1ª Lista de Exercícios de Pesquisa Operacional

1) A empresa Dalai Lama deseja planejar a produção de incenso. Os incensos requerem dois tipos de recursos: mão de obra e materiais. A empresa fabrica três tipos de incenso, cada qual com diferentes necessidades de mão de obra e materiais, conforme tabela abaixo:

	Modelo		
	A	**B**	**C**
Mão de Obra (horas/unidade)	7	3	6
Materiais (g/unidade)	4	4	5
Lucro (R$/unidade)	4	2	3

A disponibilidade de materiais é de 200 g/dia. A mão de obra disponível por dia é de 150 h.
Formule um problema de programação linear para determinar quanto deve ser produzido de cada tipo de incenso, tal que o lucro seja maximizado.

Variáveis de decisão: $x_A = quant. do\ incenso\ A,\ x_B = quant.\ do\ B,\ x_c = quant. do\ C$

Restrições:

$$7x_A + 3x_B + 6x_C \leq 150$$
$$4x_A + 4x_B + 5x_C \leq 200$$
$$x_A, x_B, x_C \geq 0$$

Função Objetivo: *Maximizar o lucro*

$$L = 4x_A + 2x_B + 3x_C$$

2) Certa empresa fabrica dois produtos. Sendo P1 e P2. O lucro unitário do produto P1 é de R$1.000,00 e o P2 é de R$1.800,00. A empresa precisa de 20 horas para fabricar uma unidade de P1 e de 30 horas para fabricar uma unidade de P2. O tempo anual de produção disponível para isso é de 1.200 horas. A demanda esperada para cada produto é de 40 unidades anuais de P1 e 30 unidades anuais de P2. Qual o plano de produção para que a empresa maximize o seu lucro nesses itens? Construa o modelo de programação linear para esse caso.

Variáveis de decisão: $x_1 = quantidade\ de\ P1,\quad x_2 = quantidade\ de\ P2$

Restrições:

$$20x_1 + 30x_2 \leq 1200$$
$$x_1 \leq 40$$
$$x_2 \leq 30$$
$$x_1, x_2 \geq 0$$

Função Objetivo: *Maximizar o lucro*

$$L = 1000x_1 + 1.800x_2$$

3) A empresa Politoy S/A fabrica soldados e trens de madeira. Cada soldado é vendido a R$ 27,00, e utiliza R$ 10,00 de matéria prima e R$ 14,00 de mão de obra. Duas horas de acabamento e uma hora de carpintaria são demandadas para a produção de um soldado.Cada trem é vendido por R$ 21,00 e utiliza R$9,00 de matéria prima e R$ 10,00 de mão de obra. Uma hora de acabamento e uma hora de carpintaria são demandadas para a produção do trem. A Politoy não tem problemas no fornecimento de matéria primas, mas só pode contar com 100 horas de acabamento e 80 horas de carpintaria. A demanda semanal de trens é limitada, mas no máximo 40 soldados são comprados a cada semana. A Politoy

deseja maximizar seus ganhos semanais. Formule um modelo matemático a ser utilizado nessa otimização.

Variáveis de decisão: $x_1 = n^o\ de\ soldados / semana, \quad x_2 = n^o\ de\ trens / semana$

Restrições:

$$2x_1 + x_2 \leq 100$$
$$x_1 + x_2 \leq 80$$
$$x_1 \leq 40$$
$$x_1, x_2 \geq 0$$

Função Objetivo: *Maximizar os ganhos semanais*

$$L = 3x_1 + 2x_2$$

4) Uma rede de depósitos de materiais de construção tem 4 lojas que devem ser abastecidas com 50 m³ (Loja 1), 80 m³ (Loja 2), 40 m³ (Loja 3) e 100 m³ (Loja 4) de areia grossa. Essa areia pode ser carregada em 3 pontos P1, P2 e P3, cujas distâncias estão no quadro (em Km):

	Loja 1	Loja 2	Loja 3	Loja 4
P1	30	20	24	18
P2	12	36	30	24
P3	8	15	25	20

Deseja-se minimizar a distância percorrida. Formule um modelo matemático a ser utilizado nessa otimização.

Variáveis de decisão: $x_{11}, x_{12}, x_{13}, x_{14}, x_{21}, x_{22}, x_{23}, x_{24}, x_{31}, x_{32}, x_{33}, x_{34}$

Restrições:

$$x_{11} + x_{21} + x_{31} = 50$$
$$x_{12} + x_{22} + x_{32} = 80$$
$$x_{13} + x_{23} + x_{33} = 40$$
$$x_{14} + x_{24} + x_{34} = 100$$
$$x_{11}, x_{12}, x_{13}, x_{14}, x_{21}, x_{22}, x_{23}, x_{24}, x_{31}, x_{32}, x_{33}, x_{34} \geq 0$$

Função Objetivo: *Minimizar a distância percorrida*

$$D = 30x_{11} + 20x_{12} + 24x_{13} + 18x_{14} + 12x_{21} + 36x_{22} + 30x_{23} + 24x_{24} + 8x_{31} + 15x_{32} + 25x_{33} + 20x_{34}$$

5) Uma empresa de comida canina produz dois tipos de rações: **Skits** e **Benji**. Para a manufatura das rações são utilizados cereais e carne. Sabe-se que:
- a ração **Skits** utiliza 5 kg de cereais e 1 kg de carne e a ração **Benji** utiliza 4 kg de carne e 2 kg de cereais;
- o pacote de ração **Skits** cursta R$ 20,00 e o pacote de ração **Benji** custa R$ 30,00;
- o kg de carne custa R$ 4,00 e o kg de cereais custa R$ 1,00;
- estão disponíveis por mês 10.000 kg de carne e 30.000 kg de cereais.

Deseja-se saber qual a quantidade de cada ração a produzir de modo a maximizar o lucro.

Variáveis de decisão: $x_1 = quant.\ de\ ração\ de\ Skits, \quad x_2 = quant.\ de\ ração\ Benji$

Restrições:

$$x_1 + 4x_2 \leq 10000$$
$$5x_1 + 2x_2 \leq 30000$$
$$x_1, x_2 \geq 0$$

Função Objetivo: *Maximizar o lucro*

$$L = 11x_1 + 12x_2$$

6) Um vendedor de frutas pode transportar 800 caixas de frutas para sua região de vendas. Ele necessita transportar 200 caixas de laranjas a 20 u.m. de lucro por caixa, pelo menos 100 caixas de pêssegos a 10 u.m. de lucro por caixa, e no máximo 200 caixas de tangerinas a 30

u.m. de lucro por caixa. De que forma deverá ele carregar o caminhão para obter o lucro máximo? Construa o modelo do problema.

Variáveis de decisão: $x_1 = quantidade\ de\ cx\ de\ pessego,\quad x_2 = quantidade\ de\ cx\ de\ \tan gerina$

800-200=600

Restrições:

$$x_1 + x_2 \leq 600$$
$$10x_1 + 12x_2 \leq 40$$
$$x_1 \geq 100$$
$$x_2 \leq 200$$
$$x_1, x_2 \geq 0$$

Função Objetivo: *Maximizar o lucro*

$$L = 4.000 + 10x_1 + 30x_2$$

7) Para uma boa alimentação o corpo necessita de vitaminas e proteínas. A necessidade mínima de vitaminas é de 32 unidades/ dia e de proteínas é de 36 unidades/dia. Uma pessoa tem disponível carne e ovos para se alimentar. Cada unidade de carne contém 4 unidades de vitaminas e 6 unidades de proteínas. Cada unidade de ovo contém 8 unidades de vitaminas e 6 de proteínas. Qual a quantidade diária de carne e ovos que deve ser consumida para suprir as necessidades de vitaminas e proteínas com o menor custo possível? Cada unidade de carne custa R$ 3,00 e cada unidade de ovo custa R$2,50.Construa o modelo do problema.

Variáveis de decisão: $x_1 = quantidade\ de\ carne \quad x_2 = quantidade\ de\ ovos$

Restrições:

$$4x_1 + 8x_2 \geq 32 \quad vita\min a$$
$$6x_1 + 6x_2 \geq 36 \quad proteína$$
$$x_1, x_2 \geq 0$$

Função Objetivo: *Minimizar o custo*

$$C = 3{,}0x_1 + 2{,}5x_2$$

8) Uma rede de televisão local tem o seguinte problema: foi descoberto que o programa “A” com 20 minutos de música e 1 minuto de propaganda chama a atenção de 30.000 telespectadores, enquanto o programa “B”, com 10 minutos de música e 1 minuto de propaganda chama a atenção de 10.000 telespectadores. No decorrer da semana, o patrocinador insiste no uso de no mínimo 5 minutos para sua propaganda e que não há verba para mais de 80 minutos de música. Quantas vezes por semana cada programa deverá ser levado ao ar para obter o número máximo de telespectadores? Construa o modelo do sistema.

Variáveis de decisão: $x_1 = quantidade\ de\ vezes\ que\ o\ programa\ A\ vai\ ao\ ar$

$x_2 = quantidade\ de\ vezes\ que\ o\ programa\ B\ vai\ ao\ ar$

Restrições:

$$x_1 + x_2 \geq 5 \quad propaganda$$
$$20x_1 + 10x_2 \leq 80 \quad musica$$
$$x_1, x_2 \geq 0$$

Função Objetivo: *Maximizar o nº de telespectadores*

$$N = 30.000x_1 + 10.000x_2$$

9) Uma empresa, após um processo de racionalização de produção, ficou com disponibilidade de 3 recursos produtivos, R1, R2 e R3. Um estudo sobre o uso destes recursos indicou a possibilidade de se fabricar 2 produtos P1 e P2. Levantando os custos e consultando o departamento de vendas sobre o preço de colocação no mercado, verificou-se que P1 daria um lucro de R$ 120,00 por unidade e P2, R$ 150,00 por unidade. O departamento de produção forneceu a seguinte tabela de uso de recursos.

Produto	Recursos R1 por unidade	Recurso R2 por unidade	Recurso R3 por unidade
P1	2	3	5
P2	4	2	3
Disponibilidade de recursos no mês	100	90	120

Formule um modelo de programação linear com o objetivo de maximizar o lucro.

Variáveis de decisão: $x_1 = quantidade\ de\ P1\ por\ mês, \quad x_2 = quantidade\ de\ P2\ por\ mês$

Restrições:

$$2x_1 + 4x_2 \leq 100 \quad R1$$
$$3x_1 + 2x_2 \leq 90 \quad R2$$
$$5x_1 + 3x_2 \leq 120 \quad R3$$
$$x_1, x_2 \geq 0$$

Função Objetivo: *Maximizar o lucro*

$$L = 120x_1 + 150x_2$$

10) Uma companhia de transporte tem dois tipos de caminhões: O tipo "**A**" tem 2 m³ de espaço refrigerado e 3 m³ de espaço não refrigerado; o tipo "**B**" tem 2 m³ de espaço refrigerado e 1 m³ de espaço não refrigerado. O cliente quer transportar um produto que necessitará de 16 m³ de área refrigerada e 12 m³ de área não refrigerada. A companhia calcula em 1.100 litros o combustível para uma viagem com o caminhão "**A**" e 750 litros para o caminhão "**B**". Quantos caminhões de cada tipo deverão ser usados no transporte do produto, com o menor consumo de combustível? Construa o modelo do sistema descrito.

Variáveis de decisão: x_1 = *quant. do caminhão tipo A,* x_2 = *quant. do caminhão tipo B*

Restrições:

$$2x_1 + 2x_2 \geq 16 \quad espaço\ refrigerado$$
$$3x_1 + x_2 \geq 12 \quad espaço\ não\ refrigerado$$
$$x_1, x_2 \geq 0$$

Função Objetivo: *Minimizar o consumo de combustível*

$$C = 1100x_1 + 750x_2$$