排列

先来考虑一个排列可到达的条件是什么。

如果不是 n 排列, 而是 01 序列的话, 那么条件是显然的: 只要对于任意 i, 序列 b 的 第 i 个 1 都位于序列 a 的第 i 个 1 的右边(不一定严格), 那么 a 就可以到达 b。

对于一个 n 排列 a,以及一个数 k,把 a 中大于 k 的数标为 1,剩下的数标为 0,就能得 到一个 01 序列。如果对于任意的 k,排列 a 对应的 01 序列都能够到达排列 b 对应的序列,那么排列 a 就可以到达排列 b。

它的必要性是显然的。至于充分性,可以观察下面这个移动策略: i 从 n 到 1 的顺序,每次将数字 i 移到它的目标位置,令当前位置为 l,目标位置为 r,当前 (l,r] 区间的最大数字为 a[i],那么把 a[i] 和 a[i] 交换一下即可。

容易看出这样移动一定是可行的。

那么只要做一个 01 串 DP:

F[i][j]表示到第 i 位,已经用了的集合为 j 的方案数,从一个全 0 的串开始,每次转移 是枚举第 i 位放几,即将串中的某个 0 改为 1,最后到达一个全 1 的串,且保证经过的都 是合法 01 串。

这个 DP 是 O(n*2^n) 的。

Treap

从下到上做。

在每个结点 v 处求出一棵线段树,线段树的下标是一个权值 w, 值为: 假如 v 上面有一个结点权值是 w, 那么那个点能在以 v 为根的子树中获得的最大结点数。

于是我们有两种操作:

- (1) 一个区间内加一个数
- (2) 多个线段树在每个(线段树的)结点处数值相加

线段树合并。复杂度 O(n log n)。

Tree

首先可以考虑一下怎么做 k=1 的情形,即要求同色点都不相邻。

这个可以容斥,将结点 划分成若干个小组,每个小组内都是同色点,并且要求小组里 的点连成一个子树,然后再把这些小子树连起来成为整棵树。

因为是容斥,一个小组内如果有奇数条边(偶数个点)就要乘上一个 (-1)。

这里有个小结论,如果 n 个点被拆成小块的大小分别是 $n = a1 + a2 + \cdots + ak$,那么连成树的方案数是 $n^{(k-2)*a1*a2*\cdots*}$ an,可以用 Prufer 序列证明。

这样只要 DP 如何分组,然后状态里再多记一维当前有几组,就可以了。

然后再看 k > 1,如果预先分好组使得每组形成一个不超过 k 的同色连通块,那么上面的 这个容斥还是可以用的。

所以只要在里面再套一层分组就可以了,相当于要多跑一次 DP。

直接写的复杂度是 O(n^3) 的,已经可以 AC 了。

应该可以进一步优化复杂度吧,时间原因咱没有继续往下想,有神犇来分享一下吗