题解

whzzt

2018 年 6 月 29 日

安徽师范大学附属中学

灌水

~~考了这么多次 ZJOI 还不知道先做 T2 吗~~

灌水

~~考了这么多次 ZJOI 还不知道先做 T2 吗~~

没错，T2 就是今天的签到题。

得分情况

0 分 14 人

11 分 25 人

33 分 4 人

66 分 4 人

100 分 9 人

得分情况

0 分 14 人

11 分 25 人

33 分 4 人

66 分 4 人

100 分 9 人

~~开测的时候，随机抽取了10 个左右的人，过了整整9 个，感觉被A 穿了。~~

吐槽时间

$n \leq 300$

考虑从高往低将木块插入当前的木桶中，在考虑第 i 个木块时我们可以钦定他在答案中的贡献为 l，于是令 $f_{i,j,k}$ 表示前 i 个木块，前面的空隙还能插入 j 个木块时，是否能凑出贡献 k，bitset 优化转移即可，时间复杂度 $O\left(\frac{n^3 l}{\omega}\right)$。

$n \leq 1000$

我们直接对每个木块 i 考虑它的贡献。我们假装这个贡献可能是所有 $h_j - h_i$，于是直接令 $f_{i,j}$ 表示前 i 个木块是否能凑出贡献 j，bitset 优化转移即可。时间复杂度 $O\left(\frac{n^2 l^2}{\omega}\right)$。

$n \leq 1000$

我们直接对每个木块 i 考虑它的贡献。我们假装这个贡献可能是所有 $h_j - h_i$，于是直接令 $f_{i,j}$ 表示前 i 个木块是否能凑出贡献 j，bitset 优化转移即可。时间复杂度 $O\left(\frac{n^2 l^2}{\omega}\right)$。

~~这个做法肯定是 WA 的啊，傻逼出题人乱造数据。~~

$n \le 1000$

我们直接对每个木块 i 考虑它的贡献。我们假装这个贡献可能是所有 $h_j - h_i$，于是直接令 $f_{i,j}$ 表示前 i 个木块是否能凑出贡献 j，bitset 优化转移即可。时间复杂度 $O\left(\frac{n^2 l^2}{\omega}\right)$。

~~这个做法肯定是 WA 的啊，傻逼出题人乱造数据。~~

下面我们来考虑这个做法的正确性，之前的问题就在于我们并不知道这个木块是否可以被转移。但容易发现对于一种方案，若该木块对答案的贡献不是 -1，那么我们可以将当前木块移到其的某个相邻位置得到贡献。否则我们可以直接将这个木块移到边缘，再将新的木块放到老木块移走前的位置即可。于是这样就可以通过了。

一起玩

source：bzoj5406

得分情况

0 分 14 人

10 分 1 人

15 分 2 人

20 分 22 人

25 分 4 人

35 分 11 人

100 分 2 人

吐槽时间

题解

有一个显然的结论：如果我们将 (a_i, b_i) 看成一条有向边，那么移动次数就是 $n - m$，其中 m 是图中环的个数 (也就是连通块个数)。

题解

有一个显然的结论：如果我们将 (a_i, b_i) 看成一条有向边，那么移动次数就是 $n - m$，其中 m 是图中环的个数 (也就是连通块个数)。

容易发现若 a_i 和 b_i 都是确定的，那么可以直接将这两个数缩在一起。

题解

有一个显然的结论：如果我们将 (a_i, b_i) 看成一条有向边，那么移动次数就是 $n - m$，其中 m 是图中环的个数 (也就是连通块个数)。

容易发现若 a_i 和 b_i 都是确定的，那么可以直接将这两个数缩在一起。

同时，若存在 $a_i = b_j = x > 0$，那么可以直接连上边 (a_j, b_i)。

题解

有一个显然的结论：如果我们将 (a_i, b_i) 看成一条有向边，那么移动次数就是 $n - m$，其中 m 是图中环的个数 (也就是连通块个数)。

容易发现若 a_i 和 b_i 都是确定的，那么可以直接将这两个数缩在一起。

同时，若存在 $a_i = b_j = x > 0$，那么可以直接连上边 (a_j, b_i)。

有了这些条件之后，我们可以将边分成三类：$(0, x), (x, 0)$ 和 $(0, 0)$ ，而我们需要统计的只是图中的环的个数。

题解

考虑将环分为两类：一种是和 $(0,0)$ 相关的，一种是和 $(0,0)$ 无关的。如果一个环和 $(0,0)$ 有关，容易发现 $(0,x)->(0,0)$ 可以合并为 $(0,0)$，$(0,0)->(x,0)$ 也可以合并为 $(0,0)$。

题解

考虑将环分为两类：一种是和 $(0,0)$ 相关的，一种是和 $(0,0)$ 无关的。如果一个环和 $(0,0)$ 有关，容易发现 $(0,x)->(0,0)$ 可以合并为 $(0,0)$，$(0,0)->(x,0)$ 也可以合并为 $(0,0)$。

而如果环和 $(0,0)$ 无关，那么显然只能是 $(0,x)->(0,x)$ 或是 $(x,0)->(x,0)$，因此我们可以先 DP 算出 $(0,x)$ 边和 $(x,0)$ 边内部形成恰好了 k 个环的方案数，这个可以通过至少 k 个环的方案数容斥求出。而总的方案数只要将两边的方案数卷一下，再加上 k 个 $(0,0)$ 内部的方案数即可。

题解

考虑将环分为两类：一种是和 $(0,0)$ 相关的，一种是和 $(0,0)$ 无关的。如果一个环和 $(0,0)$ 有关，容易发现 $(0,x)->(0,0)$ 可以合并为 $(0,0)$，$(0,0)->(x,0)$ 也可以合并为 $(0,0)$。

而如果环和 $(0,0)$ 无关，那么显然只能是 $(0,x)->(0,x)$ 或是 $(x,0)->(x,0)$ ，因此我们可以先 DP 算出 $(0,x)$ 边和 $(x,0)$ 边内部形成恰好了 k 个环的方案数，这个可以通过至少 k 个环的方案数容斥求出。而总的方案数只要将两边的方案数卷一下，再加上 k 个 $(0,0)$ 内部的方案数即可。

这样的时间复杂度为 $O(n^2)$，容易通过本题。

数学

~~有没有人吊打 IMO 国家队啊。~~

数学

~~有没有人吊打 IMO 国家队啊。~~

放 T1 有助于大家不爆零。

得分情况

1 分 10 人

6 分 27 人

15 分 8 人

30 分 2 人

39 分 2 人

41 分 1 人

50 分 1 人

吐槽时间

题解

当 n 是奇数时，显然答案是 $(ab)^{\frac{n+1}{2}}$。

题解

当 n 是奇数时，显然答案是 $(ab)^{\frac{n+1}{2}}$。

于是我们考虑 n 是偶数的情况，由于 $a^n \equiv -1 \pmod{m}$，可以得到 m 不是 4 的倍数，于是若 m 是偶数，可以考虑 CRT 分别求解。

题解

当 n 是奇数时，显然答案是 $(ab)^{\frac{n+1}{2}}$。

于是我们考虑 n 是偶数的情况，由于 $a^n \equiv -1 \pmod m$，可以得到 m 不是 4 的倍数，于是若 m 是偶数，可以考虑 CRT 分别求解。

下面考虑 m 是奇数时的情况，不妨设 $n = N \times 2^l$，令 $c_0 = (ab)^{\frac{N+1}{2}}$，于是 $c_0^2 \equiv (ab)^N ab$，不妨设 $y_0 \equiv (ab)^N$，那么有 $c_0^2 \equiv aby_0$。

题解

当 n 是奇数时，显然答案是 $(ab)^{\frac{n+1}{2}}$。

于是我们考虑 n 是偶数的情况，由于 $a^n \equiv -1 \pmod m$，可以得到 m 不是 4 的倍数，于是若 m 是偶数，可以考虑 CRT 分别求解。

下面考虑 m 是奇数时的情况，不妨设 $n = N \times 2^l$，令 $c_0 = (ab)^{\frac{N+1}{2}}$，于是 $c_0^2 \equiv (ab)^N ab$，不妨设 $y_0 \equiv (ab)^N$，那么有 $c_0^2 \equiv aby_0$。

那么我们有了下面这样一个东西：$c_0^2 \equiv aby_0, y_0^{2^l} \equiv 1$。

题解

不妨假设 w 为最小的满足 $y_0^{2^{w+1}} \equiv 1$ 的数，那么显然 $w < l$。

题解

不妨假设 w 为最小的满足 $y_0^{2^{w+1}} \equiv 1$ 的数，那么显然 $w < l$。

当 $y_0^{2^w} \equiv -1$，那么可以取 $c_1 = c_0 \times a^{N \times 2^{l-w-1}}, y_1 = y_0 \times a^{N \times 2^{l-w}}$。

题解

不妨假设 w 为最小的满足 $y_0^{2^{w+1}} \equiv 1$ 的数，那么显然 $w < l$。

当 $y_0^{2^w} \equiv -1$，那么可以取 $c_1 = c_0 \times a^{N \times 2^{l-w-1}}, y_1 = y_0 \times a^{N \times 2^{l-w}}$。

于是 $c_1^2 = aby_1$，而 $y_1^{2^w} \equiv 1$，于是这一部分就可以递归求解了。

题解

不妨假设 w 为最小的满足 $y_0^{2^{w+1}} \equiv 1$ 的数，那么显然 $w < l$。

当 $y_0^{2^w} \equiv -1$，那么可以取 $c_1 = c_0 \times a^{N \times 2^{l-w-1}}, y_1 = y_0 \times a^{N \times 2^{l-w}}$。

于是 $c_1^2 = aby_1$，而 $y_1^{2^w} \equiv 1$，于是这一部分就可以递归求解了。

题解

否则，有 $y_0^{2^{2w}} - 1 \equiv 0$，求出 $\gcd(y_0^w - 1, m)$ 和 $\gcd(y_0^w + 1, m)$ 即可起到分解 m 的作用。

题解

否则，有 $y_0^{2^{2w}} - 1 \equiv 0$，求出 $\gcd(y_0^w - 1, m)$ 和 $\gcd(y_0^w + 1, m)$ 即可起到分解 m 的作用。

总的时间复杂度为 $T\frac{\log^2 m}{\log\log m}$。