TIPE
Transport Optimal

ROCHER Kilian — WILLEM Logan

2020 / 2021

Qu'est ce que l'optimisation des transports ?

Définition de l'optimisation des transports

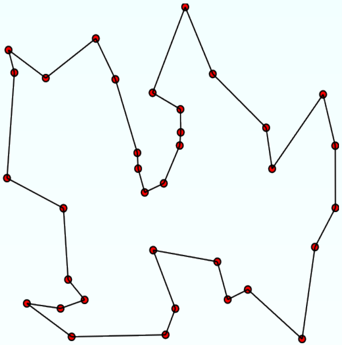
Quelques exemples

Quelques problèmes d'optimisation

Quelques exemples

Quelques problèmes d'optimisation

- **Le voyageur de commerce**

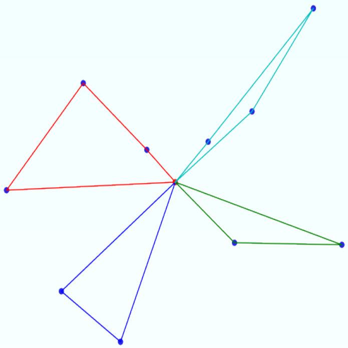


Quelques exemples

Quelques problèmes d'optimisation

— Le voyageur de commerce

— **Tournée des véhicules**

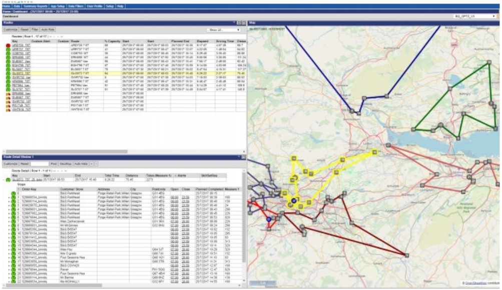


Applications réelles

INTERNATIONAL

Ontex s'équipe de la solution d'optimisation du transport de Descartes

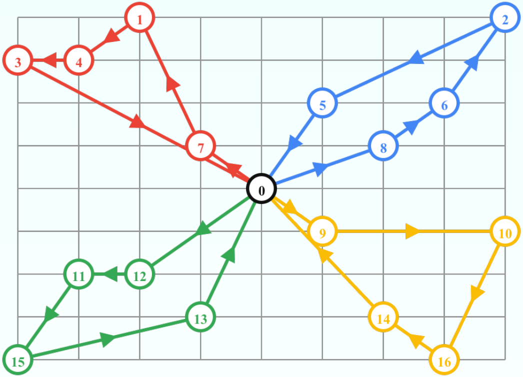
16.10.2018 • 11h00 | par Emilien VILLEROY



Fournisseur mondial de produits d'hygiène corporelle jetables, Ontex utilise désormais la solution Route Planner de l'éditeur Descartes pour optimiser ses tournées au Royaume-Uni.

Contexte

Dans ce type de problèmes, il s'agit de minimiser le coût total (en distance par exemple) de la tournée de tous les véhicules, ayant pour objectif de livrer un nombre défini de clients.



Variantes

Différentes variantes du problème de tournée des véhicules

— Classique (VRP)

Variantes

Différentes variantes du problème de tournée des véhicules

- Classique (VRP)
- Contrainte de capacité (CVRP)

Variantes

Différentes variantes du problème de tournée des véhicules

— Classique (VRP)
— Contrainte de capacité (CVRP)
— Dépôts multiples (MDVRP)

Variantes

Différentes variantes du problème de tournée des véhicules

— Classique (VRP)

— Contrainte de capacité (CVRP)

— Dépôts multiples (MDVRP)

— Retours des colis (VRPPD et VRPB)

Variantes

Différentes variantes du problème de tournée des véhicules

— Classique (VRP)

— Contrainte de capacité (CVRP)

— Dépôts multiples (MDVRP)

— Retours des colis (VRPPD et VRPB)

— ...

On s'est intéressé à la version classique afin de s'approprier au mieux le problème.

Pourquoi utiliser une résolution approchée ?

Deux choix pour le premier camion pour chaque client : "OUI" ou "NON"

Pourquoi utiliser une résolution approchée ?

Deux choix pour le premier camion pour chaque client : "OUI" ou "NON"

2^n possibilités

Pourquoi utiliser une résolution approchée ?

Deux choix pour le premier camion pour chaque client : "OUI" ou "NON"

$$2^n \text{ possibilités}$$

Le sens importe peu :

$$2^{n-1} \text{ possibilités}$$

Pourquoi utiliser une résolution approchée ?

Deux choix pour le premier camion pour chaque client : "OUI" ou "NON"

$$2^n \text{ possibilités}$$

Le sens importe peu :

$$2^{n-1} \text{ possibilités}$$

Pour tous les trajets, il existe au moins 2^{n-1} possibilités :

Pourquoi utiliser une résolution approchée ?

Deux choix pour le premier camion pour chaque client : "OUI" ou "NON"

$$2^n \text{ possibilités}$$

Le sens importe peu :

$$2^{n-1} \text{ possibilités}$$

Pour tous les trajets, il existe au moins 2^{n-1} possibilités :

complexité **exponentiel**

L'algorithme de Clarke & Wright

Données

- Un point D de coordonnées $(0, 0)$: le dépot

L'algorithme de Clarke & Wright

Données

- Un point D de coordonnées $(0,0)$: le dépot
- Une famille de points $(i_1, ..., i_n) \in ([-100, 100]^2)^n$ pour un certain $n \in [2, +\infty[$ représentant les clients

L'algorithme de Clarke & Wright

Données

- Un point D de coordonnées $(0, 0)$: le dépot
- Une famille de points $(i_1, ..., i_n) \in ([-100, 100]^2)^n$ pour un certain $n \in [2, +\infty[$ représentant les clients
- Une fonction d qui calcule la distance entre deux points.

L'algorithme de Clarke & Wright

Données

- Un point D de coordonnées $(0, 0)$: le dépot
- Une famille de points $(i_1, ..., i_n) \in ([-100, 100]^2)^n$ pour un certain $n \in [2, +\infty[$ représentant les clients
- Une fonction d qui calcule la distance entre deux points.

Remarque : Dans cette méthode de résolution, le nombre de véhicules n'est pas fixé. C'est l'algorithme qui décide du nombre optimal de véhicules à utiliser.

L'algorithme de Clarke & Wright

Definition (Fonction *gain*)

Fonction s : calcule le gain après raccord de deux routes.
Pour deux points i et j, s calcule la différence de distance entre le chemin $D - i - D + D - j - D$ qui vaut $2d(D,i) + 2d(j,D)$ au chemin $D - i - j - D$ de distance $d(D,i) + d(i,j) + d(j,D)$

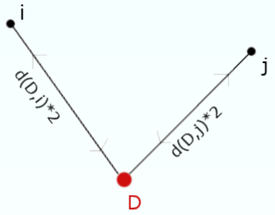
$$s(i,j) = 2d(D,i) + 2d(j,D) - [d(D,i) + d(i,j) + d(j,D)]$$
$$s(i,j) = d(D,i) + d(j,D) - d(i,j)$$

L'algorithme de Clarke & Wright

Definition (Fonction *gain*)

Fonction s : calcule le gain après raccord de deux routes.
Pour deux points i et j, s calcule la différence de distance entre le chemin $D-i-D+D-j-D$ qui vaut $2d(D,i)+2d(j,D)$ au chemin $D-i-j-D$ de distance $d(D,i)+d(i,j)+d(j,D)$

$$s(i,j) = 2d(D,i) + 2d(j,D) - [d(D,i) + d(i,j) + d(j,D)]$$
$$s(i,j) = d(D,i) + d(j,D) - d(i,j)$$

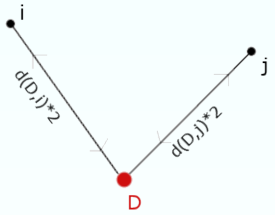


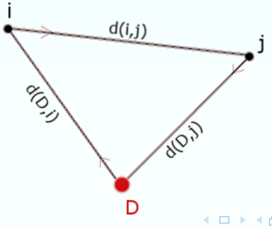
L'algorithme de Clarke & Wright

Definition (Fonction *gain*)

Fonction s : calcule le gain après raccord de deux routes.
Pour deux points i et j, s calcule la différence de distance entre le chemin $D-i-D+D-j-D$ qui vaut $2d(D,i)+2d(j,D)$ au chemin $D-i-j-D$ de distance $d(D,i)+d(i,j)+d(j,D)$

$$s(i,j) = 2d(D,i) + 2d(j,D) - [d(D,i) + d(i,j) + d(j,D)]$$
$$s(i,j) = d(D,i) + d(j,D) - d(i,j)$$





L'algorithme de Clarke & Wright

L'algorithme comporte deux étapes majeures

— **Étape 1 : Calcul des bénéfices**
Calcul la liste des bénéfices s_{ij} pour $i, j \in [\![1, n]\!]$ et tri de cette liste

```python
# Construction de la liste des "savings" pour chaque couple de points
def savings(DEPOT=DEPOT, CLIENTS=CLIENTS):
    list_savings = []
    client_savings = []
    temp = []
    temp2 = []
    for i in range(0, len(CLIENTS)-1):
        for j in range(i+1, len(CLIENTS)):
            temp.append((round(distance(
                CLIENTS[i], DEPOT)+distance(CLIENTS[j], DEPOT)-distance(CLIENTS[i], CLIENTS[j]), 2)))
            temp2.append((i+1, j+1))
        list_savings.append(temp)
        client_savings.append(temp2)
        temp = []
        temp2 = []
    return (list_savings, client_savings)


# Créer les routes D-i-D
def create_routes(DEPOT=DEPOT, CLIENTS=CLIENTS):
    list_route = []
    for i in range(len(CLIENTS)):
        list_route.append([0, i+1, 0])
    return list_route


def joindre_tableaux(res=savings()):⋯


# Trier les savings afin d'en retirer les bénéfices les plus élevés
def order_list(x=joindre_tableaux()):
    list_savings = x[0]
    client_savings = x[1]
    for i in range(len(list_savings)):
        for j in range(i, len(list_savings)):
            if list_savings[j] > list_savings[i]:
                (list_savings[i], list_savings[j]) = (
                    list_savings[j], list_savings[i])
                (client_savings[i], client_savings[j]) = (
                    client_savings[j], client_savings[i])
    return (list_savings, client_savings)
```

L'algorithme de Clarke & Wright

L'algorithme comporte deux étapes majeures

- Étape 1 : Calcul des bénéfices
  Calcul la liste des bénéfices s_{ij} pour $i, j \in [\![1, n]\!]$ et tri de cette liste
- **Etape 2 : Fusion des routes**
  Fusion des routes si celles-ci peuvent l'être, dans l'ordre donné par la liste précédente

```python
# Forme les routes en prenant en compte les bénéfices
def merge_routes(ROUTE=ROUTES, list_savings=SAVINGS[0], client_savings=SAVINGS[1]):
    temp = 0
    for i in range(len(list_savings)):
        for j in range(len(ROUTE)):
            if ROUTE[j][0] == 0 and ROUTE[j][1] == client_savings[i][1]:
                for k in range(len(ROUTE)):
                    if ROUTE[k][1] == client_savings[i][0] and ROUTE[j][2] == 0:
                        _ = ROUTE[k].pop()
                        ROUTE[k].append(client_savings[i][1])
                        ROUTE[k].append(0)
                        ROUTE.remove(ROUTE[j])
                        temp = 1
                        break
            if temp == 1:
                temp = 0
                break
    return ROUTE
```

Résultat

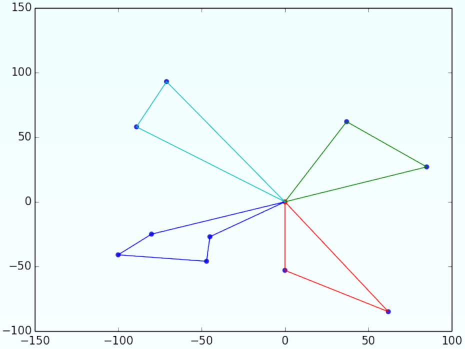


Figure – Solution satisfaisante d'un problème

Insuffisance de l'algorithme

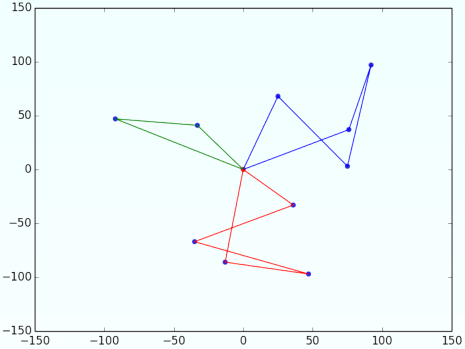


Figure – Résultat non satisfaisant pour 10 clients

Insuffisance de l'algorithme

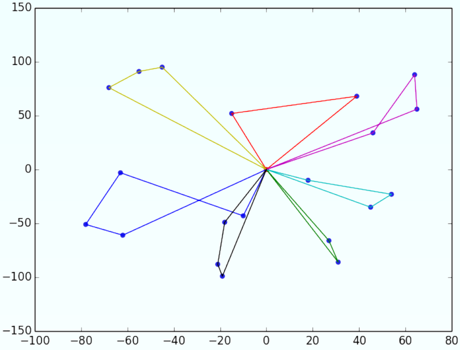
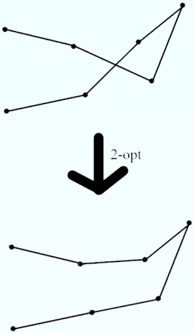


Figure – Résultat non satisfaisant pour 20 clients

Le 2-opt



Principe du 2-opt
Suppression des liaisons sécantes

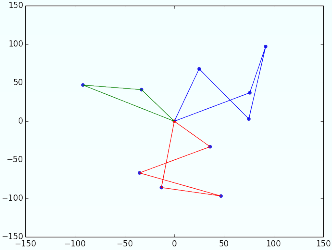
```python
# 2_opt pour regler les problemes de croisements
def deux_opt(routes=FINAL):
    continuer = True
    while continuer:
        continuer = False
        for route in routes:
            if len(route) > 4:
                for i in range(len(route)-1):
                    for j in range(len(route)-1):
                        if j != i and j != i-1 and j != i+1:
                            if route[i] == 0:
                                if distance(DEPOT, CLIENTS[route[i+1]-1]) + distance(CLIENTS[route[j]-1], CLIENTS[route[j+1]-1]) >
                                distance(DEPOT, CLIENTS[route[j]-1]) + distance(CLIENTS[route[i+1]-1], CLIENTS[route[j+1]-1]):
                                    (route[i+1], route[j]
                                     ) = (route[j], route[i+1])
                                    continuer = True
                            elif route[j] == 0:
                                if distance(CLIENTS[route[i]-1], CLIENTS[route[i+1]-1]) + distance(DEPOT, CLIENTS[route[j+1]-1]) >
                                distance(CLIENTS[route[i]-1], DEPOT) + distance(CLIENTS[route[i+1]-1], CLIENTS[route[j+1]-1]):
                                    (route[i], route[j+1]
                                     ) = (route[j+1], route[i])
                                    continuer = True
                            elif distance(CLIENTS[route[i]-1], CLIENTS[route[i+1]-1]) + distance(CLIENTS[route[j]-1], CLIENTS[route[j+1]-1]) >
                            distance(CLIENTS[route[i]-1], CLIENTS[route[j]-1]) + distance(CLIENTS[route[i+1]-1], CLIENTS[route[j+1]-1]):
                                (route[i+1], route[j]) = (route[j], route[i+1])
                                continuer = True

    return routes
```

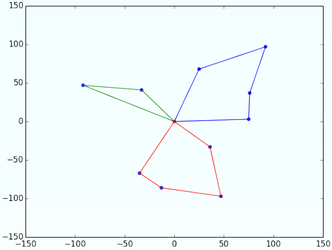
Vue générale de l'algorithme

Résultats avec 2-opt

10 clients



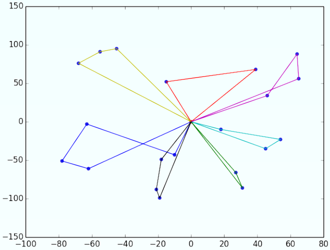
Avant



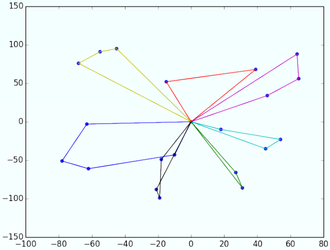
Après

Résultats avec 2-opt

20 clients



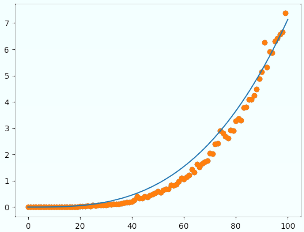
Distance : 1442km
Avant



Distance : 1403km
Après

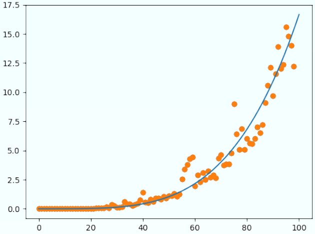
Complexité des algorithmes

Sans 2-opt



$$f(x) = x^3/14000$$

Avec 2-opt



$$f(x) = x^4/6000000$$

Limite de l'algotithme ?

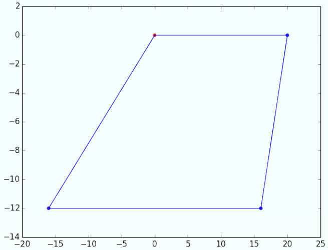
Mauvaise résolution pour les points suivants :

$$i_1 = (20, 0),\ i_2 = (-16, -12),\ i_3 = (16, -12)$$

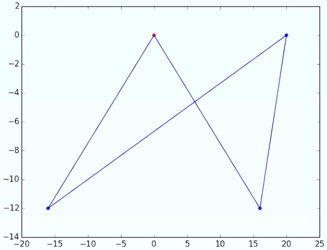
Limite de l'algotithme ?

Mauvaise résolution pour les points suivants :

$$i_1 = (20, 0),\ i_2 = (-16, -12),\ i_3 = (16, -12)$$



Distance : 85km
Avant 2-opt



Distance : 91km
Après 2-opt