随着经济和社会的发展，人类面临能源需求和环境污染的双重挑战，发展可再生能源产业已成为世界各国的共识。波浪能作为一种重要的海洋可再生能源，储量丰富，分布广泛，应用前景十分可观。实现波浪能的规模化利用，关键要提高波浪能装置的能量转换效率，保证能源获取效率。因此，设计最大输出功率的波浪能装置，对于发展利用可再生能源，应对环境污染问题具有重大意义。

图1是一种波浪能装置示意图，由浮子、振子、中轴以及能量输出系统（PTO，包括弹簧和阻尼器）构成。振子、中轴及PTO被密封在浮子内部，浮子由质量分布均匀圆柱壳体和圆锥壳体组成，两壳体连接部分有一隔层。振子是穿在中轴上的圆柱体，通过PTO系统与中轴底座链接。在波浪的作用下，浮子运动并带动振子运动，通过二者的相对运动驱动阻尼器做功，将所做的功作为能量输出。

在图1的装置中，中轴底座固定于隔层的中心位置，弹簧和直线阻尼器一端固定在振子上，一端固定在中轴底座上，振子沿中轴做往复运动。直线阻尼器的阻尼力与浮子和振子的相对速度成正比，比例系数为直线阻尼器的阻尼系数。初始时刻浮子和振子平衡于静水中，海水作用的相关参数如附件3、4所示。现考虑浮子在波浪中只做垂荡运动，建立浮子与振子的运动模型并求解问题：

分别对以下两种情况计算浮子和振子在波浪激励力$fcos$作用下前40个波浪周期内时间间隔为0.2s的垂荡位移和速度：（1）直线阻尼器阻尼系数为10000$N$（2）直线阻尼器的阻尼系数与浮子和振子的相对速度的绝对值的幂成正比，其中比例系数取10000，幂指数取0.5

仍考虑浮子在波浪中只做垂荡运动，利用附件3、4提供的参数值，分别对以下两种情况确定PTO系统的最大输出功率，以及直线阻尼器相对应的最优阻尼系数：（1）阻尼系数为常量，阻尼系数在区间$[0,100000]$内取值（2）阻尼系数与浮子和振子的相对速度的绝对值的幂成正比，比例系数在区间$[0,100000]$内取值，幂指数在区间$[0,1]$内取值

在图1(b)的装置中，中轴底座固定于隔层的中心位置，中轴架通过转轴铰接于中轴底座中心，中轴绕转轴转动，PTO 系统连接振子和转轴架，并处于中轴与转轴所在的平面。除了直线阻尼器，在转轴上还安装了旋转阻尼器和扭转弹簧，直线阻尼器和旋转阻尼器共同做功输出  
能量。扭转弹簧的扭矩与浮子和振子的相对角位移成正比，比例系数为扭转弹簧的刚度。转阻尼器的扭矩与浮子和振子的相对角速度成正比，比例系数为旋转阻尼器的旋转阻尼系数。初始时刻浮子与振子平衡于静水中，海水作用的相关参数如附件3、4所示。现考虑浮子在波浪中只做垂荡和纵摇运动，建立浮子与振子的运动模型并求解问题：假定直线阻尼器和旋转阻尼器的阻尼系数分别为$10000$和$1000$，计算浮子于振子在波浪激励力$f$和波浪激励力矩$L$作用下，前40个波浪周期内时间间隔为0.2s的垂荡位移、速度、纵摇角位移与角速度

仍考虑浮子在波浪中只做垂荡和纵摇运动。已知直线阻尼器和旋转阻尼器的阻尼系数均为常量且在区间$[0,100000]$内取值，结合附件3、4提供的参数值，计算PTO系统的最大输出功率及相应的最优阻尼系数。

，

微幅震动——海平面大致不变

假设隔层中点表示浮体位置

振子底面圆心表示振子位置

问题一要建立浮子与振子的运动模型，分两种情况讨论并求解前40个波浪周期内时间间隔为0.2s的垂荡位移和速度。由于浮子受到线性周期微幅波的作用，可近似认为海平面高度无变化，故选取海平面位置为零点，竖直向上为正方向建立坐标轴，对浮子与振子的运动进行定量化描述。结合附录3、4中的数据，对浮子与振子分别做受力分析，得到描述二者位置变化的微分方程。进而对微分方程进行换元与变换，得到一阶显式微分方程组，利用matlab中的odefun函数求解微分方程的数值解，得到所求时刻的垂荡位移与速度。

问题二给出了阻尼系数的两种情况，要分别求解PTO系统的最大输出功率及对应的最优阻尼系数。首先根据平均功率的表达式构建数学模型，得到第一问中平均功率关于阻尼系数的函数，以及第二问中平均功率关于比例系数及幂指数的函数。对于给定的步长，将两个函数的自变量在区间范围内遍历，从而得到平均功率的数据散点图。观察散点图中的数据分布，对最大值点进行检索与估计，得到最大平均输出功率及对应的阻尼系数。

波浪能装置是一种转化利用海洋能源的重要工具。在波浪的作用下，通过浮子与振子的相对运动驱使内部阻尼器做功，从而实现能量的转化输出。该装置在海水中的运动是一个复杂的过程，受到自身与外界多种因素的影响。实现波浪能装置的最大功率输出，对于发展利用可再生能源、应对环境污染问题均具有重大意义。

问题三要构建浮子与振子垂荡纵摇的运动模型，求解前40个波浪周期内时间间隔为0.2s的垂荡位移、垂荡速度、纵摇角位移、纵摇角速度。首先假定浮子旋转轴及其轴心处的运动状态，结合附件3、4中的数据，对浮子和振子在垂荡运动方向与纵摇运动方向上进行受力分析。再根据牛顿第二定律列出浮子与振子的运动学微分方程，通过换元整理转换为一阶显式微分方程。利用matlab中的\over|odefun|函数求解微分方程的数值解，得到所求时刻的相关数据。

。通过假定浮子的旋转轴以及其旋转轴心处  
的运动状态，利用附件 3 和附件 4 提供的数据，对浮子和振子在垂荡运动方向与纵摇旋转方向上进行  
受力分析。模型求解思路同问题一，将得到的运动方程化为一阶显式微分方程组后，进利用 matlab  
中的odefun函数求解微分方程的数值解，得到前 40 个波浪周期内时间间隔为 0.2s 的浮子与振子垂  
荡位移与速度、纵摇角位移与角速

问题四要在问题三模型的基础上，求解给定参数范围内的最大平均输出功率及相应的阻尼系数。首先利用附件中参数求解在给定直线阻尼系数与旋转阻尼系数下，垂荡纵摇过程中的相对位移与相对速度。建模思路同问题二，继而构建平均输出功率的数值求值模型。由于直接进行高密度搜索需要的时间成本较高，这里采用多重搜索方法求解最大平均功率点。逐步缩小区间及步长，达到一定精度后，获得平均输出功率最大值及其对应的最优阻尼系数