

试题讲评

ditoly

农民

- 给出一棵二叉树，点有点权
- 支持三种操作：修改一个点的点权；交换一个子树内所有节点的左右儿子；查询一个点的权值从根开始走，小于当前节点权值往左儿子走，大于则往右儿子走，能否走到这个点
- $1 \leq n, m \leq 10^5$ ，权值 $[1, 10^9]$

子任务1 : $n, m \leq 5000$

- 模拟即可
- 时间复杂度 $O(nm)$

子任务2 : $opt \neq 2$

- 对于一个权值为 x 的节点，它的左子树内的节点有可能被走到仅当其权值小于 x ，右子树内的节点有可能被走到仅当其权值大于 x
- 那么树上每条边相当于给这条边以下的子树加了一个大于或是小于的限制，询问一个节点时，只要这个节点的权值同时满足到根路径上所有边的限制即可
- 用树链剖分维护这个限制，时间复杂度 $O(n + m \log^2 n)$

子任务3：无特殊限制

- 子树翻转操作相当于取反子树内所有限制的符号
- 线段树同时维护一下翻转后的限制，子树翻转转化成区间打标记即可
- 总时间复杂度 $O(n + m\log^2 n)$

颜色

- 给出一个序列，每次询问若干个区间的并中有多少种不同的权值
- 部分数据强制在线
- $1 \leq n, \sum k_i a_i \leq 10^5$ ，内存限制 $8MB$

子任务1 : $n, \sum k_i a_i \leq 5000$

- 每次询问拿个数组记下每种权值有没出现过，每次遍历区间中所有元素加到数组里即可
- 时间复杂度 $O(n \sum k_i)$

子任务2 : $n, m \leq 5000$

- 每次询问把所有区间求个并再暴力
- 时间复杂度 $O(nm + \sum k_i)$

子任务3： $k_i = 1$

- 询问一个区间中出现了多少种不同权值
- 预处理出每个元素上一个与它相等的元素的位置
- 询问等于查询区间中有多少个元素上一个与它相等的元素位置在区间左端点之前
- 主席树可能开不下，怎么办呢？
- 分块，非整块暴力统计，每个块把块内每个元素的上一个相等元素位置排序一下，查询的时候二分
- 时间复杂度 $O(n\sqrt{n\log n})$ ，空间 $O(n)$

子任务4： $p = 0$

- 先想个办法计算区间并的权值数
- 我也没有什么绝妙的方法，那就 *bitset* 吧
- 莫队一下搞出每个区间对应的 *bitset*，每个询问并起来，这样时间复杂度就是 $O(n\sqrt{m} + \frac{nm}{64})$
- 空间可能开不下，怎么办呢？
- 把权值分成若干块，每块把出现位置离散一下做莫队
- 这样空间就可以小一些

子任务5 : $n, \sum k_i a_i \leq 50000$

- 求 $bitset$ 的话其实不用莫队那么麻烦
- 注意到我们用 $bitset$ 的话时间复杂度肯定是带 $\frac{nm}{64}$ 了
- 干脆每 $\frac{n}{64}$ 个元素分一块，非整块暴力加入 $bitset$ ，再预处理每个整块到整块的 $bitset$ 就好了
- 发现可能开不下，再优化一下，对这64个块建ST表
- 建ST表不用倍增，每种长度从左到右推一遍就好了
- 时间复杂度 $O(\frac{nm}{64})$ ，空间 $O(n \log 64)$
- 其实就是正解的做法，常数不好之类的就只能过这部分了

子任务6：无特殊限制

- 尝试优化一下常数
- 只出现一次的权值很好处理，每次询问求个区间并，搞个前缀和就行了
- 离散一下，权值范围就只有一半了，时间和空间的常数都缩小了一半，可以轻松通过全部数据

操作

- 给一个01串和一个数 k ，每次询问给出一个区间，你可以进行若干次操作，每次选出区间内一个长度为 k 的子区间取反，求把区间全变成0的最少操作数。每次询问独立。
- $1 \leq n \leq 2 * 10^6$, $1 \leq m \leq 5 * 10^5$

子任务1 : $n, m \leq 500$

- 考虑一个贪心，从左到右，每遇到一个1就把以这个位置为左端点的子区间取反
- 如果区间长度不够了显然是没救了
- 时间复杂度 $O(nmk)$

子任务2 : $n, m \leq 5000$

- 把前面的暴力用差分优化一下就好了
- 时间复杂度 $O(nm)$
- 既然想到了差分，我们就考虑一下更优秀的做法

子任务2 : $n, m \leq 5000$

- 考虑把01串差分，每次询问由于我们只关心区间内部，区间以外的我们都看作0，那么只有头尾两个差分可能改变（右端点后一位的差分也要考虑）
- 那么每次操作就是把两个距离为 k 的差分一起取反，最后要把差分全变成0
- 显然我们可以分模 k 意义下为各个值的位置考虑，模 k 意义下相同的位置最近的1差分两两匹配，位置差除 k 之和就是答案了
- 如果模 k 为某个值下有奇数个1差分，显然没救了
- 时间复杂度 $O(nm)$

子任务3 : $n, m \leq 10^5$

- 之前的做法其实就是先判断模 k 为每种值下有多少个1差分，如果都是偶数就有解，有解的话就把模 k 为每种值的1差分的位置除以 k 再正负交替地加进来就好了
- 莫队计算模 k 为每种值的1差分个数以及正负交替加起来的和
- 左右端点改变所带来的影响再特殊处理即可
- 时间复杂度 $O(n\sqrt{m})$

子任务4：无特殊限制

- 模 k 意义下每种值的1差分个数是不是偶数用哈希就能 $O(1)$ 判断
- 正负交替的和实际上可以直接用前缀和计算
- 从左到右加入每个差分，加入1差分时直接把模 k 与其相同的位置上正负交替的和符号取反，再加上这个位置的值，一起加入前缀和中即可
- 如果一个询问区间中模 k 为每种值的1差分都是偶数个，前缀和相减恰好可以得到答案
- 左右端点的影响再特殊处理一下就好了
- 时间复杂度 $O(n + m)$

- 谢谢大家