省选模拟赛题解

King_George

2019.3.

数据结构

题目大意：对于长度为n的初始**正整数数列**A，定义矩阵$B_{n\times n}$，初始时$B_{i,j}=\sum_{k=i}^{j}A_k$。
有m个操作，每个操作为以下两种之一：
+ 给出整数p,x，将A_p修改为x。然后对所有的$B_{i,j}$，更新为$\min(B_{i,j},\sum_{k=i}^{j}A_k)$。
+ 给出整数l,r，请回答$B_{l,r}$的值。

数据结构

考虑修改 $A_p = x$ 带来的影响：
$B_{i,j} = \min(B_{i,j}, B_{i,j} + x - A_p), \forall 1 \le i \le p, p \le j \le n$

数据结构

考虑修改 $A_p = x$ 带来的影响：

$B_{i,j} = \min(B_{i,j}, B_{i,j} + x - A_p), \forall 1 \le i \le p, p \le j \le n$

由于可以离线，先对所有询问的点建出 KDTree，然后变成了矩形加，和询问历史最小值。

维护历史最小值只用对每个区间记录当前标记，历史最小值标记，当前值和历史最小值即可。

图

题目大意：对一个初始图，每次找到一个 $a < b < c$ 的三元组满足 $(a, b), (a, c)$ 有边，然后连接 (b, c)，问最终得到的图的 n 种颜色染色方案数。

图

考虑如何计数。
不难发现对于一个点 u，和它相邻的比它大的任意两个点颜色肯定不同。

图

考虑如何计数。
不难发现对于一个点 u，和它相邻的比它大的任意两个点颜色肯定不同。
从大到小给每个点染色，那么每个点染色的方案数就是 $n-$ 比它大的和它相邻的点的个数。乘法原理一下就可以得到答案了。
问题变成怎么求点的度数。

图

可以发现对于最终图中 u 与 v 有边，当且仅当在原图中存在一条 u 到 v 的路径使得路径中间的点 $< min(u, v)$。

图

可以发现对于最终图中 u 与 v 有边，当且仅当在原图中存在一条 u 到 v 的路径使得路径中间的点 $< min(u, v)$。
按从小往大的顺序依次加点，加完点后维护当前的联通块情况以及每个联通块向外连的邻居。扫到 i 时，i 所在联通块邻居个数就是 i 的度数。实现可以用启发式合并 $O(nlog^2n)$ 或者线段树合并 $O(nlogn)$。

数列

题目大意：对一个长度为 n 的数列 a 定义优秀度为：$x_1 = a_1$，$x_i = x_{i-1} \mod a_i$，优秀度为 x_n。给定 n 和数列 a，问任意排列 a 的情况下最大的优秀度是多少。

数列

将 a_i 排序，如果 a_1 只出现了一次，则答案就是 a_1，否则答案一定 $< a_1$。

数列

将 a_i 排序，如果 a_1 只出现了一次，则答案就是 a_1，否则答案一定 $< a_1$。
注意到当 $x < y$ 时，x 对 y 取模不会产生任何影响。用 f_i 表示 i 是否能在取模过程中被达到，那么之前用到的数一定 $> i$，之后的数一定不超过 i。

数列

将 a_i 排序，如果 a_1 只出现了一次，则答案就是 a_1，否则答案一定 $< a_1$。
注意到当 $x < y$ 时，x 对 y 取模不会产生任何影响。用 f_i 表示 i 是否能在取模过程中被达到，那么之前用到的数一定 $> i$，之后的数一定不超过 i。
DP 的转移式为 $f_i = \bigoplus_{m,k} f_{i+km}$，其中 m 是所有 $> i$ 的模数。
可以用 bitset 优化。

祝大家省选取得好成绩!