

# 计算几何

MIT 罗哲正





# Review-Points and Segments

- 向量运算
- 线性变换（旋转，缩放）
- 点和线段
  - 距离
  - 包含关系
  - 方向性
- 线段和线段
  - 包含
  - 交点
- 封闭区域：格林公式



# Tips-epsilon for error

- 永远不要在计算时加上epsilon
- 比较最好加上epsilon
- 核心原则：
  - 任何不为0的数绝对值都超过epsilon
  - 任何绝对值小于epsilon的数都可以认为是0
  - 任何可能为0的数值都要考虑其为0的情况





# Faster Than Light

- 你有一个  $n * m$  的网格，每个格子有一个权值。
- 你有一根无限细，长度为  $L$  的木棍，你想将木棍放进格子里，使得碰到木根的格子的权值和最大。
- 擦过格子的边或者端点也算碰到。
- $n, m \leq 30$ 。

# Pun

- 给 $m$ 个大小为 $n$ 的点集, 求哪些点集之间相似。
- $M \leq 20; n \leq 1e5$ .





# Review-Circles

- 圆的表示
- 圆与点
  - 包含关系
- 圆与线段
  - 位置关系
- 圆与圆
  - 内切/外切
- 圆并



# 清华集训2016 定向越野

给定初始位置和目标位置，以及平面上一些障碍圆（不相交），求最短路距离。

障碍圆的个数 $\leq 500$





# Kingdom Trip

给你一条  $n$  个点的折线： $p_1 \rightarrow p_2 \rightarrow p_3 \dots \rightarrow p_n$

再给你一个数  $d$ 。

你现在想要选取这个  $n$  个点的一个最短的子序列，满足：

$p_1$  和  $p_n$  都选了。

如果  $p_i$  和  $p_j$  是连续两个被选的点，那么对于任何  $i < k < j$ ：

$p_k$  到线段  $p_i-p_j$  的距离小于等于  $d$ 。

$N \leq 1000$ .



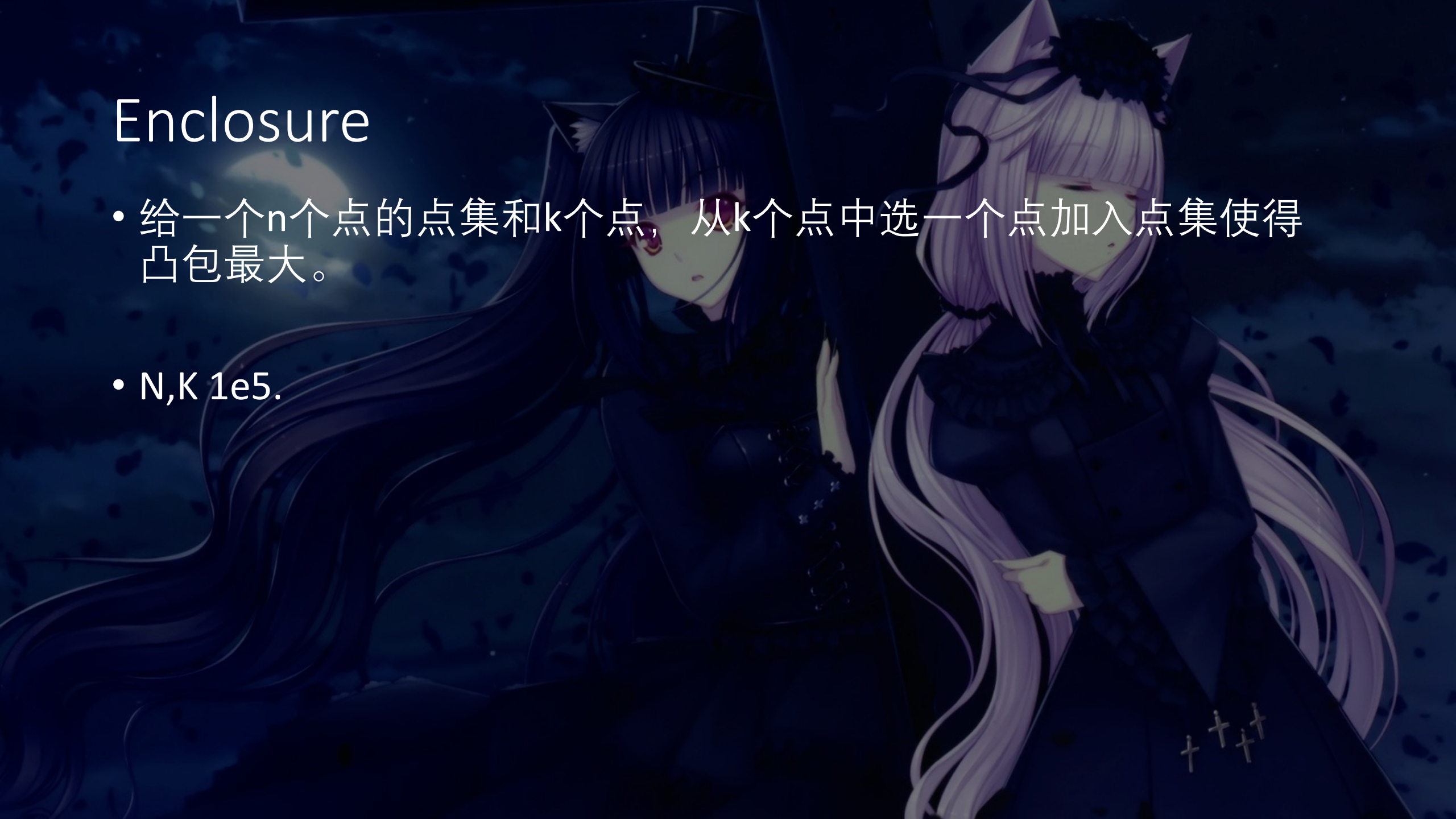
# Review-Polygons

- Minkowski sum
- 平面区域
- 凸包
- 凸包直径
- 半平面交
- 点定位
- 凸包切线
- 大型凸包维护



# Enclosure

- 给一个 $n$ 个点的点集和 $k$ 个点，从 $k$ 个点中选一个点加入点集使得凸包最大。
- $N, K \leq 1e5$ .





# Circular Island

- 一个圆上有一些红点和一些蓝点，点数都小于等于。
- 你要找一条线将圆分成两部分，使得红点和蓝点被分开（线上两种颜色的点都可以有）。
- 问红点所在的一半的最小面积。
- $N \leq 10^5$ .

# 规避

- 平面上有若干个多边形障碍，求最短路。
- $N \leq 100$ ;  $m_i \leq 300$ .





# NOI2017 分身术

- 大小为 $n$ 的点集，每次删除 $k$ 个点询问剩下点凸包面积。
- $N \leq 1e5; k \leq 100$ .



# Random convexhull

- 给 $n$ 个点，第 $i$ 个点有 $p_i$ 的概率出现，求凸包的期望大小。
- N 50.





# WC2013平面图



# 清华集训2015 多边形下海

• 不谈了。。。





# Bear and Isomorphic Points

- 给 $n$ 个点，求第一个点能变化的范围的面积使得任意三个点的手性不改变方向。
- $N \leq 1e5$ .



# Review-3d-Geometry

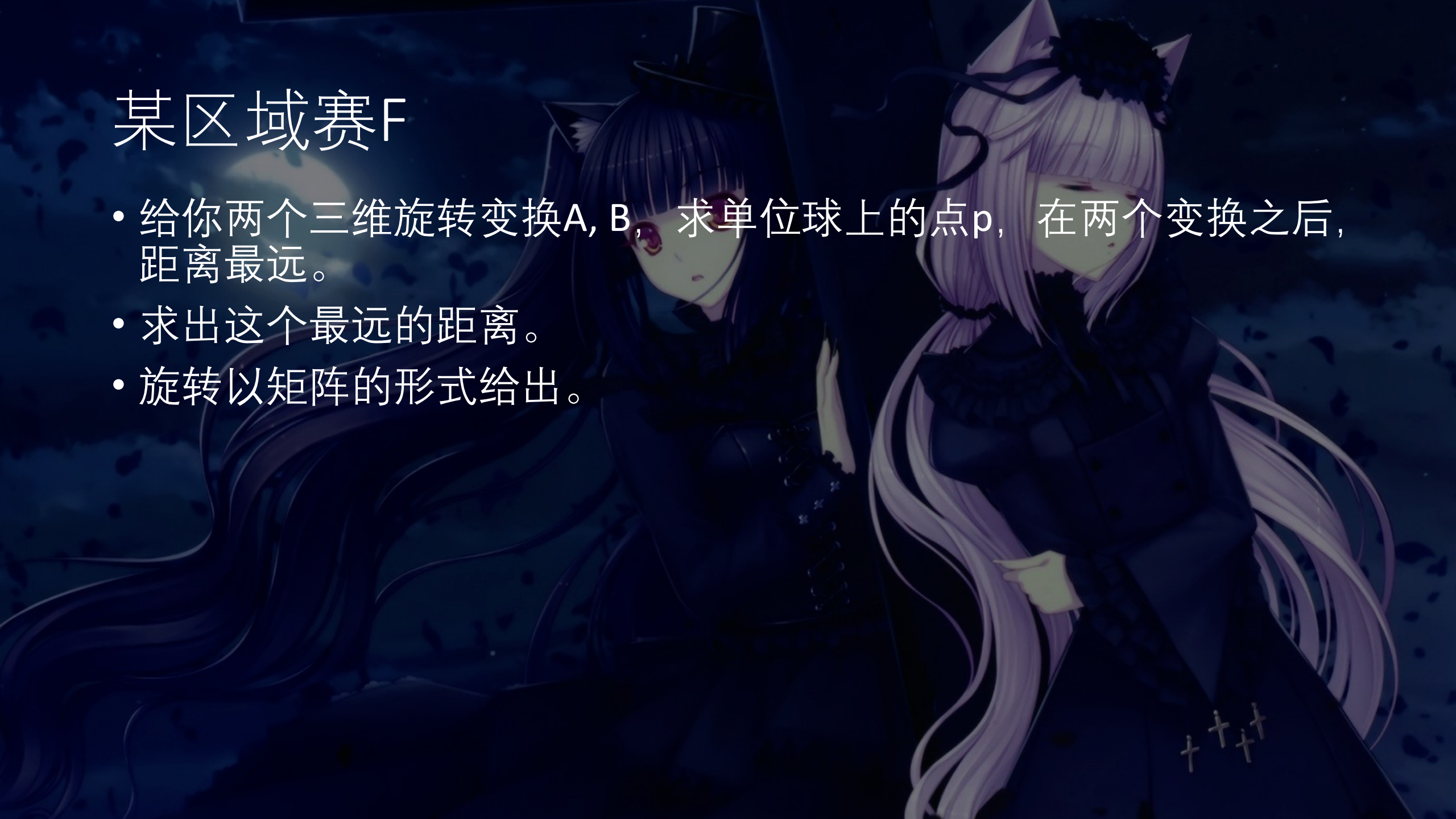
- 三维向量变换
- 三维凸包
- 简单四面体的面积和有向面积





# 某区域赛F

- 给你两个三维旋转变换 $A, B$ , 求单位球上的点 $p$ , 在两个变换之后, 距离最远。
- 求出这个最远的距离。
- 旋转以矩阵的形式给出。



# HDU 5846

- 给一个三维凸包，每次给一个平面求交多边形的面积。
- $N, Q \leq 300$ .





# 球面几何

- 经纬度坐标系



# 投影

- 给一个三维凸包，随机一个角度向垂直的幕布投影，求投影的期望面积。
- N 300.





# 反演

- 反演的性质



# 四点共圆

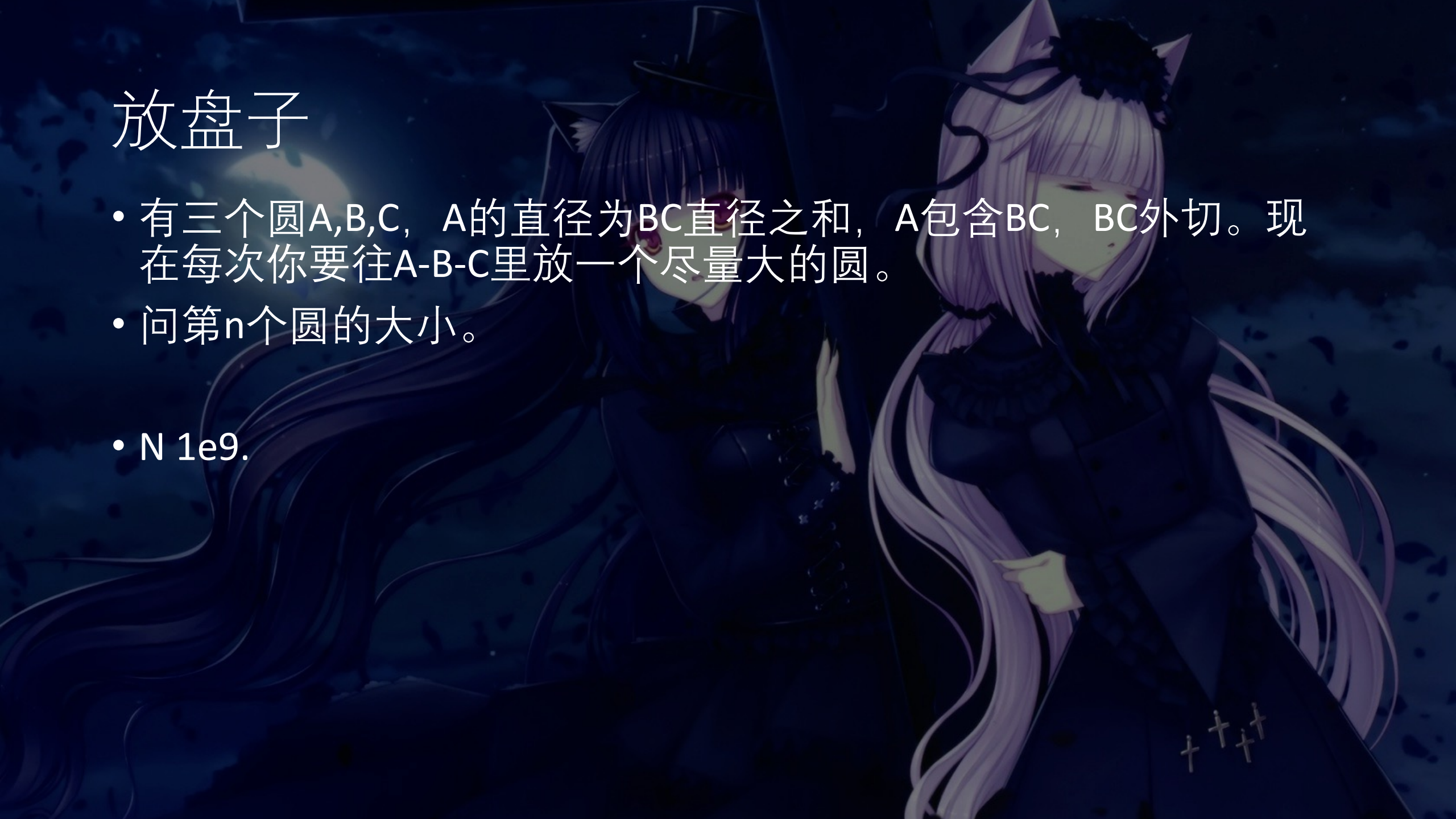
- 给一个点集，问有多少个三元组，和原点四点共圆
- $N \leq 1000$ .





# 放盘子

- 有三个圆A,B,C, A的直径为BC直径之和, A包含BC, BC外切。现在每次你要往A-B-C里放一个尽量大的圆。
- 问第n个圆的大小。
- $N \leq 10^9$ .



# 奇怪的题

- 有一堆反射，反演，旋转，平移的操作序列
- 执行 $m$ 遍，问点最后在哪
- $N, m \leq 1e5$ .





The background of the image features two anime-style characters. On the left, a character with long, flowing dark hair and red eyes looks directly at the viewer. She wears a dark, high-collared dress and a small black hat with a white band. On the right, a character with long, flowing light purple hair and a black flower headband looks down. She wears a dark, high-collared dress with a large black bow at the waist. The background is a dark, cloudy night sky with a full moon in the upper left. The overall color palette is dark, with shades of blue, purple, and black.

# Thanks!

July 8, 2018