

绍兴一中NOI模拟赛

by Stilwell

2018 年 1 月 25 日

Skip

- 题目来源
- XVIII Open Cup named after E.V. Pankratiev. Grand Prix of Urals

Skip

- 设 f_i 表示最后参加的一场比赛为 i 的最优值，转移方程形如

$$f_i = f_j + a_i + \binom{i-j}{2}$$

Skip

- 设 f_i 表示最后参加的一场比赛为 i 的最优值，转移方程形如

$$f_i = f_j + a_i + \binom{i-j}{2}$$

- 决策单调性经典题。

Skip

- 设 f_i 表示最后参加的一场比赛为 i 的最优值，转移方程形如

$$f_i = f_j + a_i + \binom{i-j}{2}$$

- 决策单调性经典题。
- 对权值 a_i 建线段树，每个节点上维护一个单调栈。

Skip

- 设 f_i 表示最后参加的一场比赛为 i 的最优值，转移方程形如

$$f_i = f_j + a_i + \binom{i-j}{2}$$

- 决策单调性经典题。
- 对权值 a_i 建线段树，每个节点上维护一个单调栈。
 - 栈中维护每个元素成为最优解的区间。

Skip

- 设 f_i 表示最后参加的一场比赛为 i 的最优值，转移方程形如

$$f_i = f_j + a_i + \binom{i-j}{2}$$

- 决策单调性经典题。
- 对权值 a_i 建线段树，每个节点上维护一个单调栈。
 - 栈中维护每个元素成为最优解的区间。
 - 退栈时 $O(1)$ 检查，不退时二分更新栈顶元素的区间。

Skip

- 设 f_i 表示最后参加的一场比赛为 i 的最优值，转移方程形如

$$f_i = f_j + a_i + \binom{i-j}{2}$$

- 决策单调性经典题。
- 对权值 a_i 建线段树，每个节点上维护一个单调栈。
 - 栈中维护每个元素成为最优解的区间。
 - 退栈时 $O(1)$ 检查，不退时二分更新栈顶元素的区间。
- 时间复杂度 $O(n \log^2 n)$ 。

Skip

- 设 f_i 表示最后参加的一场比赛为 i 的最优值，转移方程形如

$$f_i = f_j + a_i + \binom{i-j}{2}$$

- 决策单调性经典题。
- 对权值 a_i 建线段树，每个节点上维护一个单调栈。
 - 栈中维护每个元素成为最优解的区间。
 - 退栈时 $O(1)$ 检查，不退时二分更新栈顶元素的区间。
- 时间复杂度 $O(n \log^2 n)$ 。
- 听说刚做过[美团2017Onsite]Radar，检测一下训练效果。

String

- 题目来源
- XVII Open Cup named after E.V. Pankratiev. Grand Prix of America (NAIPC-2017)

String

- 先考虑 $k \leq 8$ ，字典序类问题使用逐位确定。

String

- 先考虑 $k \leq 8$ ，字典序类问题使用逐位确定。
- 状态为使用过的几种字符分别使用了多少次，状态数 $\leq (k+1)!$ 。

String

- 先考虑 $k \leq 8$ ，字典序类问题使用逐位确定。
- 状态为使用过的几种字符分别使用了多少次，状态数 $\leq (k+1)!$ 。
 - 预处理时需要再记录前一个使用的是哪个字符。

String

- 先考虑 $k \leq 8$ ，字典序类问题使用逐位确定。
- 状态为使用过的几种字符分别使用了多少次，状态数 $\leq (k+1)!$ 。
 - 预处理时需要再记录前一个使用的是哪个字符。
- 当 $k > 8$ 时，每次输出一串形如 $ababab \dots baba$ 的前缀，可以把 k 减小2。

Permutation

- 题目来源
- ??? 大概也是某场Open Cup

Permutation

- 首先可以发现，如果 $|A[i][m] - A[i + 1][m]| \neq 0$

Permutation

- 首先可以发现，如果 $|A[i][m] - A[i+1][m]| \neq 0$
 - 那么 $A[i][m+1 \dots k]$ 一定是 $n - (k - m) + 1 \dots n$ 。

Permutation

- 首先可以发现, 如果 $|A[i][m] - A[i+1][m]| \neq 0$
 - 那么 $A[i][m+1 \dots k]$ 一定是 $n - (k - m) + 1 \dots n$ 。
- 等价于 $n = n - (k - m)$, $k = m$ 的答案。

Permutation

- 首先可以发现, 如果 $|A[i][m] - A[i+1][m]| \neq 0$
 - 那么 $A[i][m+1 \dots k]$ 一定是 $n - (k - m) + 1 \dots n$ 。
- 等价于 $n = n - (k - m)$, $k = m$ 的答案。
- 于是现在只要考虑 $k = m$ 的情况, 令 $f(n, k)$ 表示这个情况下的答案。

Permutation

- 首先可以发现，如果 $|A[i][m] - A[i+1][m]| \neq 0$
 - 那么 $A[i][m+1 \dots k]$ 一定是 $n - (k - m) + 1 \dots n$ 。
- 等价于 $n = n - (k - m)$, $k = m$ 的答案。
- 于是现在只要考虑 $k = m$ 的情况，令 $f(n, k)$ 表示这个情况下的答案。
- 考虑第一个元素 $A[i][1]$ 的值，可以取遍 $1..n - (k - 1)$ 。

Permutation

- 首先可以发现, 如果 $|A[i][m] - A[i+1][m]| \neq 0$
 - 那么 $A[i][m+1 \dots k]$ 一定是 $n - (k - m) + 1 \dots n$ 。
- 等价于 $n = n - (k - m)$, $k = m$ 的答案。
- 于是现在只要考虑 $k = m$ 的情况, 令 $f(n, k)$ 表示这个情况下的答案。
- 考虑第一个元素 $A[i][1]$ 的值, 可以取遍 $1..n - (k - 1)$ 。
- 有两种情况:

Permutation

- 首先可以发现, 如果 $|A[i][m] - A[i+1][m]| \neq 0$
 - 那么 $A[i][m+1 \dots k]$ 一定是 $n - (k - m) + 1 \dots n$ 。
- 等价于 $n = n - (k - m)$, $k = m$ 的答案。
- 于是现在只要考虑 $k = m$ 的情况, 令 $f(n, k)$ 表示这个情况下的答案。
- 考虑第一个元素 $A[i][1]$ 的值, 可以取遍 $1..n - (k - 1)$ 。
- 有两种情况:
 - $A[i][1] = A[i+1][1]$

Permutation

- 首先可以发现, 如果 $|A[i][m] - A[i+1][m]| \neq 0$
 - 那么 $A[i][m+1 \dots k]$ 一定是 $n - (k - m) + 1 \dots n$ 。
- 等价于 $n = n - (k - m)$, $k = m$ 的答案。
- 于是现在只要考虑 $k = m$ 的情况, 令 $f(n, k)$ 表示这个情况下的答案。
- 考虑第一个元素 $A[i][1]$ 的值, 可以取遍 $1..n - (k - 1)$ 。
- 有两种情况:
 - $A[i][1] = A[i+1][1]$
 - $A[i][1] + 1 = A[i+1][1]$

Permutation

- $A[i][1] + 1 = A[i + 1][1]$ 的情况较为简单。

Permutation

- $A[i][1] + 1 = A[i + 1][1]$ 的情况较为简单。
- 如果 $A[i][1] = x$ ，那么因为 $A[i + 1][1] = x + 1$

Permutation

- $A[i][1] + 1 = A[i + 1][1]$ 的情况较为简单。
- 如果 $A[i][1] = x$, 那么因为 $A[i + 1][1] = x + 1$
 - $A[i][2 \dots k]$ 是 $n - (k - 2) \dots n$ 。

Permutation

- $A[i][1] + 1 = A[i + 1][1]$ 的情况较为简单。
- 如果 $A[i][1] = x$, 那么因为 $A[i + 1][1] = x + 1$
 - $A[i][2 \dots k]$ 是 $n - (k - 2) \dots n$ 。
 - $A[i + 1][2 \dots k]$ 是 $x + 2 \dots x + k$ 。

Permutation

- $A[i][1] + 1 = A[i + 1][1]$ 的情况较为简单。
- 如果 $A[i][1] = x$, 那么因为 $A[i + 1][1] = x + 1$
 - $A[i][2 \dots k]$ 是 $n - (k - 2) \dots n$ 。
 - $A[i + 1][2 \dots k]$ 是 $x + 2 \dots x + k$ 。
 - 即有 $|A[i][k] - A[i + 1][k]| = n - x - k$ 。

Permutation

- $A[i][1] + 1 = A[i + 1][1]$ 的情况较为简单。
- 如果 $A[i][1] = x$, 那么因为 $A[i + 1][1] = x + 1$
 - $A[i][2 \dots k]$ 是 $n - (k - 2) \dots n$ 。
 - $A[i + 1][2 \dots k]$ 是 $x + 2 \dots x + k$ 。
 - 即有 $|A[i][k] - A[i + 1][k]| = n - x - k$ 。
- 那么这部分的答案为

$$\sum_{j=1}^{n-k} n - j - k = \sum_{j=1}^{n-1-k} j = \binom{n-k}{2}$$

Permutation

- 考虑 $A[i][1] = A[i+1][1]$ 的情况，枚举 $A[i][1]$ ，答案就是

$$\sum_{j=1}^{n-(k-1)} f(n-j, k-1)$$

Permutation

- 考虑 $A[i][1] = A[i+1][1]$ 的情况，枚举 $A[i][1]$ ，答案就是

$$\sum_{j=1}^{n-(k-1)} f(n-j, k-1)$$

- 令 $g(n, k) = \binom{n-k}{2}$ ，也就是说有

$$f(n, k) = g(n, k) + \sum_{j=1}^{n-(k-1)} f(n-j, k-1)$$

Permutation

- 考虑 $A[i][1] = A[i+1][1]$ 的情况，枚举 $A[i][1]$ ，答案就是

$$\sum_{j=1}^{n-(k-1)} f(n-j, k-1)$$

- 令 $g(n, k) = \binom{n-k}{2}$ ，也就是说有

$$f(n, k) = g(n, k) + \sum_{j=1}^{n-(k-1)} f(n-j, k-1)$$

- 考虑每个 $g(n, k)$ 对总答案的贡献。

Permutation

- $g(n, k) = \binom{n-k}{2}$ 等价于将 $n - k + 1$ 划分成3个正整数的方案。

Permutation

- $g(n, k) = \binom{n-k}{2}$ 等价于将 $n - k + 1$ 划分成3个正整数的方案。
- 考虑 $g(n, k)$ 的贡献系数，由于

$$f(n, k) = g(n, k) + \sum_{j=1}^{n-(k-1)} f(n-j, k-1)$$

Permutation

- $g(n, k) = \binom{n-k}{2}$ 等价于将 $n - k + 1$ 划分成3个正整数的方案。
- 考虑 $g(n, k)$ 的贡献系数，由于

$$f(n, k) = g(n, k) + \sum_{j=1}^{n-(k-1)} f(n-j, k-1)$$

- 相当于将 n 划分成若干正整数之和。

Permutation

- $g(n, k) = \binom{n-k}{2}$ 等价于将 $n - k + 1$ 划分成3个正整数的方案。
- 考虑 $g(n, k)$ 的贡献系数，由于

$$f(n, k) = g(n, k) + \sum_{j=1}^{n-(k-1)} f(n-j, k-1)$$

- 相当于将 n 划分成若干正整数之和。
- $g(m, q)$ 在 $f(n, k)$ 中的系数为将 $n - m$ 划分为 $k - q$ 个正整数。

Permutation

- $g(n, k) = \binom{n-k}{2}$ 等价于将 $n - k + 1$ 划分成 3 个正整数的方案。
- 考虑 $g(n, k)$ 的贡献系数，由于

$$f(n, k) = g(n, k) + \sum_{j=1}^{n-(k-1)} f(n-j, k-1)$$

- 相当于将 n 划分成若干正整数之和。
- $g(m, q)$ 在 $f(n, k)$ 中的系数为将 $n - m$ 划分为 $k - q$ 个正整数。
- 考虑枚举 q 计算 $q \leq m \leq n$ 的总贡献。

Permutation

- 考虑枚举 q 计算 $q \leq m \leq n$ 的 $g(m, q)$ 总贡献。

Permutation

- 考虑枚举 q 计算 $q \leq m \leq n$ 的 $g(m, q)$ 总贡献。
 - 第一步枚举 m 相当于将 $n - q + 1$ 划分为 $n - m$ 和 $m - q + 1$ 。

Permutation

- 考虑枚举 q 计算 $q \leq m \leq n$ 的 $g(m, q)$ 总贡献。
 - 第一步枚举 m 相当于将 $n - q + 1$ 划分为 $n - m$ 和 $m - q + 1$ 。
 - 然后将 $n - m$ 划分为 $k - q$ 个正整数, $m - q + 1$ 划分为3个正整数。

Permutation

- 考虑枚举 q 计算 $q \leq m \leq n$ 的 $g(m, q)$ 总贡献。
 - 第一步枚举 m 相当于将 $n - q + 1$ 划分为 $n - m$ 和 $m - q + 1$ 。
 - 然后将 $n - m$ 划分为 $k - q$ 个正整数， $m - q + 1$ 划分为3个正整数。
 - 总得来说，就是将 $n - q + 1$ 划分为 $k - q + 3$ 个正整数，即 $\binom{n-q}{k-q+2}$ 。

Permutation

- 考虑枚举 q 计算 $q \leq m \leq n$ 的 $g(m, q)$ 总贡献。
 - 第一步枚举 m 相当于将 $n - q + 1$ 划分为 $n - m$ 和 $m - q + 1$ 。
 - 然后将 $n - m$ 划分为 $k - q$ 个正整数， $m - q + 1$ 划分为3个正整数。
 - 总得来说，就是将 $n - q + 1$ 划分为 $k - q + 3$ 个正整数，即 $\binom{n-q}{k-q+2}$ 。
- 只需要计算组合数，预处理阶乘，时间复杂度 $O(n)$ 。