# Tiny Counting

考虑分别统计 $(a,b)$ 的合法数目 $p$，$(c,d)$ 的合法数目 $q$，则 $ans=pq$ 减去一些不合法的四元组 $(a,b,c,d)$ 的数目。这里不合法的四元组只有四种情况：$a=c, a=d, b=c, b=d$。以 $a=c$ 为例，把每个数 $S_i$ 看成点 $(i,S_i)$，则只需要对每个点求其右上方点数乘以其右下方点数即可，这个可以使用离散化+树状数组轻松解决，同样对剩余三种情况处理并从答案里减去即可。

时间复杂度 $O(n\log n)$。

# Medium Counting

首先把每个字符串在末尾补 $0$ 使得它们等长，接着令 $f_{p,c,l,r}$ 表示只考虑 $S_{l..r}$ 从第 $p$ 个字符开始的后缀，若要填上其中所有的？且保证字典序，且要求第 $p$ 位至少为 $c$ 的方案数。

第一种转移是我们考虑更大的 $c$，即转移到 $f_{p,c+1,l,r}$。

第二种转移是每次我们枚举 $mid\in[l,r]$，令 $S_{l..mid}$ 的第 $p$ 位都为 $c$ ，则可以转移到 $f_{p+1,0,l,mid}\times f_{p,c+1,mid+1,r}$，如此转移直到 $p=m, l=r$ 为止。

时间复杂度 $O(n^2m|\Sigma|)$，其中 $|\Sigma|=26$.

# Huge Counting

## Subtask 6

矩形内点数不超过 $10^5$，所以只要快速判定即可。

考虑递推，可以发现点 $x$ 的颜色只由 $\mathbf{1}$ 到 $x$ 的方案数的奇偶性决定，奇数为 $1$，偶数为 $0$。

方便起见令 $x\leftarrow x-\mathbf{1}$。

考虑用组合数求方案数，二维情况就是 $\binom{x+y}{x}$，推广到 $k$ 维可以写成

$$\frac{||x||_1!}{\prod x_i!}$$

可以直接统计 $2$ 因子出现次数，就可以判定了。

## Subtask 7

我们直接把方案数写出来：

$$\prod_{i=1}^{K-1}\binom{\sum_{j=i}^{k}x_j}{x_i}$$

考虑 $\binom{n}{k}$ 的奇偶性判断条件 $n\&k=k$，其中 $\&$ 是按位与，由于每一维坐标可以互换，则答案必然含有因子 $\binom{x_i+x_j}{x_i}$ 对于 $1\le i\neq j\le k$。所以 $f(x)=1$ 的必要条件是对于任意 $i,j$ 有 $(x_i+x_i)\&x_i=x_i$。

可以证明这个条件也是充分的，可以证明若这个条件满足对于任意位都最多只有一个 $x_i$ 在这一位上为 $1$ ，那么对于任意维度子集 $S\in[n]$，有 $\sum_{i\in S\cup\{k\}} x_k=x_k$，于是每个因子都是奇数。

有了这个条件就可以数位DP了，记录当前位置和每一维是否到达上界，枚举当前位的 $1$ 在哪一位上或者没有 $1$.

## Subtask 8

对于最后一个测试点，直接按维容斥即可。

时间复杂度 $O(2^{2K}\log(\max R))$.