

A stylized landscape illustration featuring rolling green hills in the foreground and background. On the left, there is a green tree, a purple flower, and some orange foliage. A small red bird is flying in the sky above the tree. The sky is composed of horizontal bands of blue and white. The text "Day1 sol" is written in a brown, handwritten-style font in the center-right of the image, and "zzq" is written in a smaller, similar font below it.

Day1 sol

zzq

前言

- 和以往一样全是*ad-hoc*，希望大家做得开心



pair

吐槽环节

pair

- 我们考虑树上的每一条边，如果它的两侧分别有 a 个和 b 个点，那么显然至多有 $\min(a,b)$ 对点经过它。
- 这个上界是可以取到的。考虑所有特殊点形成的虚树的重心，它必然满足每个子树都有不超过一半的特殊点。我们只要保证每次配对的都是来自不同子树的点即可。一种正确的贪心策略是每次取当前最大的两个子树中的点进行配对，证明归纳即可。



rank

吐槽环节

rank

- 先考虑一个比较有启发性的部分分做法。
- 考虑直接`std::sort`，如何进行`cmp`？
- 认真观察规则，我们可以发现如果`ask(a,b)`和`ask(b,a)`都无法问出东西，必然是两个人名次分别为1 2或者分别为1 3。那么如果这两个询问都问不出东西，我们就可以在其中找到名次为1的。
- 如何确定一个人是否名次为1？我们用它来问一下其它所有人，如果是名次为1的显然答案全是'`n`'。但是认真观察规则会发现如果没有名次 >3 的人，名次为3的人也答案全是'`n`'。`fix`这个也挺简单的，只要把其它所有人都问一遍它，如果是名次为3的那么一定恰好有 $n-2$ 个'`b`'。

rank

- 这个做法有一些优化，首先是`std::sort`本身调用`cmp`的次数比较多。我们可以把它改成插入排序，每次二分插入的位置，这样排序长度为1000的序列大约需要调用9000次`cmp`。
- 进一步地我们可以发现如果我们知道每个数是在123的哪一侧，`cmp`的时候就只需要调用一次`ask`，因为如果回答'`n`'的话我们可以知道本来要回答啥。

rank

- 考虑想办法求出每个数是在123的哪一侧。
- 有一个有趣的方法是这样的，每次随机三个人 x, y, z ，然后调用 $ask(x, y)$ 和 $ask(x, z)$ 。如果都是'b'，那么 x 要么名次 < 1 ，要么 $= 3$ 。如果都是'g'，那么 x 的名次 > 3 。
- 为了去掉名次 $= 3$ 这个corner，对于第一种case我们可以随机直到有两个不同的 x ，然后选择名次较好的一个。
- 那么当 n 充分大时（准确地说是 $n \geq 5$ 时）我们就可以期望在常数时间内找到一个名次 < 1 的或者一个名次 > 3 的。 $n \leq 4$ 的时候我们直接用上面那个sort就成了。

rank

- 假设我们有一个名次 <1 的人 t ，考虑用它来分类一个人 s 。如果 $ask(t,s)$ 为' n '，那肯定 s 名次 <1 ，否则如果 $ask(s,t)$ 为' n '，那 s 的名次 ≤ 3 ，不然 s 的名次就 >3 。
- 接下来我们就大致知道每个数在哪侧了，然后就可以直接插入排序了， cmp 调用一侧的 ask 就行了。名次为 $1,2,3$ 的这样排完肯定会在最后，我们只要找到名次为 2 和 3 的放对位置就好了。
- 有名次 >3 的人也是类似的，只是名次为 $1,2,3$ 的人有一些细节上的区别。
- 这样的询问次数理论上大概是 $sort(n)+2n$ +常数，实际上好像由于数据造的比较垃圾没这么多。



circuit

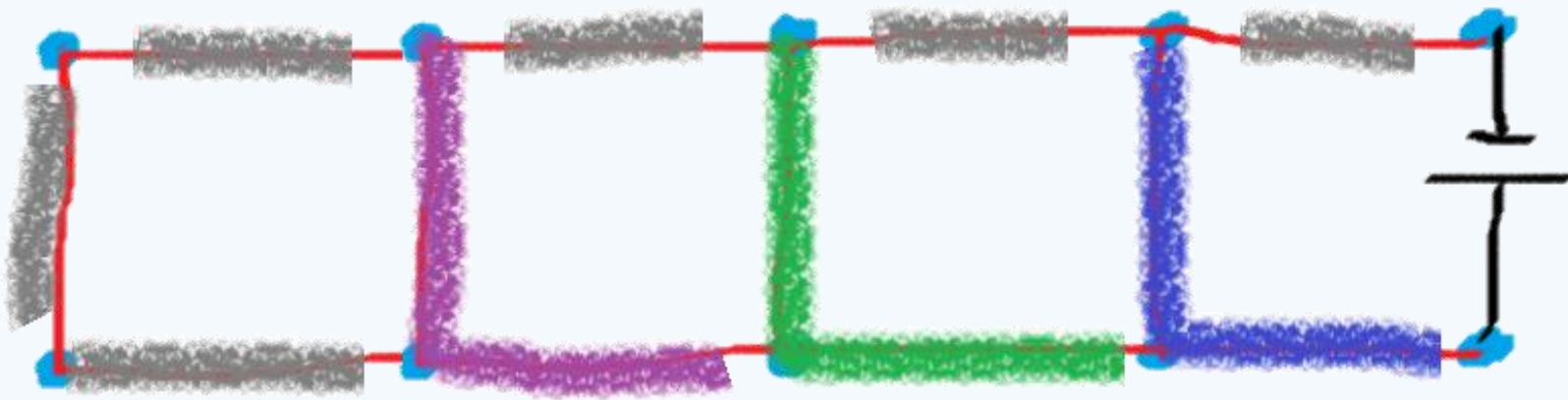
吐槽环节

circuit

- 注意到原图中有 $2n$ 个奇度数的点，而铜丝的接头只有 $2m$ 个，所以当 $m < n$ 时无解。
- 可以证明其他情况下，即铜丝长度的平均值不超过3时都有解。以下分情况构造。

circuit

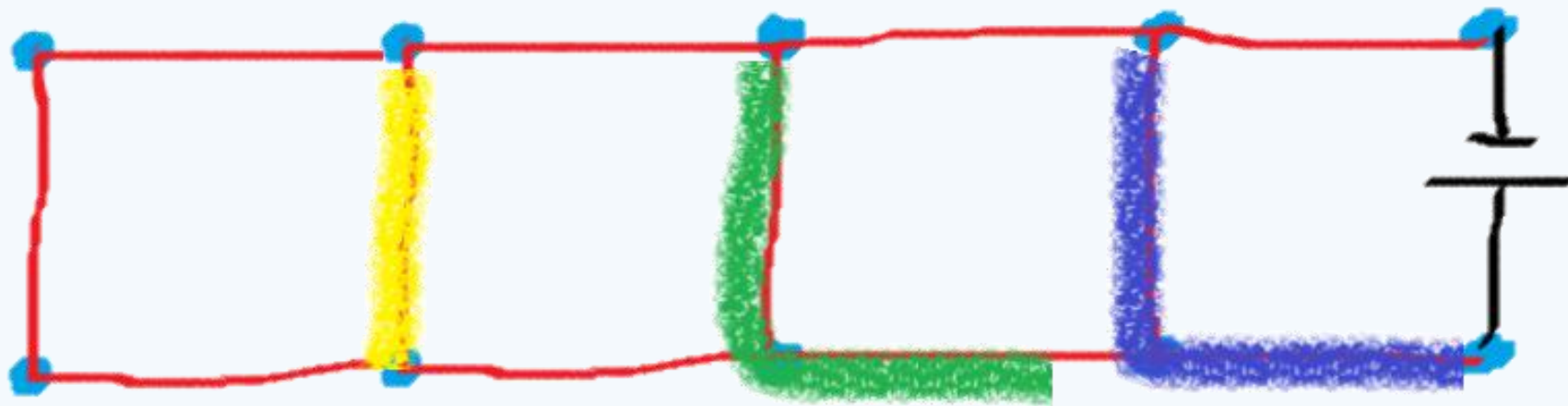
- 考虑 $x_i \leq 2$ 的这一子任务，我们容易给出一个构造。



- 即把长度为2的在右侧摆成若干个L形，其他位置全用长度为1的填满。

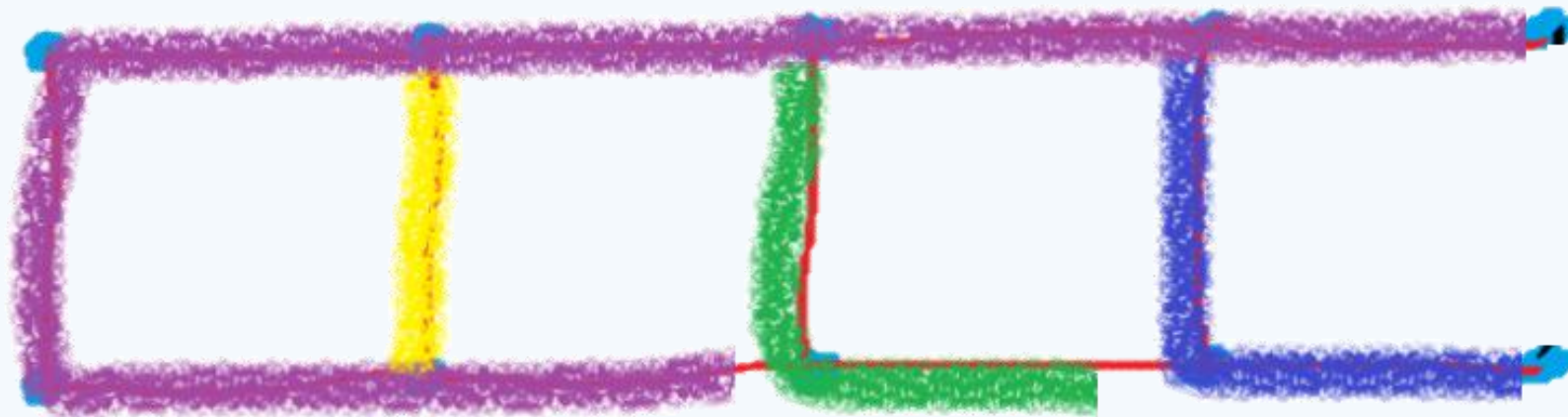
circuit

- 我们可以将这个构造进行扩展。我们把给定的铜丝分为 $S1, S2, S3$ 三个集合。若 $|S1| + |S2| \geq n-1$ ，我们可以用 $S1$ 和 $S2$ 填满最后 $n-1$ 个竖线，然后剩下的那条链就可以依次放置剩余铜线了。



circuit

- 否则的话，考虑将问题规模使用归纳法逐步缩小，即我们每次选出一些平均值为3的铜线，然后填满前面的若干列，那么还是满足归纳假设的。
- 若 $|S1| + |S2| < n - 1$ ，那么显然 $S3$ 非空。我们考虑选择 $S3$ 中的一个铜丝与若干条长度为1和2的铜丝配对，使得它仍然可以使用前一个构造。



circuit

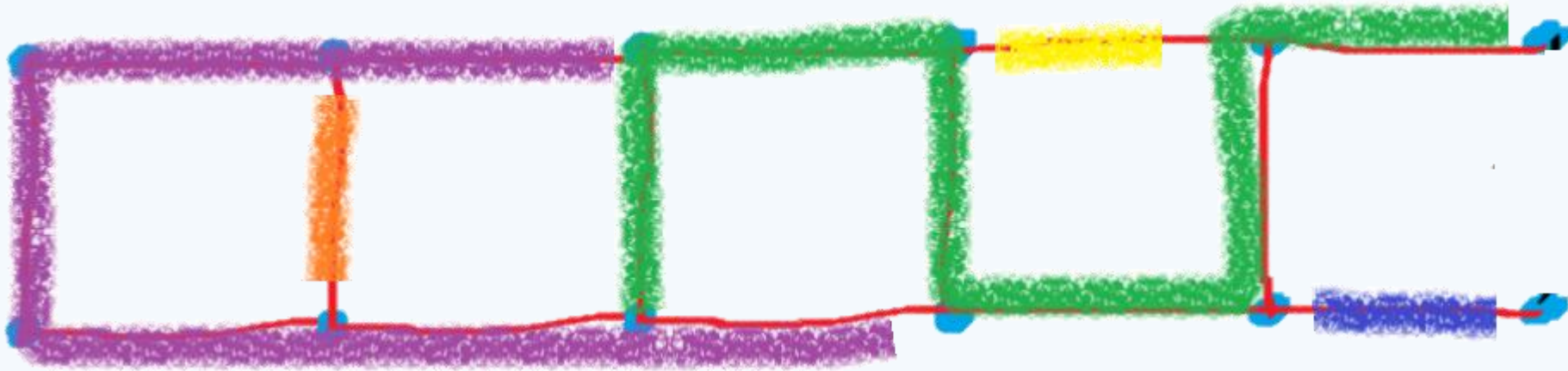
- 设 S_3 中某一铜丝为 t ，我们就是要找到两个非负整数 a, b ，满足 $a \leq |S_1|$ 且 $b \leq |S_2|$ 且 $t + a + 2b = 3(1 + a + b)$ ，即 $t - 2a - b = 3$ 。注意到 $t - 2|S_1| - |S_2| \leq 3$ ，那么若 t 为奇数或 $|S_2| \geq 1$ ，我们都可以取 $a = \min(|S_1|, (3 - t)/2)$ ， $b = t - 2a - 3$ 。
- 这样就可以通过 $x_i \geq 2$ 的子任务了。

circuit

- 如果前两个构造都行不通，说明 S_3 中只有偶数长的铜丝且 S_2 为空。此时还有 $|S_3| \geq 2$ （否则 $|S_1| \geq n-1$ ）。
- 我们挑出两条 S_3 中的偶数长的铜丝，设它们的长度为 $2j$ 和 $2k$ ，我们尝试找到若干条长度为1的铜丝与它们组合使均值为3。设取了 a 条，我们有 $2j+2k+a=3(1+1+a)$ ，解得 $a=j+k-3$ 合法。
- 考虑搞一个新构造。

circuit

- 如图所示，将长度为 $2j$ 的铜丝放在最左侧，第一排占用长度 $j-1$ ，第二排占用长度 j ，然后将长度 $2k$ 的铜丝弯曲放置，剩下位置填长度为1的即可。



A stylized, colorful illustration of a landscape. The foreground features rolling green hills with a dark brown path. On the left, there is a green tree, a purple flower, and some orange foliage. A small red bird is flying in the sky above the tree. The background consists of layered, wavy bands of blue and white, suggesting a sky or distant hills.

讲完了

祝大家身体健康新年快乐