

Contrôler les transferts en automatique

L'automatique traite de l'analyse et de la commande des systèmes dynamiques. Une part importante du travail d'analyse repose sur la modélisation de ces systèmes, et les méthodes classiques pour les contrôler nécessitent généralement leur bonne connaissance *a priori*. Lorsque le modèle est mal connu ou fortement perturbé, une commande « sans modèle » peut malgré tout être développée.

Dans la vie courante, une infinité de tâches sont accomplies par les êtres vivants dans le but de leur assurer une meilleure existence. Ainsi, la tâche « production d'électricité » permet aux hommes de s'alimenter en électricité à partir de matières premières disponibles. D'un point de vue industriel, le terme *procédé* est souvent utilisé pour qualifier les différentes tâches exploitées dans un processus de conversion de matière (comme les différents procédés visant à extraire l'énergie calorifique d'une combustion afin de la convertir en énergie électrique). Un procédé s'associe donc assez naturellement à la notion de transfert d'énergie, elle-même associée à la notion de conversion. Ce concept, plutôt évident dans la grande majorité des traitements industriels (fabrication de X à partir du matériau Y), devient bien plus subtil dans le cas du transfert d'énergie.

Modéliser les procédés

Dans le but de comprendre le principe de fonctionnement des procédés (qui sont parfois d'une extra-

ordinaire complexité), il est d'usage de définir des modèles mathématiques, basés généralement sur les principes physiques. Ces modèles représentent donc mathématiquement l'évolution de ce que l'on attend du procédé (la *sortie*) en fonction de ce que l'on apporte au procédé (l'*entrée*). On parle également de *réponse* d'un procédé par rapport au *stimulus* qui lui est appliqué. L'exemple le plus typique est celui de la réaction chimique, qui fournit une certaine quantité de produits de réaction en fonction de la quantité de réactifs. L'établissement du modèle du procédé est donc à la fois basé sur l'expérience acquise du point de vue des équations physiques (dans le cas des processus physiques), et également des différentes mesures de l'entrée et de la sortie qui permettent d'étalonner le modèle par rapport au comportement réel. Il est donc important que la réponse du modèle à un stimulus donné soit la plus fidèle à ce que l'on attend du procédé réel pour le même stimulus. On parle alors de *niveau d'exactitude* de la modélisation.

Formellement, si u est l'entrée du procédé et y sa sortie, alors il existe une relation de transfert

$y=P(u)$, où P désigne le procédé à l'étude. Une telle formulation se trouve être redoutablement efficace lorsque le procédé considéré (appelons-le *procédé général*) est lui-même constitué de multiples *sous-procédés*. Dans ce cas, chaque sous-procédé est défini par son propre modèle et l'ensemble des modèles ainsi constitué permet non seulement d'obtenir un modèle pour le procédé général, mais également d'étudier les différentes interactions entre les sous-modèles. Bien souvent, la donnée d'un modèle associé à un procédé général, aussi exact soit-il, n'est pas suffisante pour garantir son bon fonctionnement. C'est à ce moment-là qu'intervient la notion de *contrôle* du procédé.

Avant de nous consacrer au fonctionnement des procédés contrôlés, intéressons-nous en premier lieu à la caractérisation des modèles de procédés, c'est-à-dire à l'établissement du modèle par rapport aux données expérimentales.

Ohm *sweet* Ohm

Les seules informations disponibles pour bien comprendre un procédé de manière générale (aussi bien pour un procédé naturel que pour des procédés industriels) relèvent de l'expérimentation. En effet, pour connaître le fonctionnement d'un procédé afin d'en déduire un modèle mathématique, il est nécessaire d'effectuer une série de tests expérimentaux. Ces tests ont pour but, étant donnée une série de stimulus, de mesurer les réponses correspondantes. La corrélation statistique entre les différentes réponses par rapport aux différents stimulus permet ainsi d'établir non seulement une structure de modèle (par exemple, si le modèle obéit à une relation affine ou parabolique), mais également de définir de manière assez précise les coefficients du modèle obtenu, généralement par interpolation. Nous appelons *étalonnage du modèle* une telle opération.

L'étalonnage du modèle garantit donc une certaine exactitude de la modélisation résultante par rapport au comportement réel du procédé. On dit

aussi que l'étalonnage fournit un *modèle nominal* du procédé, car basé exclusivement sur la connaissance *a priori* des mesures expérimentales. Pour illustrer le concept d'étalonnage, prenons l'exemple historique de la loi d'Ohm en électricité. C'est à partir de mesures expérimentales réalisées sur un conducteur sous tension que Georg Simon Ohm (1789–1854) démontre, à partir des mesures de différence de potentiel aux bornes du conducteur et du courant qui traverse le conducteur, qu'il existe une relation linéaire entre courant et tension dans les matériaux résistifs. Ohm a donc posé fondamentalement la structure du modèle de la résistance (linéaire), la fameuse loi d'Ohm, et c'est l'opération d'étalonnage qui permet aujourd'hui de déduire la valeur de la résistance d'un conducteur à partir des mesures.

Considérons un procédé général de type industriel, soigneusement étalonné, constitué de très nombreux sous-procédés. Supposons que le modèle mathématique du procédé général vérifie très exactement le comportement du procédé réel, mais que les performances du procédé réel (ou *procédé initial*) ne sont elles-mêmes que peu satisfaisantes. Pour modifier ou corriger les performances de ce procédé, on en adjoint un nouveau qui améliore les performances du procédé initial. Une «amélioration des performances» peut être une amélioration de la vitesse d'exécution, une meilleure gestion des sous-procédés, etc. Compte tenu des performances souhaitées pour le procédé initial, il convient de créer le procédé qui permet la correction du procédé initial. Pour ce faire, et c'est finalement tout l'intérêt d'avoir recours à des modèles mathématiques, le modèle du procédé général (que l'on cherche à corriger) va être utilisé dans le but de calculer et définir le procédé qui va corriger le procédé initial.

Le transfert généré par le procédé initial est *contrôlé* par le procédé correcteur. La difficulté d'étalonnage du correcteur réside dans la prise en compte de l'ensemble des paramètres du modèle

initial (une très bonne exactitude de modélisation est ainsi requise), ainsi que dans la prise en compte des différentes perturbations qui pourraient survenir, lesquelles peuvent être éventuellement corrélées avec les paramètres du modèle. Une bonne connaissance du modèle apparaît donc essentielle pour un bon réajustement des performances du procédé initial.

Pour illustrer le concept de contrôle de transfert, prenons l'exemple de la régulation de température dans un four thermique. Le procédé « four thermique » est piloté par une consigne de température, ajustée par l'utilisateur, et chauffe l'intérieur du four à la température souhaitée. Si ce procédé n'offre pas de performances satisfaisantes (montée en température trop lente, prise de la température peu précise à l'intérieur du four...), il devient nécessaire de définir un procédé qui contrôle la température dans le four et agit sur le procédé « température » de manière à satisfaire la demande de l'utilisateur. Il est également attendu du correcteur une certaine *robustesse* vis-à-vis des perturbations. En effet, lorsque le four s'ouvre alors que la température était maintenue à l'intérieur, il s'agit de conserver au mieux la température précédemment ajustée (la *performance statique*) sans qu'il y ait de chute de température importante au moment où le four s'ouvre (la *performance dynamique*). Cela illustre le concept de robustesse : préserver les conditions nominales de fonctionnement, quels que soient les événements qui tendent à déstabiliser ces conditions nominales. La robustesse permet le *rejet des perturbations*.

Qu'en est-il de la complexité que doit avoir le correcteur ? La première idée est de définir un correcteur « le plus simple possible » (il ne doit pas porter préjudice au fonctionnement du procédé qu'il doit contrôler). Dès lors, une simple commande tout-ou-rien pourrait-elle suffire ? *A priori* oui, puisque, en « faisant chauffer » (tout) ou en « laissant refroidir » (rien) l'intérieur du four de manière périodique, il est possible de garder la

température à peu près constante (compte-tenu de l'inertie thermique). Cependant, une telle simplicité ne permet pas de maîtriser efficacement la dynamique d'évolution de la température en fonction du temps, et encore moins le rejet de perturbations. La commande tout-ou-rien présente donc certaines limites vis-à-vis de la robustesse, que permettent de compenser les correcteurs linéaires classiques.

La traditionnelle correction PID

Le correcteur PID, acronyme de correcteur *proportionnel, intégral et dérivateur*, est le correcteur linéaire par excellence. Largement prisé par l'industrie, il offre à la fois une grande flexibilité de réglage, une étonnante facilité d'implémentation et de bonnes possibilités de correction. Ce correcteur a nécessairement besoin d'un modèle pour pouvoir être convenablement ajusté (à l'aide de règles et méthodes plus ou moins empiriques). Considérons un procédé P dont la structure de modèle est un premier ordre (système régi par une équation différentielle d'ordre 1 dans le domaine temporel) muni d'un retard tel que, dans le domaine de Laplace :

$$P = P(p) = \frac{y(p)}{u(p)} = \frac{K e^{-\tau p}}{Tp + 1}$$

avec K, T et τ des constantes.

On cherche à contrôler P de manière à suivre au mieux la consigne imposée y^* (connue, donc). Pour ce faire, on choisit un correcteur C de type PID tel que :

$$C = C(p) = \frac{u(p)}{\varepsilon(p)} = K_p + \frac{K_i}{p} + K_d p$$

où ε est l'erreur de poursuite et les constantes K_p , K_i et K_d sont les paramètres du correcteur PID. L'*erreur de poursuite* est la différence instantanée entre la sortie du procédé contrôlé et la consigne qu'on souhaite lui faire suivre. Un bon

correcteur se traduit par une erreur de poursuite presque toujours négligeable.

L'étalonnage de P par rapport au procédé réel donne, à 10^{-4} près, $K=4$, $T=2,018$ et $\tau=0,2424$ et les gains du correcteur vérifient

$$K_p = \frac{100(0,4\tau + T)}{120K\tau} = 1,8181,$$

$$K_i = \frac{1}{1,33K\tau} = 0,7754,$$

$$K_d = \frac{0,35T}{K} = 0,1766.$$

Les constantes K_p , K_i et K_d sont usuellement associées aux actions fondamentales de la commande par PID. En particulier, l'action intégrale (de coefficient K_i) permet de garantir certaines performances statiques, tandis que l'action dérivée (de coefficient K_d) tend à accélérer la dynamique d'évolution. La stabilité du correcteur est ainsi garantie pourvu que le jeu de paramètres K_p , K_i et K_d vérifie certaines conditions de stabilité liées aux paramètres du modèle nominal.

Une importante restriction de la commande PID est sa sensibilité vis-à-vis des variations des paramètres du modèle. Par exemple, si T subit une variation de 1 % par rapport à la valeur initialement mesurée, alors rien ne garantit que les performances offertes par le correcteur seront identiques dans cette nouvelle configuration. La robustesse du PID est donc fondamentalement restreinte aux seules données numériques viables du modèle, tout écart ne garantit plus nécessairement les performances. On pense alors à mettre au point une commande plus robuste, ou bien une commande qui s'affranchisse du modèle...

Contrôler sans connaître le modèle

Pour contrôler un modèle nominal (étalonné d'après les mesures effectuées), le correcteur doit réaliser à la fois de bonnes performances dynamiques (les régimes transitoires de la sortie du procédé doivent converger rapidement vers

La transformée de Laplace

La transformée de Laplace permet d'établir une relation bijective entre le *domaine temporel* (décrit par des équations différentielles, dont les solutions sont fonction du temps) avec le *domaine fréquentiel* (décrit par des fonctions de transfert dont l'amplitude et la phase dépendent de la fréquence). Il est ici suffisant de considérer le fait que la correspondance s'effectue par

$$\frac{d}{dt} \Leftrightarrow p = i\omega \quad \text{où } \frac{d}{dt} \text{ est l'opérateur de dérivation}$$

dans le domaine temporel, i est l'imaginaire pur et ω est la pulsation dans le domaine fréquentiel.

Considérons par exemple un procédé décrit par une simple équation différentielle du premier ordre :

$$\alpha \frac{dv_s(t)}{dt} + v_s(t) = v_e(t)$$

où v_e et v_s sont respectivement l'entrée et la sortie du procédé et α est un paramètre réel. En utilisant la correspondance ci-dessus, il vient :

$$i\alpha\omega v_s(p) + v_s(p) = v_e(p)$$

d'où la fonction de transfert H suivante :

$$H(i\omega) = \frac{v_s}{v_e}(i\omega) = \frac{1}{1 + \alpha p}.$$

On retrouve, au coefficient α près, le fameux filtre passe-bas du premier ordre, indispensable à tous les techniciens et ingénieurs du son !

la consigne souhaitée) et de bonnes performances statiques (l'écart entre la consigne souhaitée et la mesure obtenue en sortie du procédé doit être faible). Le correcteur doit être robuste vis-à-vis des variations des paramètres du modèle nominal. Ces variations peuvent avoir

plusieurs origines ; elles peuvent avoir plusieurs solutions (voir en encadré).

Afin de préserver les performances de la correction en fonction des variations des paramètres des modèles nominaux (on dit aussi *robustifier* le correcteur), soit on tient compte de l'évolution en fonction du temps des paramètres et on calcule un correcteur, pour le coup « robuste » à ces variations (en général, c'est assez complexe à mettre en œuvre), soit on ne tient absolument pas compte du modèle et on définit un correcteur qui s'adapte à un grand nombre de situations vis-à-vis du comportement du modèle contrôlé.

La *commande sans modèle*, ou correcteur i-PI (pour « correcteur PI intelligent »), est une méthode originale et récente qui permet de rendre robuste une loi de contrôle classique de type PID par rapport aux incertitudes et dérives du modèle commandé. L'intérêt principal de cette méthode réside dans :

- la simplicité (en comparaison avec la théorie de la commande robuste) avec laquelle un correcteur PID, dit *intelligent*, est mis en œuvre ;
- la faculté de cette loi de commande à stabiliser et maintenir des performances dynamiques très intéressantes lors de fortes perturbations du modèle commandé.

Cette loi de commande, comme son nom l'indique, n'est pas directement corrélée au modèle qu'elle est en charge de contrôler. Bien que ses paramètres doivent être ajustés en fonction du modèle, on peut vérifier expérimentalement que, pour un jeu de paramètres donné, les performances dynamiques et statiques sont pleinement garanties dans une large gamme de dérive des paramètres du modèle nominal. Les figures suivantes (© Michel Fliess et Cédric Join, 2008, et Loïc Michel, 2010) illustrent le fonctionnement contrôlé du procédé P. Pour une même consigne (en pointillés) est comparé le correcteur PID (ajusté selon les paramètres décrits

De l'origine des variations

Il existe des erreurs de mesure qui se traduisent par un étalonnage erroné du modèle, à partir duquel est calculé un correcteur qui satisfait les performances en régulation du modèle nominal erroné, mais pourrait ne pas satisfaire les performances attendues du procédé réel.

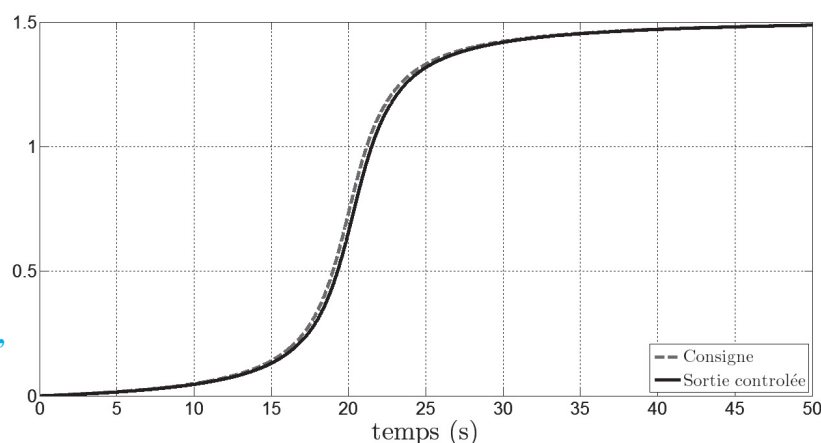
Le procédé subit un vieillissement naturel, qui se traduit par une modification de ses paramètres (on parle de *dérive* de ses paramètres, ou d'*incertitude* sur les paramètres du modèle). Le modèle nominal est étalonné de manière à suivre, ou ne pas suivre, le vieillissement du procédé ; par exemple, dans le cas du modèle de procédé P établi dans l'article, le paramètre T peut varier au plus de 1 %. Le correcteur calculé est donc généralement calculé d'après les paramètres initiaux du modèle sans vraiment tenir compte des variations des paramètres (ce qui nécessiterait à nouveau de calculer le correcteur pendant le fonctionnement de la régulation ; on aboutit alors aux correcteurs robustes). Il faut alors espérer que les performances initialement souhaitées que donne la correction ne soient pas trop dégradées avec le temps !

Le procédé a plusieurs comportements qui diffèrent suivant la valeur que prend une de ses entrées par exemple. Dans ce cas, il faudrait établir autant de modèles nominaux qu'il y a de comportements différents, ce qui impliquerait de disposer d'autant de correcteurs (différents) qu'il y a de modèles à contrôler.

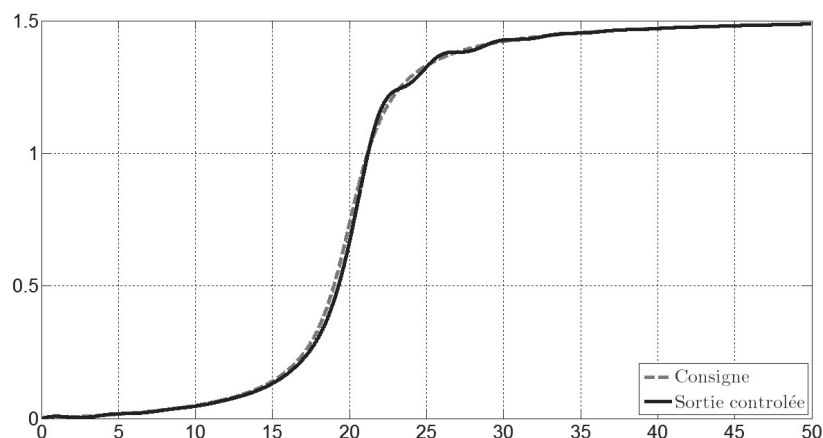
dans l'article) avec le correcteur i-PI.

Pour un même modèle nominal, les deux premières figures montrent des performances similaires entre les deux correcteurs. En revanche, lorsque le procédé P subit un vieillissement de

Contrôle PID,
modèle initial.



Contrôle i-PI,
modèle initial.



l'un de ses paramètres (ce que montrent les deux premières figures de la page suivante), alors le correcteur PID tend à dégrader les performances, tandis que le correcteur i-PI les a préservées.

La dernière figure de la page suivante montre une comparaison directe entre i-PI et PID lorsque le coefficient K du modèle nominal évolue linéairement en fonction du temps.

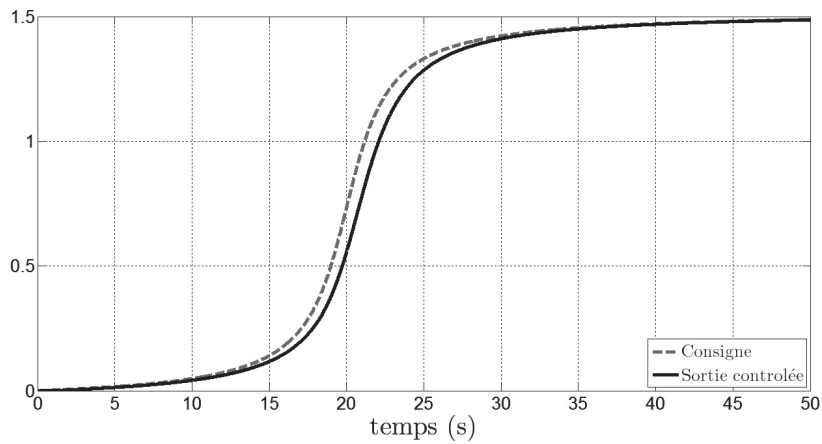
Il est assez difficile de juger de l'efficacité d'une méthode de correction par rapport à une autre dans le cas général. Si par exemple une méthode offre d'excellentes performances pour de nombreux modèles, elle peut être très diffi-

le à programmer dans un processeur de données. À l'opposé, une commande relativement simple à calculer et à implémenter peut tout à fait donner des performances correctes dans une grande majorité de cas. Lors de l'étude de la mise en œuvre d'un correcteur, il existe donc un certain compromis à trouver entre complexité et performances souhaitées. La commande sans modèle tend à satisfaire ce compromis puisqu'elle ne nécessite que peu de réglages pour une (relativement) bonne efficacité. Les preuves théoriques sont attendues à court terme !

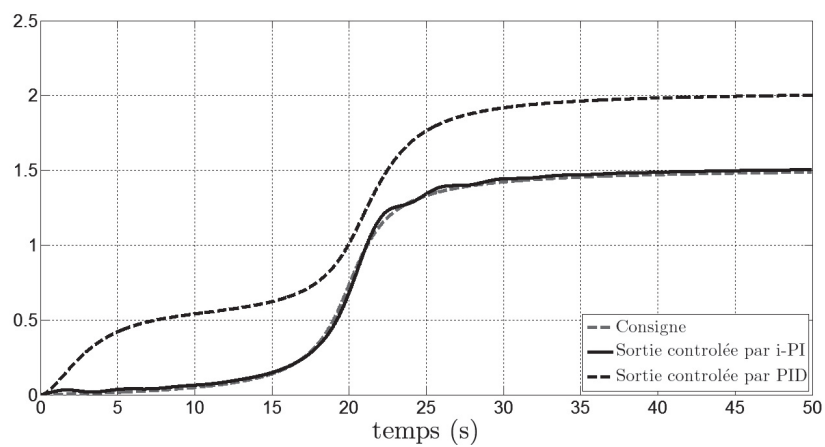
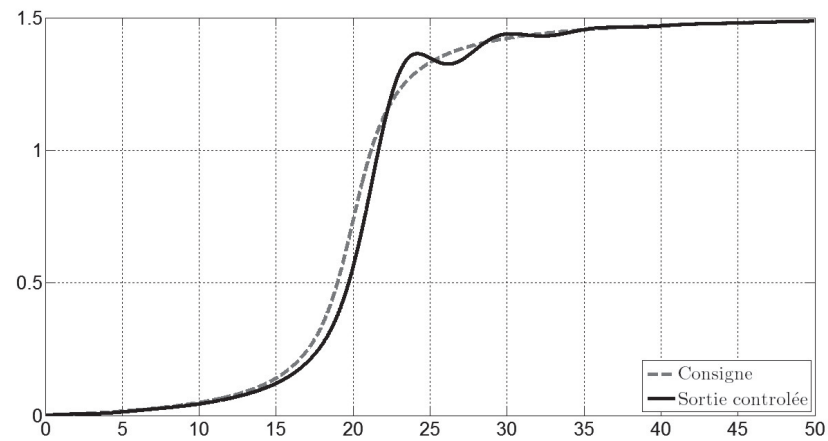
L. M.

Contrôler les transferts en automatique

Contrôle PID,
modèle
perturbé.



Contrôle i-PI,
modèle
perturbé.



Contrôle PID et contrôle i-PI pour un modèle dont le paramètre K
varie de manière linéaire en fonction du temps.