Network flow in OI

July 6, 2018

前言

- 课件按照知识-技巧-应用的顺序去组织。

前言

- 课件按照知识-技巧-应用的顺序去组织。
- 主要侧重于这些知识在 OI 中的应用而不是这些知识本身。

前言

- 课件按照知识-技巧-应用的顺序去组织。
- 主要侧重于这些知识在 OI 中的应用而不是这些知识本身。
- 所有例题来自于我高中时期做过的题目，水平有限，如果各位见过这些题目欢迎发言。

前言

- 课件按照知识-技巧-应用的顺序去组织。
- 主要侧重于这些知识在 OI 中的应用而不是这些知识本身。
- 所有例题来自于我高中时期做过的题目，水平有限，如果各位见过这些题目欢迎发言。
- 会适当补充在 OI 界尚不普及的技巧来开阔研究，少数技巧不一定实用，请在比赛中小心使用。

POJ chessboard

- $n * n$ 的棋盘上摆了 $n \leq 10^5$ 个车，让他们两两不攻击。

POJ chessboard

- $n * n$ 的棋盘上摆了 $n \leq 10^5$ 个车，让他们两两不攻击。
- 第 i 个车必须摆在一个矩形里。

POJ chessboard

- $n * n$ 的棋盘上摆了 $n \leq 10^5$ 个车，让他们两两不攻击。
- 第 i 个车必须摆在一个矩形里。
- 求哪些车的摆放位置是确定的？

POJ chessboard

- 行列独立

POJ chessboard

- 行列独立
- 二分图匹配

POJ chessboard

- 行列独立
- 二分图匹配
- 每个点匹配是否唯一?

POJ chessboard

- 行列独立
- 二分图匹配
- 每个点匹配是否唯一?
- 往右只保留匹配边，往左只保留未匹配边，它是不是在一个环中

POJ chessboard

- 行列独立
- 二分图匹配
- 每个点匹配是否唯一?
- 往右只保留匹配边，往左只保留未匹配边，它是不是在一个环中
- 缩强连通分量即可

bzoj3118

- 边 i，边权 $+1$ 有代价 a_i,-1 有代价 b_i

bzoj3118

- 边 i，边权 $+1$ 有代价 a_i,-1 有代价 b_i
- 修改边权使得指定的生成树变为最小生成树，求最小代价

bzoj3118

- 边 i，边权 $+1$ 有代价 a_i，-1 有代价 b_i
- 修改边权使得指定的生成树变为最小生成树，求最小代价
- $n \leq 300$

bzoj3118

- 边 i，边权 $+1$ 有代价 a_i，-1 有代价 b_i
- 修改边权使得指定的生成树变为最小生成树，求最小代价
- $n \leq 300$
- 显然只会给生成树树边减，给非树边加，可以列出方程 $x_i + y_j \geq \delta$

bzoj3118

- 边 i，边权 $+1$ 有代价 a_i,-1 有代价 b_i
- 修改边权使得指定的生成树变为最小生成树，求最小代价
- $n \leq 300$
- 显然只会给生成树树边减，给非树边加，可以列出方程 $x_i + y_j \geq \delta$
- 最小顶标和，对偶一下，

CCPC E Problem Buyer

- 有 n 个题目的题库，每个题的难度为 c_i。从中出 m 个题目，第 i 题难度需要在 a_i 到 b_i 之间

CCPC E Problem Buyer

- 有 n 个题目的题库，每个题的难度为 c_i。从中出 m 个题目，第 i 题难度需要在 a_i 到 b_i 之间
- 求最小的 k 使得对于任意一个 k 个题目的子集都能凑出一套符合要求的题。

CCPC E Problem Buyer

- 有 n 个题目的题库，每个题的难度为 c_i。从中出 m 个题目，第 i 题难度需要在 a_i 到 b_i 之间
- 求最小的 k 使得对于任意一个 k 个题目的子集都能凑出一套符合要求的题。
- $n, m \leq 10^5$

CCPC E Problem Buyer

- 合法条件？每个子区间都满足霍尔定理

CCPC E Problem Buyer

- 合法条件？每个子区间都满足霍尔定理
- 扫描线 + 线段树维护

Delight for a cat

- 有一只喵，共 n 天，它每 k 天吃吃吃的天数要在 $[l, r]$ 之间，每天睡觉有个收益 s_i，吃猫粮有个收益 e_i，求最大收益。

Delight for a cat

- 有一只喵，共 n 天，它每 k 天吃吃吃的天数要在 $[l, r]$ 之间，每天睡觉有个收益 s_i，吃猫粮有个收益 e_i，求最大收益。
- $k, n \leq 1000$

Delight for a cat

- 有一只喵，共 n 天，它每 k 天吃吃吃的天数要在 $[l, r]$ 之间，每天睡觉有个收益 s_i，吃猫粮有个收益 e_i，求最大收益。
- $k, n \leq 1000$
- 输出方案

线性规划转网络流

- 解法 1：每个限制的天数都是连续的，可以对偶差分

线性规划转网络流

- 解法 1：每个限制的天数都是连续的，可以对偶差分
- 解法 2：每天在限制上也是连续的，可以直接差分不对偶

负权环建图

- 考虑每天对于限制是一个连续区间

负权环建图

- 考虑每天对于限制是一个连续区间
- 我们从 $i+k+1$ 连到 i，代价为 e_i-s_i，然后 i 往 $i+1$ 连上下界为 $[l,r]$ 的边

负权环建图

- 考虑每天对于限制是一个连续区间
- 我们从 $i+k+1$ 连到 i，代价为 $e_i - s_i$，然后 i 往 $i+1$ 连上下界为 $[l, r]$ 的边
- 这是个非常容易拓展出题的 trick，解决了直接从 S 和 T 连不匹配的问题

负权环建图

- 考虑每天对于限制是一个连续区间
- 我们从 $i+k+1$ 连到 i，代价为 $e_i - s_i$，然后 i 往 $i+1$ 连上下界为 $[l, r]$ 的边
- 这是个非常容易拓展出题的 trick，解决了直接从 S 和 T 连不匹配的问题
- 比如 DAG 上选若干路径，最大化他们的并的权值和减去他们的权值和

负权建图技巧

- 预先流满

TC SRM 575 L3

- 给定一个 $n \times m$ 的网格，黑白染色之后，要用长度为 3 的 L 形覆盖网格

TC SRM 575 L3

- 给定一个 $n \times m$ 的网格，黑白染色之后，要用长度为 3 的 L 形覆盖网格
- L 形不能相交，可以旋转，转角位置必须是黑色格子

TC SRM 575 L3

- 给定一个 $n \times m$ 的网格，黑白染色之后，要用长度为 3 的 L 形覆盖网格
- L 形不能相交，可以旋转，转角位置必须是黑色格子
- 还有一些格子是障碍，不能被覆盖

TC SRM 575 L3

- 给定一个 $n \times m$ 的网格，黑白染色之后，要用长度为 3 的 L 形覆盖网格
- L 形不能相交，可以旋转，转角位置必须是黑色格子
- 还有一些格子是障碍，不能被覆盖
- 最多能放多少个 L 形？

TC SRM 575 L3

- 第一反应：让流从黑格流到白格？

TC SRM 575 L3

- 第一反应：让流从黑格流到白格?
- 没法保证一定会流出 2 的流量。

TC SRM 575 L3

- 第一反应：让流从黑格流到白格?
- 没法保证一定会流出 2 的流量。
- 第二反应：给流规定方向：总是从奇数行的白格流到偶数行的白格

TC SRM 575 L3

- 第一反应：让流从黑格流到白格?
- 没法保证一定会流出 2 的流量。
- 第二反应：给流规定方向：总是从奇数行的白格流到偶数行的白格
- 拆点让每个点只能过 1 的流量

TC SRM 570 L3

- 给定一个 $n \times m$ 的网格图，要在所有没有障碍的格子里建设铁路

TC SRM 570 L3

- 给定一个 $n \times m$ 的网格图，要在所有没有障碍的格子里建设铁路
- 要求铁路不用联通，但是不能有断头

TC SRM 570 L3

- 给定一个 $n \times m$ 的网格图，要在所有没有障碍的格子里建设铁路
- 要求铁路不用联通，但是不能有断头
- 最小化直线的铁路个数

TC SRM 570 L3

- 每个点和周围的点匹配

TC SRM 570 L3

- 每个点和周围的点匹配
- 拆分行列，行列连边跑费用流

集训队集训 day1 t2

- $nm \leq 1000$ 的网格图，里面有一些水管。

集训队集训 day1 t2

- $nm \leq 1000$ 的网格图，里面有一些水管。
- 水管可以有很多头（2 到 4 个），其中直线的水管不可以转，别的水管都可以以 1 的代价旋转九十度，可以顺时针或者逆时针转。

集训队集训 day1 t2

- $nm \le 1000$ 的网格图，里面有一些水管。
- 水管可以有很多头（2 到 4 个），其中直线的水管不可以转，别的水管都可以以 1 的代价旋转九十度，可以顺时针或者逆时针转。
- 请问最少多少词旋转使得没有漏水?

集训队集训 day1 t2

- 比较明显的匹配模型

集训队集训 day1 t2

- 比较明显的匹配模型
- 首先黑白染色分出 S 集和 T 集

集训队集训 day1 t2

- 比较明显的匹配模型
- 首先黑白染色分出 S 集和 T 集
- 然后分类讨论

集训队集训 day1 t2

- 如果是两个头的 L 形，那么限制匹配的一定是一个行点和一个列点

集训队集训 day1 t2

- 如果是两个头的 L 形，那么限制匹配的一定是一个行点和一个列点
- 然后行点和列点变化代价分别为 1

集训队集训 day1 t2

- 如果是两个头的 L 形，那么限制匹配的一定是一个行点和一个列点
- 然后行点和列点变化代价分别为 1
- 如果是三个头就更简单了，给没选的那个带一个负数权值，表示没选有个代价

集训队集训 day1 t2

- 如果是两个头的 L 形，那么限制匹配的一定是一个行点和一个列点
- 然后行点和列点变化代价分别为 1
- 如果是三个头就更简单了，给没选的那个带一个负数权值，表示没选有个代价
- 加一个常数把它变成正的。

Primal-Dual cost flow

- 用 dijkstra 跑费用流

最小割建模

一种经典的最小割模型是，把 n 个点划分到两个集合中分入每个集合分别有个代价然后有若干二元关系，同时在 S 或者同时在 T 可以产生代价，或者 i 在 S 而 j 在 T 的时候有个代价

最小割建模

- i 在 S 而 j 在 T 的代价：有向边

最小割建模

- i 在 S 而 j 在 T 的代价：有向边
- i 和 j 同时在 S 的代价？一般利用二分图的性质，翻转源汇，变成上一种情况

最小割建模

- i 在 S 而 j 在 T 的代价：有向边
- i 和 j 同时在 S 的代价？一般利用二分图的性质，翻转源汇，变成上一种情况
- 更复杂的情况？列方程

cf788 B

- $n \leq 10^6$ 个点 $m \leq 10^6$ 条边的无向图

cf788 B

- $n \le 10^6$ 个点 $m \le 10^6$ 条边的无向图
- 路径是好的当且仅当它经过 $m - 2$ 条边两次，剩下两条边一次

cf788 B

- $n \le 10^6$ 个点 $m \le 10^6$ 条边的无向图
- 路径是好的当且仅当它经过 $m-2$ 条边两次，剩下两条边一次
- 求有多少个这样的好路径，两个路径不同当且仅当经过路径的 multiset 不同

cf788 B

- $n \le 10^6$ 个点 $m \le 10^6$ 条边的无向图
- 路径是好的当且仅当它经过 $m-2$ 条边两次，剩下两条边一次
- 求有多少个这样的好路径，两个路径不同当且仅当经过路径的 multiset 不同
- 转为欧拉通路

cf788 B

- $n \leq 10^6$ 个点 $m \leq 10^6$ 条边的无向图
- 路径是好的当且仅当它经过 $m-2$ 条边两次，剩下两条边一次
- 求有多少个这样的好路径，两个路径不同当且仅当经过路径的 multiset 不同
- 转为欧拉通路
- 除了特殊的两个边剩下的边对点度数的贡献都是偶数，所以特殊的两个边必须共一个点

cf547 D

- 有一些点 (x, y)，请你对点黑白染色，使得每行每列都满足 $|black\ point - white\ point| <= 1$

cf547 D

- 有一些点 (x, y)，请你对点黑白染色，使得每行每列都满足 $|black\ point - white\ point| <= 1$
- $n \le 2 * 10^5$

cf547 D

- 有一些点 (x, y)，请你对点黑白染色，使得每行每列都满足 $|black\ point - white\ point| <= 1$
- $n \leq 2 * 10^5$
- 如果白色点个数等于黑色点个数怎么做呢？

cf547 D

- 有一些点 (x, y)，请你对点黑白染色，使得每行每列都满足 $|black\ point - white\ point| <= 1$
- $n \leq 2 * 10^5$
- 如果白色点个数等于黑色点个数怎么做呢?
- 行列连边连出一个二分图，求欧拉回路黑白染色

cf547 D

- 有一些点 (x, y)，请你对点黑白染色，使得每行每列都满足 $|black\ point - white\ point| <= 1$
- $n \leq 2 * 10^5$
- 如果白色点个数等于黑色点个数怎么做呢?
- 行列连边连出一个二分图，求欧拉回路黑白染色
- 那么差小于等于 1 我们可以每个奇数行列加一个边使得它存在欧拉回路

cf547 D

- 有一些点 (x, y)，请你对点黑白染色，使得每行每列都满足 $|black\ point - white\ point| <= 1$
- $n \leq 2 * 10^5$
- 如果白色点个数等于黑色点个数怎么做呢?
- 行列连边连出一个二分图，求欧拉回路黑白染色
- 那么差小于等于 1 我们可以每个奇数行列加一个边使得它存在欧拉回路
- 二分图两边的奇数点的个数不一定一样多，所以应该两边建两个虚点，然后连到虚点

cf429 E

- 有一些区间 $[li, ri]$，请你对这些区间黑白染色，使得每个点覆盖它的 $|black\ segment - white\ segment| \leq 1$

cf429 E

- 有一些区间 $[li, ri]$，请你对这些区间黑白染色，使得每个点覆盖它的 $|black\ segment - white\ segment| \leq 1$
- $n \leq 10^5$

cf429 E

- 有一些区间 $[li, ri]$，请你对这些区间黑白染色，使得每个点覆盖它的 $|black\ segment - white\ segment| \leq 1$
- $n \leq 10^5$
- 考虑如果是等于，那么就是每个点的被覆盖次数 s_i 等于 0

cf429 E

- 有一些区间 $[li, ri]$，请你对这些区间黑白染色，使得每个点覆盖它的 $|black\ segment - white\ segment| \leq 1$
- $n \leq 10^5$
- 考虑如果是等于，那么就是每个点的被覆盖次数 s_i 等于 0
- 那么我们差分一下这个 s_i, 那么每个区间的贡献就是 a_l++, $a_{r+1}--$，或者 a_l--,$a_{r+1}++$

cf429 E

- 有一些区间 $[li, ri]$，请你对这些区间黑白染色，使得每个点覆盖它的 $|black\ segment - white\ segment| \leq 1$
- $n \leq 10^5$
- 考虑如果是等于，那么就是每个点的被覆盖次数 s_i 等于 0
- 那么我们差分一下这个 s_i，那么每个区间的贡献就是 a_l++，$a_{r+1}--$，或者 a_l--,$a_{r+1}++$
- 连一条 l 和 $r+1$ 之间的边，求欧拉回路黑白染色

cf429 E

- 有一些区间 $[li, ri]$，请你对这些区间黑白染色，使得每个点覆盖它的 $|black\ segment - white\ segment| \le 1$
- $n \le 10^5$
- 考虑如果是等于，那么就是每个点的被覆盖次数 s_i 等于 0
- 那么我们差分一下这个 s_i, 那么每个区间的贡献就是 a_l++, $a_{r+1}--$，或者 a_l--,$a_{r+1}++$
- 连一条 l 和 $r+1$ 之间的边，求欧拉回路黑白染色
- 大于等于 1 怎么做呢？这里可以把奇数点两两配对了

转圈

- 给一个平面上的无向图，请你走一个欧拉回路，最小化总共转过的角度?

转圈

- 给一个平面上的无向图，请你走一个欧拉回路，最小化总共转过的角度？
- $n \leq 10^3$

UNR 奇怪的线段树

- 按照任意顺序分治形成的线段树

UNR 奇怪的线段树

- 按照任意顺序分治形成的线段树
- 定位一个区间会经过若干区间把他们全部染黑

UNR 奇怪的线段树

- 按照任意顺序分治形成的线段树
- 定位一个区间会经过若干区间把他们全部染黑
- 现在定位了一些区间，给你染黑的情况，请你求出至少要定位多少个区间才能变成这样。

UNR 奇怪的线段树

- 按照任意顺序分治形成的线段树
- 定位一个区间会经过若干区间把他们全部染黑
- 现在定位了一些区间，给你染黑的情况，请你求出至少要定位多少个区间才能变成这样。
- $n \leq 4000$

UNR 奇怪的线段树

- 显然把所有染黑部分的叶子覆盖了即可

UNR 奇怪的线段树

- 显然把所有染黑部分的叶子覆盖了即可
- 做一些观察，一个合法的染黑区间一定是不能同时选某个点的左儿子和右儿子并且连续的路径

UNR 奇怪的线段树

- 显然把所有染黑部分的叶子覆盖了即可
- 做一些观察，一个合法的染黑区间一定是不能同时选某个点的左儿子和右儿子并且连续的路径
- 每个左孩子的后继可以连到和他连续并且深度大于它的所有节点（还会是一个左孩子）

UNR 奇怪的线段树

- 显然把所有染黑部分的叶子覆盖了即可
- 做一些观察，一个合法的染黑区间一定是不能同时选某个点的左儿子和右儿子并且连续的路径
- 每个左孩子的后继可以连到和他连续并且深度大于它的所有节点（还会是一个左孩子）
- 每个右孩子的后继可以连到任意一个和他连续的节点

UNR 奇怪的线段树

- 建图的时候把左孩子和自己的左孩子串起来，并且把每个点串到左端点上即可

UNR 奇怪的线段树

- 建图的时候把左孩子和自己的左孩子串起来，并且把每个点串到左端点上即可
- 然后变成了用最少的路径覆盖一个 DAG 的问题

UNR 奇怪的线段树

- 建图的时候把左孩子和自己的左孩子串起来，并且把每个点串到左端点上即可
- 然后变成了用最少的路径覆盖一个 DAG 的问题
- 上下界网络流即可

对偶原理

- $max\{c^T x | Ax \leq b\} = min\{b^T y | A^T y \geq c\}$

对偶原理

- $max\{c^T x | Ax \leq b\} = min\{b^T y | A^T y \geq c\}$
- why？我们来直观的理解一下

对偶原理

- $max\{c^T x|Ax \leq b\} = min\{b^T y|A^T y \geq c\}$
- why？我们来直观的理解一下
- 假设你是工厂主，每个产品的收益为 c，每个产品需要的材料是 A，你有的原材料个数是 b

对偶原理

- $max\{c^Tx|Ax \leq b\} = min\{b^Ty|A^Ty \geq c\}$
- why？我们来直观的理解一下
- 假设你是工厂主，每个产品的收益为 c, 每个产品需要的材料是 A，你有的原材料个数是 b
- 决策生产个数 x 最大化收益（忽略加工费之类的）

对偶原理

- $max\{c^T x | Ax \leq b\} = min\{b^T y | A^T y \geq c\}$
- why? 我们来直观的理解一下
- 假设你是工厂主，每个产品的收益为 c, 每个产品需要的材料是 A，你有的原材料个数是 b
- 决策生产个数 x 最大化收益（忽略加工费之类的）
- 反过来你要卖给工厂主这些材料，决策原材料单价 y，你至少卖给他多贵才不会亏

对偶原理

- $max\{c^T x | Ax \leq b\} = min\{b^T y | A^T y \geq c\}$
- why? 我们来直观的理解一下
- 假设你是工厂主，每个产品的收益为 c, 每个产品需要的材料是 A，你有的原材料个数是 b
- 决策生产个数 x 最大化收益（忽略加工费之类的）
- 反过来你要卖给工厂主这些材料，决策原材料单价 y，你至少卖给他多贵才不会亏
- y 称为『影子价格』是对价格的估计，显然因为忽略了工厂主的社会必要劳动时间，所以这两个问题的答案应该是相等的（成本 = 收益）

cf352D

- 一个有 n 个点的树，树上的边已经全部损坏了。现在有 m 个工人，每个工人可以修复从 u_i 到 v_i (保证 v_i 是 u_i 到 $root$ 上的一个点) 上的所有边，花费为 c_i。问把所有边修好的最小花费为多少?

cf352D

- 一个有 n 个点的树，树上的边已经全部损坏了。现在有 m 个工人，每个工人可以修复从 u_i 到 v_i (保证 v_i 是 u_i 到 $root$ 上的一个点) 上的所有边，花费为 c_i。问把所有边修好的最小花费为多少?
- $n \leq 3 * 10^5$

cf352D

- 一个有 n 个点的树，树上的边已经全部损坏了。现在有 m 个工人，每个工人可以修复从 u_i 到 v_i (保证 v_i 是 u_i 到 $root$ 上的一个点) 上的所有边，花费为 c_i。问把所有边修好的最小花费为多少?
- $n \leq 3 * 10^5$
- Feel the magic of dual!

cf352D

- 传统做法大概 dp 一下

cf352D

- 传统做法大概 dp 一下
- f_i 表示完成 fa_i 到 i 的边和子树的最小代价，转移在回溯的时候维护每个末端点的代价

cf352D

- 传统做法大概 dp 一下
- f_i 表示完成 fa_i 到 i 的边和子树的最小代价，转移在回溯的时候维护每个末端点的代价
- 相信大家在 OI 中已经对这样的做法审美疲劳了

cf352D

- 传统做法大概 dp 一下
- f_i 表示完成 fa_i 到 i 的边和子树的最小代价，转移在回溯的时候维护每个末端点的代价
- 相信大家在 OI 中已经对这样的做法审美疲劳了
- 对偶做法: 考虑对偶问题是『选最多的边，使得每个工人可以修复的范围内少于 c_i 个』

cf352D

- 传统做法大概 dp 一下
- f_i 表示完成 fa_i 到 i 的边和子树的最小代价，转移在回溯的时候维护每个末端点的代价
- 相信大家在 OI 中已经对这样的做法审美疲劳了
- 对偶做法：考虑对偶问题是『选最多的边，使得每个工人可以修复的范围内少于 c_i 个』
- magical greedy!

cf352D

- 传统做法大概 dp 一下
- f_i 表示完成 fa_i 到 i 的边和子树的最小代价，转移在回溯的时候维护每个末端点的代价
- 相信大家在 OI 中已经对这样的做法审美疲劳了
- 对偶做法：考虑对偶问题是『选最多的边，使得每个工人可以修复的范围内少于 c_i 个』
- magical greedy!
- 可以选的时候一定是选了更优

cf352D

- 传统做法大概 dp 一下
- f_i 表示完成 fa_i 到 i 的边和子树的最小代价，转移在回溯的时候维护每个末端点的代价
- 相信大家在 OI 中已经对这样的做法审美疲劳了
- 对偶做法：考虑对偶问题是『选最多的边，使得每个工人可以修复的范围内少于 c_i 个』
- magical greedy!
- 可以选的时候一定是选了更优
- 判断可不可以选可以 set 维护一下剩余多少个，启发式合并

SRM676 L3

- 有一个技能 DAG，你要点满所有技能点，每个技能点需要时间 t

SRM676 L3

- 有一个技能 DAG，你要点满所有技能点，每个技能点需要时间 t
- 你有 C 元，每次可以氪金 c_i 元来给一个技能 $-1s$，求你点完所有技能点的最小时间（可以同时点多个技能点，但是这多个之间不能有依赖关系）

SRM676 L3

- 有一个技能 DAG，你要点满所有技能点，每个技能点需要时间 t
- 你有 C 元，每次可以氪金 c_i 元来给一个技能 $-1s$，求你点完所有技能点的最小时间（可以同时点多个技能点，但是这多个之间不能有依赖关系）
- $n \leq 50$

SRM676 L3

- 二分答案 mid

SRM676 L3

- 二分答案 mid
- 对偶之后变成了选最若干个路径，每个边至多选 c_i 次，最大化每条路径 $- mid$ 的权值和

SRM676 L3

- 二分答案 mid
- 对偶之后变成了选最若干个路径，每个边至多选 c_i 次，最大化每条路径 $-mid$ 的权值和
- DAG 上的费用流问题

SRM676 L3

- 二分答案 mid
- 对偶之后变成了选最若干个路径，每个边至多选 c_i 次，最大化每条路径 $-mid$ 的权值和
- DAG 上的费用流问题
- 当然可以拆点最小割，但是没有对偶优雅简洁。

TCO SemiFinal Colorful Tree

- 一个 DAG，满足 $u->v$ 的边中 $u<v$，并且满足边只有包含没有相交（顶点处相交不算）

TCO SemiFinal Colorful Tree

- 一个 DAG，满足 $u->v$ 的边中 $u<v$，并且满足边只有包含没有相交（顶点处相交不算）
- 点有颜色，求一条 1 到 n 的路径

TCO SemiFinal Colorful Tree

- 一个 DAG，满足 $u->v$ 的边中 $u<v$，并且满足边只有包含没有相交（顶点处相交不算）
- 点有颜色，求一条 1 到 n 的路径
- 每个颜色的点要么全部经过要么全部不经过，边有边权，求最短的这条路径

TCO SemiFinal Colorful Tree

- 一个 DAG，满足 $u->v$ 的边中 $u<v$，并且满足边只有包含没有相交（顶点处相交不算）
- 点有颜色，求一条 1 到 n 的路径
- 每个颜色的点要么全部经过要么全部不经过，边有边权，求最短的这条路径
- $n \leq 50$

TCO SemiFinal Colorful Tree

- 兔子追狼

TCO SemiFinal Colorful Tree

- 兔子追狼
- 边只有包含没有相交其实构成了一棵树

TCO SemiFinal Colorful Tree

- 兔子追狼
- 边只有包含没有相交其实构成了一棵树
- 这个图的最短路也就是对偶图（树）的最小割

TCO SemiFinal Colorful Tree

- 兔子追狼
- 边只有包含没有相交其实构成了一棵树
- 这个图的最短路也就是对偶图（树）的最小割
- 可以连 inf 边来限制两个点同时在 S/T 集

TCO SemiFinal Colorful Tree

- 兔子追狼
- 边只有包含没有相交其实构成了一棵树
- 这个图的最短路也就是对偶图（树）的最小割
- 可以连 *inf* 边来限制两个点同时在 S/T 集
- 连 *inf* 边会影响形态，每个点要往父亲连 *inf* 边确保每个路径只割一刀

对偶原理如何出解

- 互补松弛定理

对偶原理如何出解

- 互补松弛定理
- 让我们回到工厂，现在如果一个东西是亏的（右边不等式没有取到等号），那么你还会去买吗？

对偶原理如何出解

- 互补松弛定理
- 让我们回到工厂，现在如果一个东西是亏的（右边不等式没有取到等号），那么你还会去买吗？
- 对偶问题里不等式取不到等号，x_i 为 0。逆否命题，x_i 大于 0，一定取等号。

对偶原理如何出解

- 互补松弛定理
- 让我们回到工厂，现在如果一个东西是亏的（右边不等式没有取到等号），那么你还会去买吗？
- 对偶问题里不等式取不到等号，x_i 为 0。逆否命题，x_i 大于 0，一定取等号。
- 我们现在是知道了 y 求 x，对偶一下

对偶原理如何出解

- 互补松弛定理
- 让我们回到工厂，现在如果一个东西是亏的（右边不等式没有取到等号），那么你还会去买吗？
- 对偶问题里不等式取不到等号，x_i 为 0。逆否命题，x_i 大于 0，一定取等号。
- 我们现在是知道了 y 求 x，对偶一下
- 影子价格不为 0 当且仅当对应的对偶问题不等式取等号

对偶原理如何出解

- 互补松弛定理
- 让我们回到工厂，现在如果一个东西是亏的（右边不等式没有取到等号），那么你还会去买吗？
- 对偶问题里不等式取不到等号，x_i 为 0。逆否命题，x_i 大于 0，一定取等号。
- 我们现在是知道了 y 求 x，对偶一下
- 影子价格不为 0 当且仅当对应的对偶问题不等式取等号
- $x^T(c - A^Ty) = 0, y^T(b - Ax) = 0$，高斯消元