度、外界媒体影响、个体的影响力、个体之间的亲密程度和噪声等。

问题2：设每个个体的初始观点随机给定，通过问题1中的“力”可以随机模拟每个个体的观点演化。(1) 模拟各个个体的观点随时间变化，特别计算时间足够长后每个个体的观点(称为稳态解)。(2) 根据稳态解，计算群体中和领导者观点相同的比例 p ，画出 p 和噪声之间关系的图像。(3) 达到稳态后，和领导者接近的个体的观点是否和领导者观点保持一致？甚至整个群体的观点都被领导者观点决定？通过计算验证是否有这两种现象。如果有这种现象，请给出相应的参数数据或范围。

问题3：当群体个数很大时，问题2中的模拟可能需要很大的计算工作量。(1)在某些近似下，设计一个计算 p 的工作量更省的方法，请做详细推导。(2) 根据(1)中的方法画出 p 和噪声之间关系的图像，并和问题2中的结果比较。(3)在某个临界噪声下， p 变化非常大，请找出该临界噪声。(4) 通过计算分析您的模型中(除了噪声之外)其它参数对 p 的影响。

问题4：领导者在群体中都有很大的影响力。(1) 群体中有两个领导者，请推广相关模型和计算方法。(2) 当两个领导者的观点相同或不同时，请分别给出相应计算结果。(3) 两个领导者之间的亲密程度如何影响问题(2)中的结论。

问题5：近期民意表明美国人民对总统拜登持有较大的负面看法。(1) 副总统、议长或美国最高法院法官对民意有很大影响，请为总统拜登设计一个策略使得他有更好的民意。(2) 总统拜登能否通过媒体改善他的民意呢？请做相关分析。

参考文献

- [1] K. Kacperski and J. A. Holyst, Formation of Opinions under the Influence of Competing Agents-a Mean Field Approach, in D. Helbing, H.J. Herrmann, M.Schreckenberg, D. E. Wolf (Ed.), Traffic and Granular Flow'99, Social, Traffic, and Granular Dynamics, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2000.