Winter Camp 2019 Simulation Day 1 Solution

$\frac{1}{4}$

2019 年 1 月 10 日

1 matrix

问题相当于统计每个 (p,S)（$1 \le p \le p+|S|-1 \le m$），在多少个 (x,y)（$1 \le x \le y \le n$）中使得：$\exists z \in [x,y], \{A_{z,p}, A_{z,p+1}, ..., A_{z,p+|S|-1}\} = S$，然后求和。

先考虑 $p=1$ 时的情况，将矩阵建出一棵 trie，每个结点用 set 保存对应 S 出现的行集合。

每次将 p 加 1，只需将根的所有孩子合并，作为新根。两个行集合合并时直接把小的加入大的。

$O(nm\log^2 n)$。

update: 经小 D 在 ak 后提醒，可以把 set 改为 splay，做到 $O(nm\log n)$。被吊打

2 sequence

签到题

对于同一个左端点，区间按位与值最多变化 $O(\log a_i)$ 次，

然后离线，然后线段树维护，然后没了。

$O(n\log n\log a_i + q\log n)$。

3 permutation

记 $dp(i,j)$ 表示一个长度为 i 的排列，从左到右有 j 个在前缀中为最大值的元素。

那么

$$ans(n,a,b) = \sum_{p=1}^{n} dp(p-1,a-1) * dp(n-p,b-1) * \binom{n-1}{p-1}$$

~~不难发现，~~

$$dp(i,j) = \begin{bmatrix} i \\ j \end{bmatrix}$$

考虑组合意义：把 $n-1$ 个元素任意涂成黑白色，将黑色元素塞入 $a-1$ 个无区别的环，将白色元素塞入 $b-1$ 个无区别的环。

等价于：把 $n-1$ 个元素塞入 $a-1+b-1$ 个无区别的环，将其中 $a-1$ 个环涂成白色，$b-1$ 个涂成黑色。

$$ans(n,a,b) = \begin{bmatrix} n-1 \\ a+b-2 \end{bmatrix} * \binom{a+b-2}{a-1}$$

$O(n \log n)$