

Solution: June, 30

Amberframe

July 1, 2018

1 cube

当 $n * m$ 的网格被填满 $*$ 时, 此时 L 形最多, 共有 $C = 4 * (n - 1) * (m - 1)$ 个。 $k > C$ 时显然无解, 同时对 $k \geq C - 8$ 进行讨论, 需要关注一些 corner case。 可以构造使 $k < C - 8$ 必然有解, 有很多构造方法, 可以参考 *cube.pdf* 中的讨论。

2 svisor

称询问中的 a_i 为特殊点。

2.1 k=1

设 $F(a, r)$ 表示距离 a 不超过 r 的点数, 可以 $O(n \log n)$ 预处理出点分树, 单次询问时在 a 的点分树祖先处查询即可, 时间复杂度 $O(\log n)$ 。

2.2 $k \geq 1$

将特殊点的虚数 T' 建出, 设特殊点 k 能监视的点集合为 S_k , 一条 T' 上的虚边 (x, y) 能监视的点集合为 $S_x \cap S_y$ 。

如何求 $|S_x \cap S_y|$, 若 $r_x + r_y < \text{dist}(x, y)$, 那么 $|S_x \cap S_y| = 0$, 否则在树边上必定存在一个位置 z , 满足 $r_x - \text{dist}(x, z) = r_y - \text{dist}(y, z)$, 记 $b = r_x - \text{dist}(x, z)$, 可以发现 $|S_x \cap S_y| = b$ 。

不过 z 在树边上时不好处理, 可以在初始化时将每条树边拆成两段长度为 0.5 的边并新增结点, 这样在实现时会方便很多。

如何得到答案? 在进行计算前可以先进行类似最短路的操作: 若存在特殊点 x, y , 满足 $r_x - \text{dist}(x, y) > r_y$, 那么可以将 r_y 更新为 $r_x - \text{dist}(x, y)$, 此操作是不会影响答案的。

$$\text{Answer} = \sum_{x \in T'} F(x, r_x) - \sum_{(x, y) \in T'} F(z, b)。$$

为什么答案是上述式子? 发现在进行类似最短路的操作后, 若 i 被至少一个点监视, 那么可以监视 i 的特殊点集合一定是 T' 上的一个联通块, 设这个联通块的大小为 c , 那么在左侧 \sum 中 i 会被贡献 c 次, 而在右侧 \sum 中 i 会被贡献 $c - 1$ 次, 相减后贡献恰好为 1。

时间复杂度 $O((n + \sum k) \log n)$

3 recog

提答题, 有多种解决方法。比赛中, 多个选手使用的靠谱方法是从 *training* 中提取若干个样本, 然后在处理 *test* 的每组数据时, 提取 *training* 中的样本进行比对, 选取最接近的输出对应的数字。