

NOIP2018 模拟题题解

Hermera

2018 年 10 月 3 日

1 Circle

1.1 20pts

只需枚举所有环判断合法性即可。

1.2 60pts

枚举起点，从 1 到 n 增加环的大小，每次 $\mathcal{O}(m)$ 更新一遍即可，复杂度 $\mathcal{O}(n^2m)$ 。

1.3 100pts

设计状态 $dis(i, u, v)$ 表示从 u 到 v 走了 2^i 步内的最大权值。

于是直接倍增即可得到答案。

转移类似 Floyd.

时间复杂度 $\mathcal{O}(n^3 \log n)$ ，注意剪枝。

2 Max

2.1 50 - 60pts

直接 $\mathcal{O}(n^2)$ 枚举。

2.2 80pts

写个线段树/ST 表/平衡树....

2.3 100pts

设 p_i 表示比 a_i 大的前一个数所在的位置，那么 p 构成了一棵树。

若我们需要查询 $[l, r]$ 的答案，只需找到 r 在这棵树上不小于 l 的祖先。于是我们可以按照 l 从大到小排序，一边向上查询祖先一边路径压缩（类似并查集）。

由于树上的每条边至多被压缩一次，复杂度 $\mathcal{O}(n)$ 。

3 Seq

3.1 30pts

暴力 $\mathcal{O}(n^2)$ 。

3.2 60pts - 100pts

给 $\mathcal{O}(n\sqrt{n}\log n)$ 的部分分。

万物皆可分块

3.3 100pts

我们考虑若修改了 i 点，显然只会对在它后面的点有影响。

现在我们在线段树上考虑这个问题。设 $node$ 是线段树上代表 $[l, r]$ 区间的点， ls, rs 分别是 $node$ 的左右儿子， v 是数列位置在 l 之前一个被修改的值。

那么：

1. 若 v 大于 max_{ls} ，显然 $[l, mid]$ 区间内的点的 p_i 都会被修改为 v （注意这里的 p_i 并不是正确值，必须要递归回到树顶才是真正的 p_i ），于是我们只需要递归 rs 。
2. 若 v 小于 max_{rs} ，则 $[mid + 1, r]$ 的 p 不会被更新，于是我们只需要递归 ls 。

这样，线段树上每合并两个节点，都需要用左儿子更新一次右儿子。

复杂度 $\mathcal{O}(n\log^2 n)$