杀毒软件 kill

这应该算是一道套路题+码农题。所有用到的知识点都没有超出提高组范围。

首先注意到所谓的“危险串”，我们会想到AC自动机。

看到很小的数据范围，我们会想到状态压缩DP。

看到区间询问，我们会想到线段树。

然后，我们就会想到矩阵来将这所有东西结合在一起。

于是，这道题的题解就是：线段树维护AC自动机上的状态压缩DP的矩阵转移的动态DP。

时间复杂度：

$$O(q(\sum s_i - m)^3 log\, n)$$

政治正确 politics

NOI2010出现了一道穷凶极恶的题，叫成长快乐。

这道题类似于成长快乐，但是更简单一点。该题使用模拟退火或者爬山等算法是可以得到很高的分数的，同时只需要一点小小的手段就可以轻松得到满分。

我们需要最小化一个长相奇怪的函数。搞清楚这个函数究竟在描述什么也许要点时间，如果没有因为题面太恶心而放弃的话，我们不难发现，这个函数可以看成m维空间中有n个点和一个球壳，我们要在球壳内部找到一个点，使得所有点和球壳给这个点施加的影响总和最小。

实际上这个总影响一定可以最小化为0的。下面将证明这一点。

所有点和球壳给空间中任意一点的影响可以看成是力，因为公式中对于每个政治问题的影响可以看成是力正交分解后在每个正交基上的分量。同时，这样的力一定是保守力，即选择相同的起点和重点，无论通过什么路线移动这个点，该点受外力做功相同，因此整个立场是保守力场。所以我们可以想象出这个空间中的势能的分布。并且我们知道，靠近球壳的地方势能区域正无穷，政客代表的点势能也趋近正无穷。所以假设你在球壳内随便放入一个小球，小球会沿着势能下降最快的方向加速。最终，由于阻力的作用，小球会停在某个势能的极小值处，而这个地方的受力一定为0，可以想象出，球壳内至少存在一个这样的点。

小球的滚动可以当做就是爬山算法的过程，因此，我们在爬山时不需要再枚举怎样更改政治主张，而是直接沿着受影响的反方向成比例改变政治主张，这个方向一定是最优的，沿着这个方向走，最终我们将会达到受影响为0的点。

水果拼盘 eat

将每一种水果拼盘变成一个二进制串，设A_0为一个多项式，第i项的系数为二进制串i的个数。

接下来我们要解决的问题将可以转化成：对于某一种目标二进制串X，求有多少种办法选择不重复的二进制串(即水果拼盘)，使这些二进制串的按位或值为X。假设这个答案构成的多项式叫做B。

对于这个问题，我们可以先尝试解决有重复的情况。

如果允许重复，那么“选择k个拼盘按位或”的结果多项式将会是多项式$A_0^k/k!$。其中乘法过程替换为FWT的过程。可以证明这样是对的。

不能允许重复，则我们需要把存在重复的所有情况从最终结果里减掉。比如，选择三个拼盘时，我们需要将所有只由一个或两个拼盘构成的答案减去。

我们通过简单的组合数计算可以知道类似下面这个表格的一些规律。拿A_0^3行第2列举例，在A_0^3这个多项式内，A_0中每一对X,Y会在第$X|Y$位产生6的贡献(即被重复算了6次)。

	只由**1**个拼盘构成	只有**2**个拼盘构成	只有**3**个拼盘构成	只由**4**个拼盘构成
A_0^1	1	0	0	0
A_0^2	1	2	0	0
A_0^3	1	6	6	0
A_0^4	1	14	36	24

为了减掉所有“存在重复使用的拼盘”的方案产生的贡献，我们可以将需要计算的A_0^k减去k更小的A_0^k的特定倍数。

比如，为了求出B_3，我们可以这样算：

$$B_3 = \frac{A_0^3 - 3A_0^2 + 2A_0}{6}$$

同理，B_4算法类似：

$$B_4 = \frac{A_0^4 - 6A_0^3 + 11A_0^2 - 6A_0}{24}$$

不难发现，这里B_i中A_0^j项的系数就是第一类斯特林数的$S(i,j)$。其中：

$$S(i,j) = S(i-1,j-1) - (i-1)S(i-1,j)$$

于是乎，我们可以先Dp求出$S(i,j)$，然后用上面的方法把对应的A_0^k相减，即可求出目标多项式。然后对目标多项式暴力求期望即可。

总时间复杂度为：

$$O(k^2 + km2^m)$$