

Université de Franche-Comté, Besançon

Licence E.E.A. 2003/2004

Travail d'étude et de recherche

---

LABORATOIRE DE PHYSIQUE ET MÉTROLOGIE DES OSCILLATEURS  
(division de FEMTO-ST UMR CNRS 6174)

---

# **SUR L'ANALYSE DIPOLAIRE DES OSCILLATEURS COMPORTEMENTAUX PAR EQUILIBRAGE HARMONIQUE**

par

Loïc MICHEL

étude réalisée sous la direction du Pr. Rémi BRENDEL

*Tous mes remerciements à Messieurs Brendel, Chirouf et Ratier pour  
l'aide et le soutien qu'ils m'ont apportés.  
Merci également à tous ceux qui ont participé à ce projet, notamment Messieurs Addouche, Guizal et Rusch.*

# Table des matières

<b>I</b>	<b>Méthode d'analyse des oscillateurs à quartz</b>	<b>5</b>
I.	Représentation dipolaire . . . . .	6
1.	Définitions . . . . .	6
2.	Schéma équivalent . . . . .	6
2.	Modélisation . . . . .	6
II.	Conditions d'oscillation . . . . .	7
1.	Pulsation d'oscillation . . . . .	7
2.	Démarrage de l'oscillateur, pulsation d'oscillation . . . . .	7
<b>2.</b>	<b>Analyse non-linéaire par équilibrage harmonique des circuits hyperfréquences</b>	<b>8</b>
I.	Différentes méthodes d'analyse d'un circuit . . . . .	8
II.	Méthode d'équilibrage harmonique . . . . .	8
1.	Partition du circuit . . . . .	8
2.	Choix des variables . . . . .	8
3.	Modélisation et mise en équation du circuit . . . . .	9
4.	Interprétation qualitative . . . . .	10
III.	Modélisation globale d'un circuit : boucle d'équilibrage harmonique . . . . .	10
IV.	Domaine d'utilisation et application à l'analyse dipolaire . . . . .	11
V.	Résolution de l'équation d'équilibrage harmonique . . . . .	11
1.	Description de la méthode . . . . .	11
2.	Algorithme . . . . .	11
3.	Evaluation de la matrice jacobienne . . . . .	12
<b>II</b>	<b>Implémentation informatique</b>	<b>13</b>
<b>1.</b>	<b>Introduction</b>	<b>14</b>
1.	Objectifs . . . . .	14
2.	Notations . . . . .	14
<b>2.</b>	<b>Mise au point de l'algorithme d'équilibrage harmonique sur circuit simple</b>	<b>15</b>
I.	Description du circuit . . . . .	15
II.	Construction de l'algorithme . . . . .	15
1.	Contraintes mathématiques liées à la TF . . . . .	15
2.	Mise au point de la BEH . . . . .	16
3.	Formalisation graphique de la méthode du suivi de solution . . . . .	20
<b>3.</b>	<b>Application aux oscillateurs comportementaux</b>	<b>22</b>
I.	Application de l'analyse dipolaire . . . . .	22
1.	Structure d'oscillateur . . . . .	22
2.	Caractérisation du dipôle non-linéaire . . . . .	22
3.	Couplage avec l'équilibrage harmonique . . . . .	22
II.	Oscillateur de Van der Pol . . . . .	23
1.	Schéma . . . . .	23
2.	Détermination de l'équation d'équilibrage harmonique . . . . .	23
3.	Analyse dipolaire . . . . .	24
4.	Oscillateur de Van der Pol simple . . . . .	24
III.	Généralisation de la structure des oscillateurs comportementaux . . . . .	24
1.	Insuffisances du modèle de base . . . . .	24
2.	Schéma . . . . .	24
3.	Réécriture de la fonction d'équilibrage . . . . .	25
4.	Analyse dipolaire . . . . .	25
5.	Conclusion . . . . .	26

<b>4. Développement du programme ADOC-EH</b>	<b>27</b>
I. Introduction . . . . .	27
1. Cahier des charges . . . . .	27
2. Calcul du régime permanent . . . . .	28
II. Exemples d'application . . . . .	29
1. Oscillateur de Van der Pol . . . . .	29
2. Oscillateur de Van der Pol avec amplificateur à bande passante limitée . . . . .	30
3. Oscillateur à transconductance . . . . .	30
4. Oscillateur à porte CMOS . . . . .	31
5. Conclusion . . . . .	32
III. Optimisation de la BEH . . . . .	33
1. Efficacité de la boucle actuelle . . . . .	33
2. Convergence assistée par division d'amplitude d'excitation (méthode CADAÉ) . . . . .	33
3. Les différentes configurations . . . . .	34
4. Essai des différentes configurations . . . . .	35
5. Conclusion . . . . .	35
IV. Algorithme complet de ADOC-EH . . . . .	36
<b>Conclusion et perspectives</b>	<b>38</b>
<b>ANNEXE : Résultats fournis par ADOQ</b>	<b>39</b>
<b>Bibliographie</b>	<b>40</b>

Première partie

# Méthode d'analyse des oscillateurs à quartz

# 1. Analyse dipolaire non-linéaire des oscillateurs à quartz

Cette technique [2] introduit une représentation des oscillateurs dont le résonateur, le quartz, est à fort coefficient de qualité.

## I. Représentation dipolaire

### 1. Définitions

On appelle oscillateur [2] tout circuit générant un signal périodique sinusoïdal ou non à une fréquence déterminée par les caractéristiques du circuit. Un oscillateur harmonique est un oscillateur générant une onde quasi-sinusoïdale.

Un oscillateur se compose principalement des éléments suivants :

- Un circuit actif amplificateur.
- Un circuit sélectionnant la fréquence désirée.

### 2. Schéma équivalent

Dans l'oscillateur, on regarde à présent le résonateur comme une impédance qui varie beaucoup en fonction de la fréquence et peu avec l'amplitude, tandis que l'amplificateur est vu comme un dipôle non-linéaire dont l'impédance dépend peu de la fréquence mais beaucoup de l'amplitude du courant qui le traverse.

La seconde étape de la modélisation consiste à dire que d'une part le résonateur est un circuit  $RLC$  série (ce que l'on savait déjà) et d'autre part, que le dipôle amplificateur est considéré comme une résistance non-linéaire en série avec une inductance non-linéaire (qui varie avec l'amplitude du courant) et dont la valeur peut être positive ou négative.

On obtient alors comme nouveau schéma de l'oscillateur :

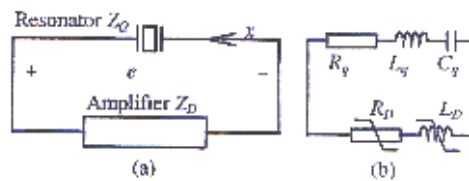


FIG. 1 – Représentation dipolaire d'un oscillateur

*e étant la tension aux bornes du résonateur et de l'amplificateur et x le courant d'amplitude y qui circule dans la boucle ; la capacité parallèle du quartz rentre dans l'amplificateur.*

## 2. Modélisation

Pour décrire le comportement non-linéaire du dipôle amplificateur, on remplace la branche motionnelle du résonateur par une source de courant d'amplitude donnée à la fréquence d'oscillation du circuit. Cette substitution est possible dans la mesure où compte tenu du fait que le quartz est très sélectif, on peut considérer qu'il ne laisse passer qu'une seule fréquence donc est équivalent à une source sinusoïdale pure de courant  $x = y \cos(\omega_Q t)$ .

Les caractéristiques du dipôle amplificateur à savoir résistance et inductance donc les valeurs des parties réelle et imaginaire de l'impédance dipolaire sont obtenues par analyse de celle-ci sur un intervalle de variation de l'amplitude du courant, afin d'obtenir les représentations  $(R_D, L_D) = f(y)$ , une technique d'analyse pourra alors être entreprise dans ce but.

## II. Conditions d'oscillation

### 1. Pulsation d'oscillation

D'après les lois de Kirchhoff, on peut écrire dans le domaine de Laplace que :

$$Z_Q = \frac{L_Q}{p} \left( p^2 + \frac{R_Q}{L_Q} p + \omega_Q^2 \right)$$

$$Z_D = R_D + pL_D$$

où  $Z_Q$  et  $Z_D$  sont resp. les impédances du quartz et dipolaire qui vérifient :

$$e = Z_D x = -Z_Q x \Rightarrow (Z_D + Z_Q)x = 0$$

(condition d'oscillation)

Cette équation se réécrit dans le domaine temporel :

$$(R_Q + R_D)x - (L_Q + L_D) \frac{dx}{dt} - \frac{1}{C_Q} \int x dt = 0$$

Finalement, ces trois équations dans le domaine de Laplace conduisent à l'équation :

$$p^2 + \omega_Q^2 = -\frac{1}{L_Q}(R_Q + R_D)p + \frac{L_D}{L_Q}p^2 = 0$$

On se ramène à un oscillateur quasi-harmonique en tenant compte du fait que le modèle est établi pour un résonateur à fort coefficient de qualité  $Q$ . On obtient les simplifications suivantes :

$$\frac{R_Q}{L_Q \omega_Q} \ll 1 \quad \frac{R_D}{L_Q \omega_Q} \ll 1 \quad \frac{L_D}{L_Q} \ll 1$$

où  $\omega_Q$  est la pulsation de résonance de la branche série du quartz :

$$\omega_Q^2 = \frac{1}{L_Q C_Q}$$

### 2. Démarrage de l'oscillateur, pulsation d'oscillation

On montre que l'équation ci-dessus dite équation d'oscillation n'a de solution physique (autrement dit une amplitude d'oscillation stable non nulle) que si :

$$R_Q + R_{DS} < 0$$

(condition de démarrage de l'oscillateur)

où  $R_{DS}$  est la valeur de la résistance non-linéaire (de l'amplificateur) quand  $y \approx 0$ .

A ce moment là, on en déduit une condition sur ces résistances pendant le régime permanent donc avec une amplitude de courant  $y_0$  permanente :

$$R_Q + R_D(y_0) = 0 \tag{1}$$

(condition d'atteinte du régime permanent)

Substituons cette dernière dans l'équation d'oscillation, il vient alors une pulsation d'oscillation de la forme :

$$\omega_0^2 = \omega_Q^2 \left( 1 - \frac{L_D(y_0)}{L_Q} \right)$$

On en déduit que l'écart entre la fréquence d'oscillation et la fréquence de résonance :

$$\Delta\omega = \sqrt{\frac{L_D(y_0)}{L_Q}} \tag{2}$$

On considère que ce décalage *[shift]* est fixé par le quartz et la réactance  $X_D$  de l'amplificateur.

# 2. Analyse non-linéaire par équilibrage harmonique des circuits hyperfréquences

## I. Différentes méthodes d'analyse d'un circuit

**Dans le domaine temporel**, analyser un circuit consiste essentiellement à résoudre un système d'équations différentielles non-linéaires de façon à obtenir le comportement du circuit en fonction du temps. Ceci permet notamment la mise en évidence du régime transitoire et du régime permanent.

**Dans le domaine fréquentiel**, on s'attache à obtenir la fonction de transfert du circuit définie comme le rapport de la réponse du circuit par son excitation. On caractérise alors le comportement du circuit en fonction de la fréquence. On met ainsi en évidence le caractère de filtre.

Le développement de l'équilibrage harmonique [2] [*harmonic balance*] au niveau théorique a supplanté les méthodes classiques dans le domaine de la simulation informatique au niveau de l'analyse non-linéaire des circuits hyperfréquences car elle est plus rapide donc moins coûteuse. Elle se présente comme une solution intermédiaire entre l'analyse temporelle et l'analyse fréquentielle dans la mesure où *une partie* du circuit sera étudié "temporellement" et l'autre partie, "fréquentiellement". La notion de *partition* du circuit est donc la pièce maîtresse de cette technique avec pour interface, on l'aura deviné, la transformée de FOURIER.

## II. Méthode d'équilibrage harmonique

### 1. Partition du circuit

L'intégration dans le domaine temporel de l'équation :

$$f\left(x, \frac{dx}{dt}, t\right) = 0$$

est souvent difficile. A moins d'utiliser des solutions particulières décomposables en série de FOURIER faisant appel à un travail long et fastidieux, il paraît donc plus judicieux de travailler dans le domaine fréquentiel (les éléments y sont plus facile à manipuler comme on l'a vu dans la section précédente). Cependant, les éléments non-linéaires n'ont pas de formes analytiques explicites dans le domaine fréquentiel (comme les diodes), il est donc nécessaire de décomposer le circuit de départ en deux sous-circuits :

- Un sous-circuit linéaire contenant tous les éléments linéaires et les sources externes transposables dans le domaine fréquentiel.
- Un sous-circuit non-linéaire contenant tous les éléments non-linéaires non-transposables dans le domaine fréquentiel donc décrits par des relations temporelles.

Le passage d'un sous-circuit à l'autre s'effectuera à l'aide de la transformation de FOURIER directe et inverse.

### 2. Choix des variables

On définit la caractéristique d'un élément non-linéaire comme :

$$y(t) = f_{NL}\left(x_1(t), x_2(t) \cdots x_n(t), \frac{dx_1(t)}{dt}, \frac{dx_2(t)}{dt}, \dots, \frac{dx_{n-1}(t)}{dt}, \frac{dx_n(t)}{dt}\right)$$

Alors,  $x_n(t)$  est appelée commande de l'élément non-linéaire. Les variables de commande ne sont pas nécessairement aux bornes de l'élément non-linéaire d'où la nécessité de bien mettre en évidence les commandes dans chacun des deux sous-circuits.

Les éléments non-linéaires génèrent des fréquences harmoniques<sup>1</sup> lesquelles sont appliquées au sous-circuit linéaire :

<sup>1</sup>Exemple avec une diode qui, alimentée (et protégée) sous une tension sinusoïdale a pour fonction de redresser la tension d'alimentation, i.e. supprimer les alternances négatives : il y a donc génération d'harmoniques qui vont s'ajouter à la fréquence fondamentale d'alimentation.



$$y(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} Y_n \exp(jn\omega t) \quad x(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} X_n \exp(jn\omega t)$$

or celui-ci présentant toujours un caractère de filtre passe-bas à l'infini, le nombre d'harmoniques générées par la non-linéarité sera donc limité et limite ceux de  $x(t)$ . Par conséquent, on pose comme variables du système, les coefficients de FOURIER de la commande  $x(t)$ . La figure suivante résume graphiquement la décomposition envisagée dans le cadre de cette méthode.

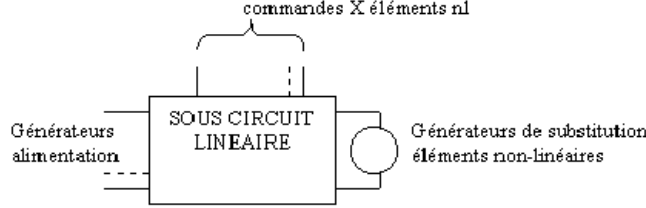


FIG. 2 – Partition du circuit en réseaux linéaire et non-linéaire

On appelle porte de liaison, toute connexion entre les deux sous-circuits.

### 3. Modélisation et mise en équation du circuit

**Partie linéaire** Il est alimenté par des sources externes  $e(t)$  sous une fréquence  $f_0$  supposée sans harmonique. On montre que l'on peut substituer les éléments non-linéaires par des générateurs  $y(t)$  (tension ou courant selon le cas) indépendants aux portes de liaison. L'application de la transformation de FOURIER directe à la caractéristique de l'élément non-linéaire permet d'accéder aux coefficients  $Y_1, \dots, Y_n$  de FOURIER qui vont jouer le rôle des générateurs de substitution pour une valeur de  $x(t)$  donnée<sup>2</sup>. La partie linéaire est donc décrite à toutes les harmoniques générées par la partie non-linéaire fictive. Les variables de commandes  $x(t)$  sont extraites du circuit.

**Partie non-linéaire** C'est l'équation caractéristique de l'élément non-linéaire lui-même et on modélise ceci par des générateurs  $x(t)$  qui représentent les variables de commande.

Voici donc le circuit équivalent aux deux sous-circuits après les substitutions :

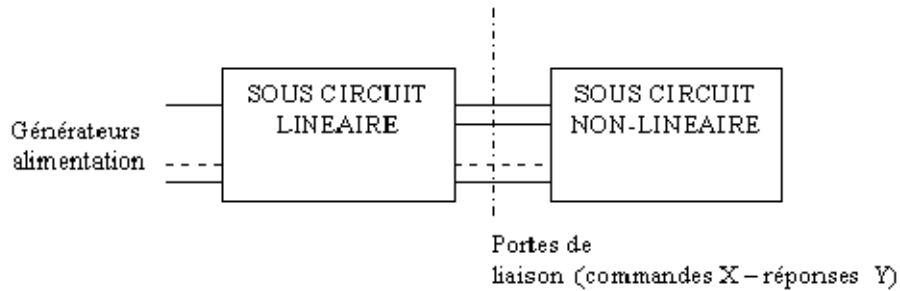


FIG. 3 – Définition des portes des réseaux

La mise en équation générale s'effectue à l'aide d'une analyse linéaire classique (cf section précédente) sur le circuit équivalent. En effet, il s'agit de relier les sources externes  $e(t)$ , aux variables  $x(t)$  et aux générateurs  $y(t)$ . Pour cela appliquons le théorème de superposition :

$$x(t) = a_1(t) \otimes e(t) + a_2(t) \otimes y(t)$$

$$\Rightarrow X(\omega) = [A_1]E(\omega) + [A_2]Y(\omega) \Leftrightarrow \begin{pmatrix} X_1 \\ \vdots \\ X_n \end{pmatrix} = [A_1] \begin{pmatrix} E_1 \\ \vdots \\ E_n \end{pmatrix} + [A_2] \begin{pmatrix} Y_1 \\ \vdots \\ Y_n \end{pmatrix}$$

où les coefficients des vecteurs représentent les coefficients de FOURIER des grandeurs respectives.  $[A_1]$ ,  $[A_2]$  sont les matrices qui décrivent le sous-circuit linéaire.

<sup>2</sup>Dans le cas de la diode utilisée en redressement, pour une forme d'onde de courant donnée, la tension aux bornes de la diode fournira une certaine séquence d'harmoniques.

Le système à résoudre est donc du type <sup>3</sup> :

$$F[X] = [A_1]E(\omega) + [A_2]Y(\omega) - X(\omega) = 0 \quad (3)$$

Ceci constitue l'équation d'équilibrage harmonique d'inconnue  $X(\omega)$ . Celle ci sera résolue par la méthode itérative de Newton-Raphson dont les fondements seront exposés à la section suivante.

#### 4. Interprétation qualitative

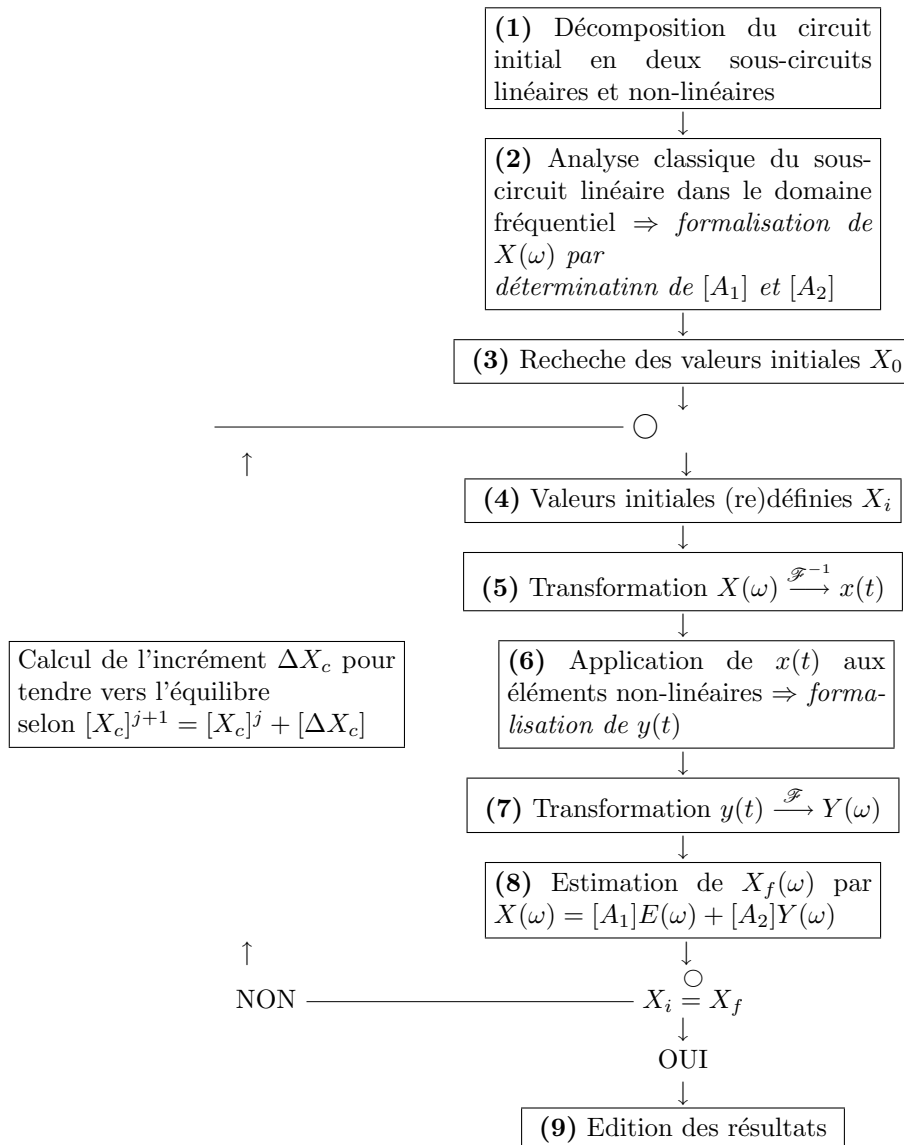
De façon simplifiée. On appelle  $k$ , l'indice d'itération. A partir d'une valeur initiale fixée sur  $X_{k,i}$ , on soumet  $X_{k,i}$  à  $f_{NL}$ . On obtient alors une valeur  $Y_k$ , image de  $X_{k,i}$  par  $f_{NL}$ . Cette valeur  $Y_k$  est argument de calcul d'un nouveau  $X_{k,f}$  via les matrices  $[A_1]$  et  $[A_2]$ , lequel  $X_{k,f}$  est comparé à la valeur  $X_{k,i}$  et si l'écart est trop important, on génère une nouvelle valeur de  $X$  notée  $X_{k+1,i}$  de telle façon qu'elle minimise l'écart entre  $X_{k+1,i}$  et  $X_{k+1,f}$ <sup>4</sup>. Le processus s'arrêtera lorsque  $X_{n,i} = X_{n,f}$  où  $i$  et  $f$  sont respectivement les états initial (venant d'être généré) et final (calculé par la relation matricielle). *La valeur  $X$  trouvé décrit donc une égalité ou un équilibre entre l'analyse matricielle linéaire et les éléments non-linéaires et puisque  $X$  est formé de coefficients harmoniques, on dit qu'il y a équilibrage harmonique du circuit.*

Le paragraphe (III) résume sous forme synoptique ces interprétations.

La méthode de résolution est la méthode itérative de Newton-Raphson.

### III. Modélisation globale d'un circuit : boucle d'équilibrage harmonique

On peut à présent envisager une vue opérationnelle de cette méthode, on obtient donc un organigramme synoptique qui résume les étapes essentielles du processus.



<sup>3</sup>La notation  $X(\omega)$  est symbolique et précise simplement le fait que l'on travaille dans le domaine fréquentiel

<sup>4</sup>Résoudre l'équation  $f_{NL} = 0$  revient à considérer une valeur de  $x$  et à la déplacer de façon à se rapprocher de la solution.

Il convient de constater que le fait d'équilibrer  $X_f$  à  $X_i$  est équivalent à trouver  $X_f$  et  $X_i$  de façon à satisfaire les lois de KIRCHHOFF en tout point du circuit. A la lumière de cette synoptique, la méthode d'équilibrage harmonique sera appelée dans toute la suite, boucle d'équilibrage harmonique ou plus simplement BEH.

## IV. Domaine d'utilisation et application à l'analyse dipolaire

La méthode d'équilibrage harmonique est une solution avantageuse par rapport aux techniques classiques de simulation temporelle lorsque la réponse en régime permanent est recherchée. Cependant sa fiabilité dépend de l'évaluation de la matrice jacobienne dans le processus itératif de NEWTON-RAPHSON. Elle trouve donc son application immédiate dans les circuits non-linéaires avec excitation périodique ce qui permet d'en extraire les caractéristiques importantes.

La condition de quasi-périodicité des variables impose une restriction de la méthode au régime permanent, de plus, la complexité numérique des équations introduites fait que le nombre de composantes spectrales est relativement limité (pour avoir des temps de calcul raisonnables), aussi l'équilibrage harmonique est limité aux signaux quasi-sinusoidaux. Enfin, l'efficacité de cette méthode repose essentiellement sur l'algorithme utilisé dans la résolution de l'équation d'équilibrage, il peut donc s'avérer utile d'optimiser le procédé de NEWTON-RAPHSON.

Dans le cadre de l'analyse dipolaire des oscillateurs à quartz, on peut utiliser l'équilibrage harmonique dans le but d'obtenir l'impédance dipolaire, ce sera l'objet de la seconde partie de cet exposé. Cette substitution vis-à-vis des méthodes classiques permet de s'affranchir des constantes de temps et donc du régime transitoire de l'amplificateur.

## V. Résolution de l'équation d'équilibrage harmonique

### 1. Description de la méthode

La méthode de NEWTON-RAPHSON [3] est la méthode de base permettant de résoudre les équations non-linéaires. A partir du noyau de résolution que nous allons décrire, on peut construire d'autres algorithmes permettant d'accélérer la recherche de la solution.

Elle permet de résoudre les équations non-linéaires du type  $f(x) = 0$  avec une vitesse de convergence relativement bonne.

### 2. Algorithme

Considérons un point  $X_i$  et son image par la fonction  $F : X_i \mapsto F(X_i)$ . A ce point  $(X_i, F(X_i))$ , on associe une tangente de pente  $\left(\frac{dF(X)}{dX}\right)_{X_i}$  et d'équation :

$$L(X) = (X - X_i) \underbrace{\left(\frac{dF(X)}{dX}\right)_{X_i}}_{\alpha_i} + F(X_i)$$

Cherchons le point  $X_{i+1}$ , zéro de cette application linéaire :

$$X_{i+1} = X_i - \frac{1}{\alpha_i} F(X_i)$$

Celui-ci est une nouvelle approximation de la solution de  $F(X) = 0$ . On réitère le processus en prenant cette fois-ci la tangente à l'image du point  $X_{i+1}$  par  $F$ , cela donnera un autre point  $X_{i+2}$  et ainsi de suite. Ainsi, la suite  $X_i, X_{i+1}, X_n$  doit converger vers le point  $X_0$ , tel que  $F(X_0) = 0$ .

Cette suite s'exprime sous forme récursive par :

$$X_{k+1} = X_k - \frac{1}{\alpha_k} F(X_k)$$

Voici l'interprétation géométrique de l'algorithme de NEWTON-RAPHSON :

Jusqu'à maintenant, nous avons considéré  $X$  comme un point de l'axe des réels et  $F$  comme une simple fonction réelle (malgré la conservation des lettres majuscules pour éviter les confusions). Or  $X$  est un vecteur ainsi que les autres grandeurs, le coefficient directeur  $\alpha_k$  (et son inverse) devient une matrice appelée matrice jacobienne de la fonction  $F$ , elle a pour expression dans le cas le plus général :

$$\alpha_k \equiv J(X) = \begin{pmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial X_1} & \cdots & \frac{\partial F_1}{\partial X_n} \\ \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial F_n}{\partial X_1} & \cdots & \frac{\partial F_n}{\partial X_n} \end{pmatrix}$$

Le processus itératif de NEWTON-RAPHSON s'exprime donc comme suit :

$$X_{k+1} = X_k - [J_k]^{-1} F_k$$

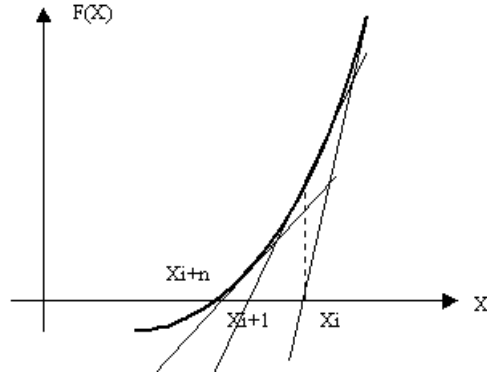


FIG. 4 – Interprétation géométrique de l'itération de Newton-Raphson

La vitesse d'obtention de la solution ou la vitesse de convergence de la suite des  $X$  dépend fortement du point initial considéré.

Tout l'art de cette méthode se résume à calculer ce jacobien et on va montrer que celui-ci s'exprime comme une fonction des coefficients de FOURIER des dérivées partielles des composantes non-linéaires de  $y(t)$ .

### 3. Evaluation de la matrice jacobienne

On cherche donc à résoudre une équation du type :  $F(X) = G(X) - X = 0$ .

La formule itérative de Newton-Raphson correspondante est :

$$X_{k+1} = X_k - [J_{Gk}]^{-1}G(X_k)$$

On définit la matrice jacobienne associée au système de fonctions  $G$  telle que :

$$J_G(X) = \begin{pmatrix} \frac{\partial G_1}{\partial X_1} & \dots & \frac{\partial G_1}{\partial X_n} \\ \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial G_n}{\partial X_1} & \dots & \frac{\partial G_n}{\partial X_n} \end{pmatrix}$$

Elle s'écrit en fonction de la matrice jacobienne associée au système de fonctions  $F$  comme :

$$J_G = I - [A_2]J_F$$

On montre que  $J_F$  s'exprime comme les coefficients de Fourier  $f_i$  de la dérivée de l'élément non-linéaire par rapport à sa commande et se met sous la forme :

$$J_F = \begin{pmatrix} f_0 & f_{-1} & f_{-2} & \dots & f_{-n} \\ f_1 & f_0 & f_{-1} & & \\ \vdots & & \ddots & & \vdots \\ f_n & & \dots & f_1 & f_0 \end{pmatrix}$$

Les signaux étant supposés réels, on a :  $f_{-i} = f_i^*$  où  $*$  est le complexe conjugué.

Deuxième partie

**Implémentation informatique**

# 1. Introduction

## 1. Objectifs

Cette partie vise à introduire l'implémentation informatique de la méthode d'équilibrage harmonique dans ses différentes configurations. Pour ce faire, celle-ci est effectuée en Matlab, choisi pour sa simplicité de programmation vis-à-vis des concepts mathématiques. Les algorithmes présentés dans cet exposé sont écrits en langage algorithmique, langage informatique généralisé qui permet de passer vers n'importe quel autre langage (assez) facilement. Toutefois, le langage sera ici orienté vers les mathématiques où l'on assimilera les opérateurs mathématiques avancés tels que l'inversion de matrice, à des fonctions "prêtes à l'emploi" (ce qui est en grande partie vrai en Matlab du fait des toolbox).

La suite de l'exposé décrit de façon chronologique la programmation de la BEH [3][5] qui part de considérations de base pour arriver à une modélisation relativement générale des oscillateurs comportementaux. En conséquence, les difficultés rencontrées seront discutées au moment où elles sont apparues.

## 2. Utilisation de Matlab

Matlab est un système interactif de programmation scientifique pour le calcul numérique et la visualisation graphique. Développé à l'origine pour le calcul matriciel, il offre aujourd'hui bien d'autres possibilités dont certaines seront décrites dans la suite. Il contient des bibliothèques spécialisées (toolbox) qui répondent à des besoins spécifiques comme par exemple l'analyse numérique, le traitement du signal (dont la fameuse fft) ... Il permet une programmation souple grâce à des routines mathématiques intégrées sous forme de commande.

Matlab manipule des vecteurs, toutes les grandeurs physiques que l'on manipule sont donc des vecteurs contenant des échantillons de ces grandeurs. Par exemple, un signal temporel décrit sur une période sera programmé en Matlab par un vecteur contenant un certain nombre d'échantillons de ce signal.

## 2. Notations

Précisons les notations qui seront utilisées dans toute la suite de l'exposé.

Dans toute la suite, on identifiera par le symbole ♠, les commandes associées aux opérateurs mathématiques.

- $\tilde{x}$ , la transformée de Fourier de la grandeur  $x$ .
- $\mathbf{X}_N$ , est un vecteur qui contient  $N$  éléments.
- $I$  est la matrice identité
- $[A]$  désigne une matrice et  $[A]^{-1}$  son inverse.
- $[\mathbf{X}]$  est une matrice diagonale dont la diagonale est constituée par l'élément  $X$  soit  $XI$ .

## 2. Mise au point de l'algorithme d'équilibrage harmonique sur circuit simple

### I. Description du circuit

On considère le circuit non-linéaire suivant :

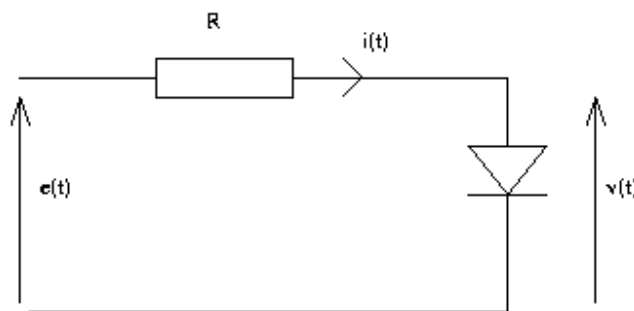


FIG. 5 – Schéma d'un mélangeur à diode

On cherche à obtenir par la méthode d'équilibrage harmonique, les composantes de Fourier de la tension aux bornes de la diode sachant que la tension d'excitation est sinusoïdale de fréquence  $f_0$ .

### II. Construction de l'algorithme

#### 1. Contraintes mathématiques liées à la transformée de Fourier discrète

Ce paragraphe définit la méthode générale d'utilisation de l'algorithme de transformée de Fourier, celle-ci sera donc utilisée dans toute la suite de l'exposé.

Soit  $x(t)$  un signal. La fonction de transformée de Fourier utilisée est l'algorithme de FFT (ou transformation rapide de Fourier). Son utilisation nécessite l'échantillonnage du signal temporel. Il associe alors aux échantillons de l'espace temporel, les coefficients de Fourier du signal. On montre alors que, par cet opérateur, l'amplitude de chaque composante de Fourier est la moitié de l'amplitude réelle de chaque composante.

♠ On désigne par  $\text{fft}$ , la fonction de transformée de Fourier rapide.

La conservation de l'information par échantillonnage implique le respect du théorème de Shannon. Celui-ci indique que pour qu'il n'y ait pas de pertes d'information, la fréquence d'échantillonnage doit être au moins le double de la fréquence du signal.

Si  $x(t)$  est  $T = 1/f$ -périodique et avec un nombre d'échantillons  $N$  par période de 256 points, on prendra pour fréquence d'échantillonnage, la valeur  $f_e = N/T$ . On obtient ainsi la relation :  $f_e = Nf$ , le théorème de Shannon sera donc vérifié quelle que soit la fréquence de  $x(t)$ .

On prendra, pour tous les programmes qui suivent, un nombre d'échantillons égal à  $N = 256$ . Il s'en suit que tous les éléments du programme associés à des grandeurs auront une taille de 256 éléments (et les matrices seront de taille 256). C'est un bon compromis entre la résolution spectrale et une vitesse de calcul raisonnable.

## 2. Mise au point de l'algorithme de la BEH

### 1. Formalisation

**Equation d'équilibrage du circuit** On a vu que l'équation d'équilibrage harmonique s'écrit, dans le cas général, comme une relation entre les sources d'excitations  $E$ , les sources virtuelles que créent les éléments non-linéaires  $Y$  et les grandeurs de commandes  $X$ . Elle se résume mathématiquement par :

$$F(X, Y, E) = [A_1]E(\omega) + [A_2]Y(\omega) - X(\omega) = 0$$

Les matrices  $[A_1]$  et  $[A_2]$  dites de réseau sont obtenues à partir des lois de Kirchhoff.

On rappelle que cette équation est en pratique résolue lorsque la suite des vecteurs grandeurs de commande  $X(\omega)$  pour chaque itération  $i$  converge vers le vecteur grandeur de commande qui satisfait les lois de Kirchhoff du circuit  $X(\omega)_0$ . On écrit donc :

$$\exists n \in \mathbb{R}, \lim_{i \rightarrow n} X_i(\omega) = X(\omega)_0$$

Dans l'exemple proposé, on a une seule loi des mailles :

$$e(t) - Ri(t) - v(t) = 0$$

avec la relation courant-tension de la diode :

$$i(t) = I_s(e^{\alpha v(t)} - 1)$$

On pose  $v(t)$ , tension de commande de l'élément non linéaire et par conséquent,  $i(t)$  devient source virtuelle du circuit. Compte tenu de cette définition, on en déduit les matrices réseaux :

$$[A_1] = I \quad [A_2] = -[R]$$

Finalement (3) se réécrit comme :

$$F(v(t)) = e(t) - [R]i(t) - v(t) = 0 \quad (4)$$

C'est l'équation d'équilibrage harmonique de notre circuit.

**Itération de Newton-Raphson** Dans le cas général, l'itération de Newton-Raphson s'écrit :

$$X(\omega)_{i+1} = X_i - [J]^{-1}F(\omega)$$

Elle permet de déterminer, connaissant la commande précédente, la nouvelle commande en fonction du nouvel état du circuit.

Pour notre circuit, on a donc :

$$v_{i+1}(\omega) = v_i(\omega) - [J]^{-1}F(v(\omega)) \quad (5)$$

Les éléments de la matrice Jacobienne s'expriment comme les coefficients de Fourier de la dérivée de l'élément non-linéaire par rapport à sa commande.

### 2. Algorithme

On dispose des fonctions suivantes :

- ♠ La fonction **inv** associe à une matrice, son inverse tel que :  $[A] \mapsto \text{inv}([A]) = [A]^{-1}$
  - ♠ La fonction **gradient** permet la dérivation numérique d'une grandeur échantillonnée temporelle.
  - ♠ La fonction **jacobien** associe à un vecteur contenant les composantes de Fourier de la dérivée de l'élément non-linéaire, la matrice jacobienne telle qu'elle est présentée dans la section précédente.
  - ♠ La fonction **identite** crée une matrice identité.
  - ♠ La fonction **fnl** qui vérifie l'équation de la diode et qui à une tension  $v$  fait correspondre le courant  $i$ .
- Conformément à la synoptique de la BEH, on peut construire l'algorithme donné ci-dessous :



# BOUCLE D'EQUILIBRAGE HARMONIQUE SUR CIRCUIT À DIODE

// : **Déclaration**

N = 256 // : nombre d'éléments de chaque vecteur  
 E = valeur // : tension d'alimentation  
 R = valeur // : résistance du circuit  
 f = valeur // : fréquence d'excitation  
 precision = valeur // : precision sur le raccordement  
 [A<sub>1</sub>], [A<sub>2</sub>] // : matrices réseau  
 erreur = 1 // : erreur sur le raccordement

// : **Déclaration du sous-programme**

equilibrageharmonique ( X<sub>ifN</sub>, [A<sub>1</sub>], [A<sub>2</sub>], precision )

// : **Déclaration**

// : **variables**

Yt, Yf // : simulation élément non linéaire resp. temporel et fréquentiel  
 Xff // : tension de commande finale  
 [J] // : matrice jacobienne  
 bt // : base temporelle

// : **Début**

**TantQue** erreur >= precision **Faire**

Xit ← fft(Xif)  
 Yt ← fnl(Xit)  
 Yf ← fft(Yt)  
 Xff ← [A<sub>1</sub>] \* E - [A<sub>2</sub>] \* Yf  
 erreur ← abs(max(Xif - Xff))

// Iteration de Newton-Raphson

[J] = I - [A<sub>1</sub>] \* jacobien(fft(gradient(Yt)))  
 Xif = Xff - inv(J) \* ([A<sub>1</sub>] \* E - [A<sub>1</sub>] \* Yf - Xff)

**FinTantQue**

// : **Fin**

// : **Début**

[A<sub>1</sub>] ← I // : affectation  
 [r] ← r // : affectation  
 E(t) ← E \* cos(2 \* pi \* f \* bt) // : construction du vecteur excitation temporel  
 EFourier(t) ← fft(E(t)) // : construction du vecteur excitation fréquentiel  
 XifN ← 0 // : construction du vecteur de commande initial  
 Xff = equilibrageharmonique( XifN, [A<sub>1</sub>], [A<sub>2</sub>], precision )

// : **Fin**

L'affectation d'un élément du programme à la donnée notée "valeur" fait qu'il y indétermination au sens où cela dépend des conditions d'utilisation du programme i.e. des conditions de simulation.

On a défini la BEH comme sous-programme d'un programme principal dans lequel on génère toutes les grandeurs électriques.

L'exécution de ce programme dans lequel toutes les grandeurs sont fixées à l'origine fait que la boucle ne converge pas et l'erreur s'amplifie pour des valeurs de  $E$  suffisamment grandes i.e.  $> 1$  V.

### 3. Non convergence de la boucle : introduction de la méthode du suivi de solution

L'inconvénient majeur de l'itération de Newton-Raphson est que la valeur initiale doit être proche de la solution, c'est la raison pour laquelle, il y a divergence (ou convergence difficile) pour des valeurs de  $E \gg 0$ . Gayral [1] suggère alors une convergence pondérée par gradation des niveaux d'excitation i.e. que l'on introduit le paramètre  $\eta$  dans la fonction d'équilibre tel que :

$$\begin{cases} F(X, Y, E, \eta) = [A_1] * \eta * E(\omega) + [A_2]Y(\omega) - X(\omega) = 0 \\ 0 \leq \eta \leq 1 \end{cases}$$

La fonction d'équilibre doit être satisfaite pour tout  $\eta$ , donc en particulier pour  $\eta = 1$ , auquel cas, on retrouve la fonction d'origine et le niveau d'excitation défini par l'utilisateur (le cas  $\eta = 0$  correspond à un circuit non alimenté). Il reste à établir une loi de variation de  $\eta$  qui aboutisse au cas final. Pour le circuit considéré, l'analyse étant qualitative, on a regardé l'évolution du nombre d'itérations en fonction de  $\Delta\eta$  sur un intervalle d'amplitude de  $[0, 0.5]$  V :

$\Delta\eta/\text{amplitude}$	0	0.1000	0.2000	0.3000	0.4000	0.5000
0.1	2	3	3	4	4	7
0.01	2	3	3	3	4	6
0.001	2	3	3	3	4	5
0.0001	2	2	3	3	3	4

On remarque donc que l'on arrive à réduire le nombre d'itérations de convergence à mesure que le pas diminue. On en déduit la propriété suivante concernant la fonction d'équilibre : soit la fonction d'équilibre régie par deux niveaux d'excitation  $E_1$  et  $E_2$ , le nombre d'itérations nécessaires pour passer de  $E_1$  à  $E_2$  sera d'autant plus faible que  $E_1$  et  $E_2$  sont proches. Cette méthode de convergence est appelée méthode du suivi de solution.

On peut donc modifier l'algorithme précédent en rajoutant une boucle "Pour" dans le sous-programme d'équilibre (ci-dessous). La convergence se fera donc au fur et à mesure de la gradation de l'amplitude. On remarque qu'il est alors nécessaire d'introduire la construction des vecteurs associés à l'excitation à l'intérieur de la boucle de façon à initialiser progressivement l'amplitude.

On peut faire l'analogie de cette méthode avec le cas suivant. Considérons un récipient contenant un liquide au repos, l'introduction de liquide dans le récipient va perturber la surface du liquide déjà présent. Cette perturbation sera d'autant plus grande que le débit d'admission de liquide est grand, donc la surface du liquide et en particulier son niveau va mettre un certain temps pour retrouver l'équilibre mécanique. Assimilons le niveau de liquide au niveau d'excitation de la source, et le débit, au pas  $\Delta\eta$ , on retrouve bien la méthode du suivi.

En pratique, on cherchera donc à augmenter graduellement l'amplitude de sorte que la boucle converge pour chacune de ces amplitudes. Cette méthode sera largement utilisée pour l'application de la BEH aux oscillateurs comportementaux.

# BOUCLE D'EQUILIBRAGE HARMONIQUE SUR CIRCUIT À DIODE

// : Déclaration

N = 256 // : nombre d'éléments de chaque vecteur  
 E = valeur // : tension d'alimentation  
 R = valeur // : résistance du circuit  
 f = valeur // : fréquence d'excitation  
 precision = valeur // : precision sur le raccordement  
 [A<sub>1</sub>], [A<sub>2</sub>] // : matrices réseau  
 erreur = 1 // : erreur sur le raccordement

// : Déclaration du sous-programme

equilibrageharmonique ( E, X<sub>ifN</sub>, [A<sub>1</sub>], [A<sub>2</sub>], precision )

// : Déclaration

// : variables

Yt, Yf // : simulation élément non linéaire resp. temporel et fréquentiel  
 Xff // : tension de commande finale  
 [J] // : matrice jacobienne  
 bt // : base temporelle

// : Début

E(t) ← E \* cos(2 \* pi \* f \* bt) // : construction du vecteur excitation temporel  
 EFourier(t) ← fft(E(t)) // : construction du vecteur excitation fréquentiel  
 Xif<sub>N</sub> ← 0 // : construction du vecteur de commande initial

TantQue erreur >= precision Faire

Xit ← fft(Xif)  
 Yt ← fnl(Xit)  
 Yf ← fft(Yt)  
 Xff ← [A<sub>1</sub>] \* E - [A<sub>2</sub>] \* Yf  
 erreur ← abs(max(Xif - Xff))

// : Iteration de Newton-Raphson

[J] = I - [A<sub>1</sub>] \* jacobien(fft(gradient(Yt)))  
 Xif = Xff - inv(J) \* ([A<sub>1</sub>] \* E - [A<sub>1</sub>] \* Yf - Xff)

FinTantQue

// : Fin

// : Début

[A<sub>1</sub>] ← I // : affectation  
 [r] ← r // : affectation

Pour E variant de E1 à E2 par pas de Epas Faire

Xff = equilibrageharmonique( E, Xif<sub>N</sub>, [A<sub>1</sub>], [A<sub>2</sub>], precision )  
 Xif = Xff // :condition de chainage

FinPour

// : Fin

L'affectation d'un élément du programme à la donnée notée "valeur" fait qu'il y indétermination au sens où cela dépend des conditions d'utilisation du programme i.e. des conditions de simulation.

### 3. Formalisation graphique de la méthode du suivi de solution

Le but de cette formalisation est d'introduire quelques représentations graphiques de la méthode du suivi de solution dans le soucis d'expliquer les problèmes de convergence et notamment en simulation des oscillateurs comportementaux.

#### a) Introduction d'une représentation par diagramme de chaîne

On appelle processus de simulation principal, la simulation d'un circuit pour une amplitude d'excitation donnée. Soit un processus de simulation à l'amplitude  $A$ . on appelle étape d'excitation, l'état physique du système pour un  $\eta$  donné (donc pour une amplitude d'excitation donnée). Un processus de simulation principal est une étape unique que l'on peut le représenter par le diagramme suivant :

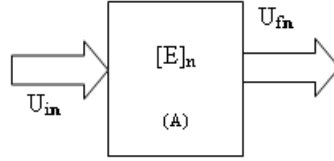


FIG. 6 – Représentation schématique d'une étape

On note  $U_{in}$ , le vecteur commande initial à l'étape  $n$  et  $U_{fn}$ , le vecteur commande final à l'étape  $n$  conformément aux notations adoptées dans l'étude de la BEH (section précédente). L'étape est repérée par le symbole  $[E]_n$ , où  $E$  est l'amplitude à laquelle est soumise l'étape et  $n$ , le numéro de l'étape. On note en dessous, pour mémoire,  $A$ , amplitude finale du processus principal (dans ce cas on a  $A = E$ ). Finalement, une étape est équivalente à l'application de la BEH sous une amplitude  $E$ , et de vecteur commande  $U_{in}$ . Après succès de convergence de l'étape, on obtient le vecteur commande final  $U_{fn}$ . Une étape barrée signifie qu'elle ne converge pas.

On sait qu'une étape unique pour simuler un processus en régime fort signal ne converge pas d'où l'introduction du suivi de solution.

#### b) Représentation de la méthode du suivi de solution

La méthode du suivi de solution, appliquée au cas de la diode, est une succession d'étapes d'excitations chaînées entre elles par la condition dite de chaîne  $U_{fn} = U_{in+1}$ . Cela donne la représentation suivante :

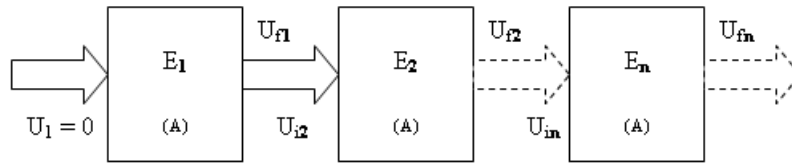


FIG. 7 – Représentation schématique d'une chaîne

Chaque étape de cette chaîne est un sous processus du processus de simulation principal représenté par une unique étape d'excitation qui consiste ici à déterminer la tension aux bornes de la diode à l'excitation  $A$ . On représente la globalité du processus par :

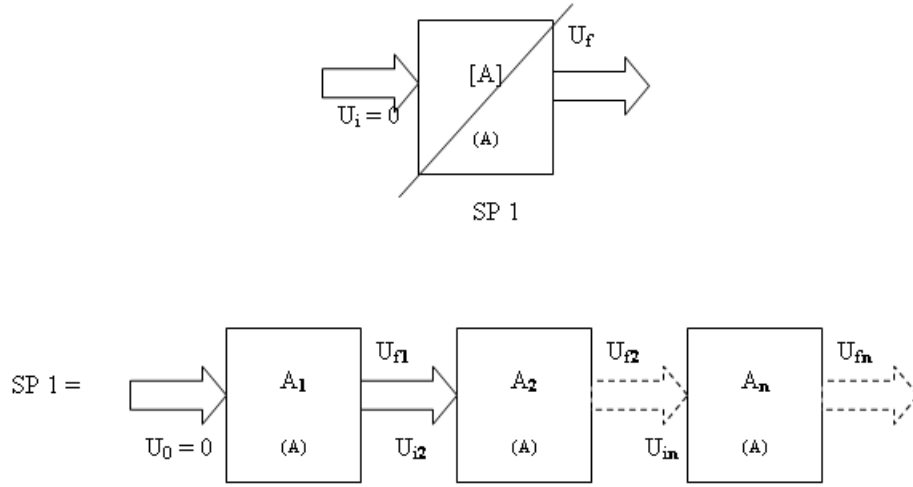


FIG. 8 – Représentation schématique globale d'un processus de simulation

On appellera configuration de chaîne la description globale du processus.

### c) Bifurcations de chaînes

Elles seront utilisées dans la suite. Si une étape ne converge pas, il y a bifurcation vers une autre étape (démarrage d'un sous-processus) pour aider à la convergence de l'étape de départ.

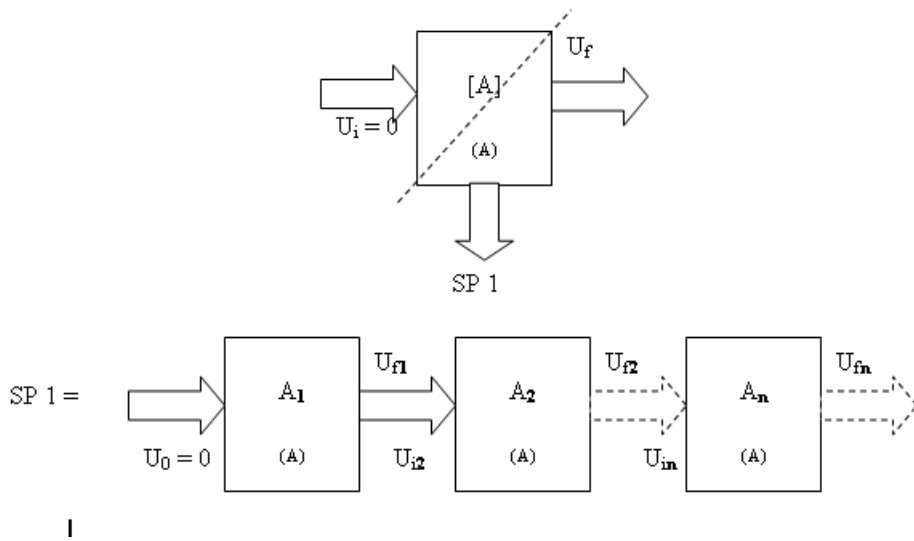


FIG. 9 – Représentation schématique d'une bifurcation de chaîne

Le trait en pointillé indique la convergence conditionnelle de l'étape (selon la convergence du sous-processus).

# 3. Application aux oscillateurs comportementaux

## I. Application de l'analyse dipolaire

### 1. Structure d'oscillateur

Soit le schéma général d'un oscillateur :

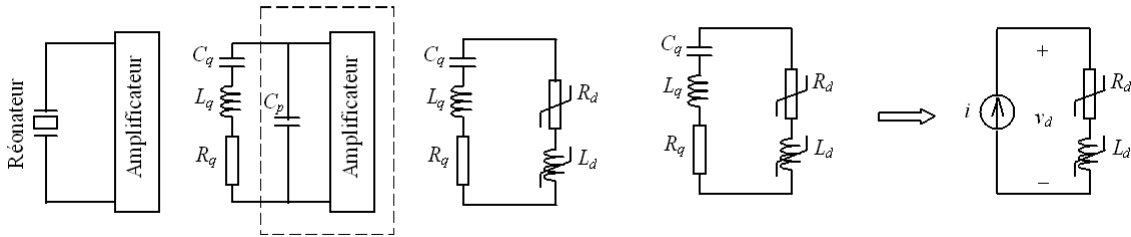


FIG. 10 – Schéma général d'un oscillateur

D'après le principe de l'analyse dipolaire, on identifie l'amplificateur muni de ses éléments non-linéaires comme une impédance dipolaire d'expression :

$$Z_D = R_D(y) + j\omega L_D(y) = R_D(y) + jX_D(y)$$

tandis que l'impédance du quartz vérifie :

$$Z_Q = R_Q + j \left( \frac{1}{C_Q \omega} + L_Q \omega \right) = R_Q + jX_Q(y)$$

On suppose que le quartz possède une pulsation propre de résonance  $\omega_Q$ . Nous allons préciser la méthode d'obtention de l'impédance dipolaire.

### 2. Caractérisation du dipôle non-linéaire

On remplace le quartz par une source de courant sinusoïdale d'expression  $i = \hat{i} \cos(\omega_Q t)$  qui oscille donc à la fréquence  $\omega_Q$ <sup>5</sup>. Pour chaque valeur de  $\hat{i}$ , on mesure ou on simule la tension dipolaire  $w$ , puis on en déduit l'impédance dipolaire  $Z_D$ . On prend autant de valeurs de  $Z_D$  que nécessaire afin d'obtenir une résolution numérique optimale des fonction  $R_D(\hat{i})$  et  $X_D(\hat{i})$ .

Comme  $w$  n'est pas harmonique bien que  $\hat{i}$  le soit du fait des non linéarités du dipôle, on décompose  $w$  en série de Fourier et on récupère l'amplitude du fondamental pour obtenir  $Z_D$ .

### 3. Couplage avec l'équilibrage harmonique

celle-ci sera utilisée dans le but de simuler la réponse en tension dipolaire  $w$  en fonction du courant d'excitation  $y$ . La suite de l'exposé présente l'adaptation de la BEH dans les différentes configurations topologiques que peut posséder un oscillateur comportemental. Les résultats obtenus seront comparés avec ceux du logiciel ADOC qui utilise spice pour simuler le dipôle non-linéaire.

Enfin, l'algorithme défini dans la section précédente sera, moyennant quelques corrections, le noyau de la BEH.

Le paragraphe suivant ne donne que le formalisme de la fonction d'équilibrage dans les différentes configurations. Les résultats seront présentés ultérieurement.

<sup>5</sup>La nature série du résonateur quartz fait que c'est le courant qui est filtré et donc qui se rapproche le plus d'une sinusoïde, voilà pourquoi on utilise une source de courant et non de tension.

## II. Oscillateur de Van der Pol

### 1. Schéma

On considère le montage suivant :

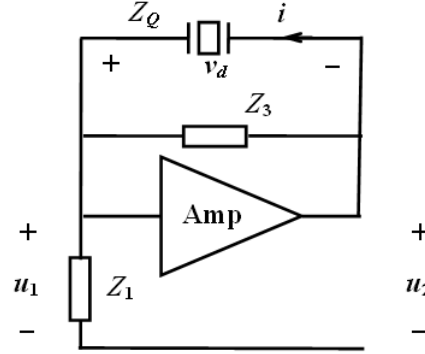


FIG. 11 – Schéma de l'oscillateur de Van der Pol

L'amplificateur  $A$  possède un gain réel et une fonction de transfert du type :  $u_2 = fnl(u_1) = Au_1(1 - \varepsilon u_1^2)$ ; son impédance d'entrée est infinie et son impédance de sortie est nulle.

### 2. Détermination de l'équation d'équilibrage harmonique

Définissons la grandeurs de commande. Celle-ci ne peut être que  $u_1$  car  $fnl$  n'est pas monotone donc ne peut admettre de fonction réciproque, en conséquence, il ne peut exister de fonction  $fnl^{-1}$  qui vérifie  $u_1 = fnl^{-1}(u_1)$ . Dans toute la suite, cette convention sera conservée quelle que soit la fonction de transfert.

On cherche donc la relation réseau qui lie  $i$  à  $u_1$  et  $u_2$ . On peut donc écrire les lois de Kirchoff valables en tout points du circuit :

**loi des noeuds :**

$$(i - i_3) = i_1$$

**loi des mailles :**

$$w = u_1 - u_2$$

On substitue et on réduit :

$$i_3 = Y_3 W = Y_3(u_1 - u_2) \text{ et } i_1 = Y_1 u_1$$

$$y - Y_3(u_1 - u_2) = Y_1 u_1$$

$$y - Y_3 u_1 - Y_3 u_2 = Y_1 u_1$$

$$y - Y_3 u_2 = Y_1 u_1 + Y_3 u_1$$

$$u_1(Y_3 + Y_1) = y + Y_3 u_2$$

soit sous forme matricielle :

$$[\mathbf{A}_1]i + [\mathbf{A}_2]u_2 = u_1 \quad (6)$$

avec :

$$[\mathbf{A}_1] = 1/(Y_3 + Y_1) \quad [\mathbf{A}_2] = Y_3/(Y_3 + Y_1)$$

### 3. Analyse dipolaire

La tension dipolaire s'écrit comme :

$$w = u_1 - u_2$$

Une fois la fonction d'équilibrage assimilée à la relation réseau (6) satisfaite, on calcule  $w$  et à l'aide de la transformée de Fourier, on en déduit l'amplitude du fondamental  $C_1$  sachant que celle-ci est donnée par :

$$W_1 = \frac{1}{T} \tilde{w} \left( \frac{n}{T} \right)_{n=1}$$

que l'on divise par  $i$  afin d'obtenir l'impédance dipolaire réelle et imaginaire soit :

$$R_d = \Re(Z_d) = \Re(W_1/i) \quad X_d = \Im(X_d) = \Im(W_1/i)$$

En pratique, on calcule la fft de  $w$ , puis on applique un filtre passe-bas rectangulaire de façon à obtenir ce fondamental.

### 4. Oscillateur de Van der Pol simple

C'est le cas particulier où  $Y_3 = 0$ . Les matrices réseaux se réécrivent alors :

$$[\mathbf{A}_1] = Z_1 \quad [\mathbf{A}_2] = 0$$

ce qui donne la fonction d'équilibrage :

$$u_1 = Z_1 i$$

On remarque donc que la tension de commande est directement proportionnelle à l'excitation. Il n'y a donc plus lieu d'avoir une BEH puisque  $u_1$  est complètement déterminée par  $i$ .

## III. Généralisation de la structure des oscillateurs comportementaux

### 1. Insuffisances du modèle de base

La structure de l'oscillateur de Van der Pol est relativement limitée et ne permet de traiter que les cas où la fonction de transfert de l'amplificateur associée à une tension d'entrée, une tension de sortie. Il convient donc de généraliser le Van der Pol de façon à ce que l'on puisse traiter les oscillateurs à transconductance et à porte CMOS.

### 2. Schéma

On considère donc la structure généralisée d'un oscillateur comportemental suivante :

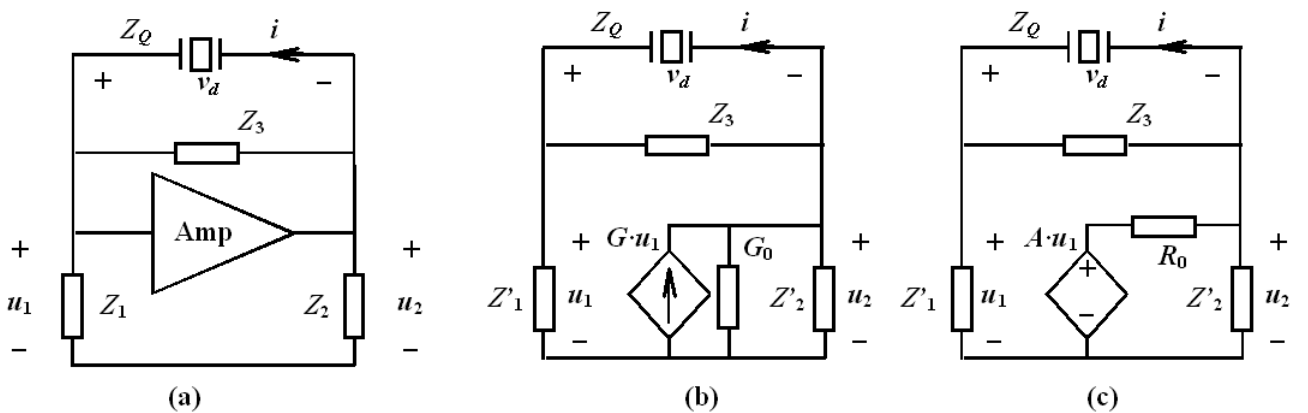


FIG. 12 – Structure généralisée d'un oscillateur comportemental

La fonction non-linéaire  $f_{nl}$  peut prendre n'importe quelle forme. On définit les impédances suivantes : on appelle  $Z_1$ , l'impédance d'entrée,  $Z_2$ , l'impédance de sortie et  $R_0$ , l'impédance de Thévenin.



### 3. Réécriture de la fonction d'équilibrage

On dispose déjà de la relation  $i = f(u_1, u_2)$  (6), il nous faut chercher une relation liant  $u_2$  à  $Au_1$ .

$$u_2 = Au_1 - R_0((y - i_3) + i_2) = Au_1 - R_0(i - i_3) - R_0i_2$$

$$u_2 = Au_1 - R_0i_1 - R_0i_2 = Au_1 - R_0Y_1u_1 - R_0Y_2u_2$$

$$u_2 + R_0Y_2u_2 = Au_1 - R_0Y_1u_1$$

$$u_2(1 + R_0Y_2) = Au_1 - R_0Y_1u_1$$

soit sous forme matricielle :

$$u_2[\mathbf{A}_3] + u_1[\mathbf{A}_4] = Au_1 \quad (7)$$

avec

$$[\mathbf{A}_4] = R_0Y_1 \quad [\mathbf{A}_3] = 1 + R_0Y_2 \quad (8)$$

Finalement, on en déduit la nouvelle fonction d'équilibrage :

De (6), on tire :

$$u_2 = [\mathbf{A}_2]^{-1}(u_1 - [\mathbf{A}_1]y)$$

On injecte dans (7) :

$$[\mathbf{A}_2]^{-1}(u_1 - [\mathbf{A}_1]y)[\mathbf{A}_3] + u_1[\mathbf{A}_4] = Au_1$$

$$[\mathbf{A}_3][\mathbf{A}_2]^{-1}u_1 - [\mathbf{A}_3][\mathbf{A}_2]^{-1}[\mathbf{A}_1]i + u_1[\mathbf{A}_4] = Au_1$$

$$u_1([\mathbf{A}_4] + [\mathbf{A}_3][\mathbf{A}_2]^{-1}) = Au_1 + [\mathbf{A}_3][\mathbf{A}_2]^{-1}[\mathbf{A}_1]i$$

$$u_1 = (Au_1 + [\mathbf{A}_3][\mathbf{A}_2]^{-1}[\mathbf{A}_1]i)([\mathbf{A}_4] + [\mathbf{A}_3][\mathbf{A}_2]^{-1})^{-1}$$

$$u_1 = Au_1([\mathbf{A}_4] + [\mathbf{A}_3][\mathbf{A}_2]^{-1})^{-1} + [\mathbf{A}_3][\mathbf{A}_2]^{-1}[\mathbf{A}_1]i([\mathbf{A}_4] + [\mathbf{A}_3][\mathbf{A}_2]^{-1})^{-1}$$

$$u_1 = Au_1[\mathbf{A}_2]([\mathbf{A}_4][\mathbf{A}_2] + [\mathbf{A}_3])^{-1} + [\mathbf{A}_3][\mathbf{A}_1]i([\mathbf{A}_4][\mathbf{A}_2] + [\mathbf{A}_3])^{-1} \quad (9)$$

Voici la fonction d'équilibrage généralisée, on vérifie que l'on retrouve le Van der Pol de base :

– Si  $R_0 = 0$  et  $Y_2 = Y_3 = 0$ , (cas du VDP simple) alors les matrices se réécrivent :

$$[\mathbf{A}_4] = 0 \quad [\mathbf{A}_3] = 1 \quad [\mathbf{A}_1] = Z_1 \quad [\mathbf{A}_2] = 0$$

(9) se réduit finalement à :  $u_1 = Z_1y$

– Si  $R_0 = 0$ ,  $Y_2 = 0$  et  $Y_3 \neq 0$  (cas du VDP avec impédance  $Z_3$ )

$$[\mathbf{A}_4] = 0 \quad [\mathbf{A}_3] = 1 \quad [\mathbf{A}_1] = 1/(Y_3 + Y_1) \quad [\mathbf{A}_2] = Y_3/(Y_3 + Y_1)$$

ce qui donne  $u_1 = Au_1[\mathbf{A}_2] + [\mathbf{A}_1]i$

La fonction d'équilibrage généralisée est :

$$u_1 = [\mathbf{A}_{1g}]y + [\mathbf{A}_{2g}]Au_1$$

avec :

$$[\mathbf{A}_{2g}] = [\mathbf{A}_2]([\mathbf{A}_4][\mathbf{A}_2] + [\mathbf{A}_3])^{-1} \quad [\mathbf{A}_{1g}] = [\mathbf{A}_3][\mathbf{A}_1]([\mathbf{A}_4][\mathbf{A}_2] + [\mathbf{A}_3])^{-1}$$

### 4. Analyse dipolaire

On procède de la même façon que précédemment en utilisant la relation (7) pour obtenir  $u_2$ .

## 5. Conclusion

On a obtenu une relation réseau généralisée qui relie bien la sortie de la fonction non-linéaire  $u_2$ , à sa commande  $u_1$  et à la source  $y$ . Il devient alors nécessaire, connaissant  $u_1$  d'avoir une autre relation qui permet de trouver  $u_2$  afin de calculer l'impédance dipolaire.

On remarque également qu'il est possible d'admettre dans le schéma, une fonction non-linéaire qui peut être aussi de type transconductance du fait de l'équivalence des schémas (b) et (c) par le théorème de Thévenin.

Le fait que l'on cherche à obtenir la relation numérique  $Z_d = f(i)$  montre que l'amplitude varie graduellement dans un intervalle défini par l'utilisateur. Nous sommes donc dans les conditions de la méthode du suivi d'où la représentation schématique du chaînage des étapes.

# 4. Développement du programme ADOC-EH

## I. Introduction

Le programme ADOC-EH pour "Analyse Dipolaire des Oscillateurs Comportementaux par Equilibrage Harmonique") permet la simulation des structures comportementales présentées section précédente.

### 1. Cahier des charges

Dans un soucis d'efficacité de programmation et d'exécution, on introduit une architecture modulaire qui facilite la lecture du programme et qui permet une répartition optimale des tâches de calculs.

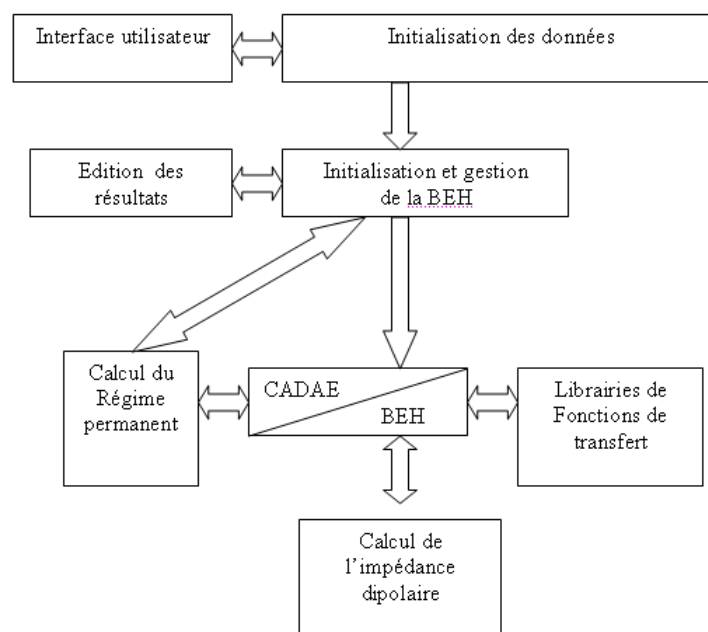


FIG. 13 – Architecture modulaire de ADOC-EH

De plus, Matlab offre la possibilité de traduction vers le langage C/C++. Ceci présente l'avantage d'une exécution un peu plus rapide des algorithmes et dans la mesure du possible, rendu utilisable par tout le monde. On dote ainsi le programme d'une interface utilisateur afin qu'il soit relativement convivial et simple d'utilisation.

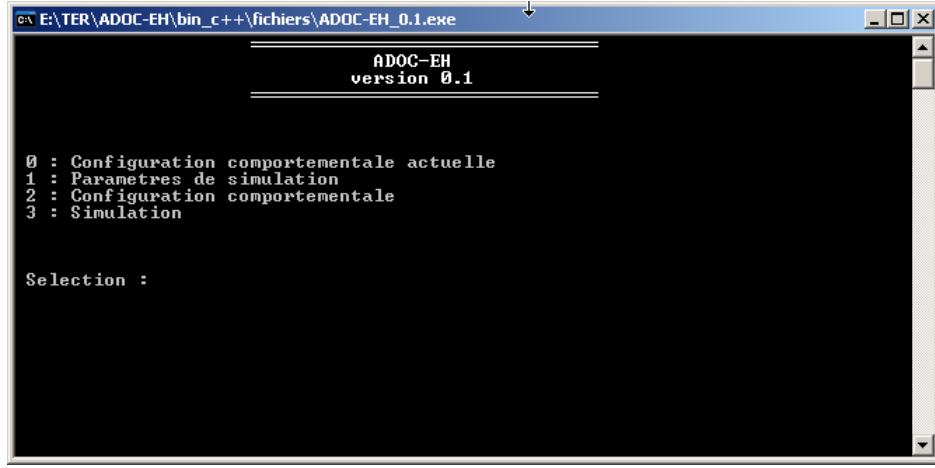


FIG. 14 – Interface utilisateur

## 2. Calcul du régime permanent

Outre le tracé graphique des fonctions numériques de l'impédance dipolaire  $(R_D, L_Q) = f(i)$ , le programme ne saurait être complet sans le calcul des paramètres de l'oscillateur en régime permanent. On rappelle que le régime permanent est obtenu par vérification de la condition (1).

A partir de la partie réelle de  $Z_d$ , on remonte à  $Z_d(i_0)$  via la méthode de Newton-Raphson. Le problème est de déterminer la condition initiale sur  $i$ . Celle devant être dans un voisinage de  $i_0$  afin de garantir bonne vitesse de convergence et stabilité.

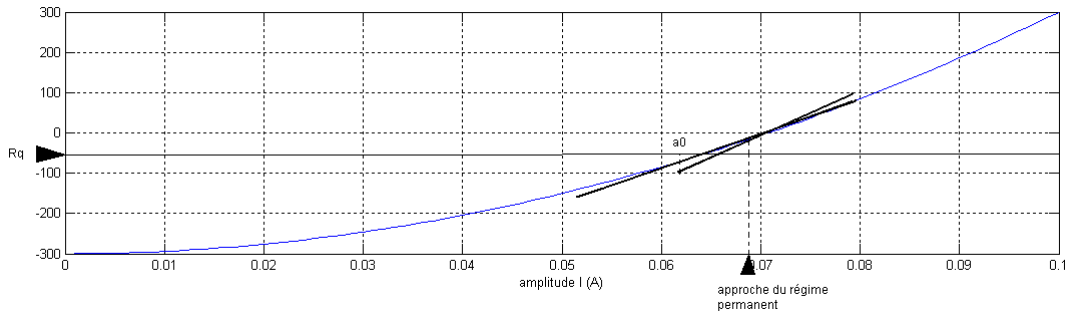


FIG. 15 – Illustration de l'itération de Newton-Raphson appliquée à une courbe d'impédance dipolaire

On construit progressivement la relation  $Z_d = f(i)$  et on observe à tout instant la condition  $\Re(Z_d) > R_q$ . La condition réalisée, on mémorise la première valeur de  $i$ , notée  $i_r$ , qui satisfait l'inégalité en attendant la fin du tracé. Celle-ci sera prise comme condition initiale de l'itération de Newton-Raphson. L'itération s'exprime donc comme :

$$\begin{cases} y_{i+1} = y_i - \left( \frac{dZ_D}{dy} \right)_{y_i}^{-1} [\Re(Z_D(y_i)) + R_Q] \\ y_0 = y_r \end{cases}$$

L'obtention du nombre dérivé en  $y_i$  s'effectue par le calcul de la tangente en ce point :

$$\left( \frac{dZ_D}{dy} \right)_{y_i} = \frac{\Re(Z_D(y_i + \Delta y)) - \Re(Z_D(y_i))}{\Delta y}$$

$\Delta y$  est indépendant du point  $y_i$  et on choisit arbitrairement  $\Delta y = 10^{-10}$ .

## II. Exemples d'application

### 1. Oscillateur de Van der Pol

Soit un oscillateur à résistance négative de type Van der Pol :

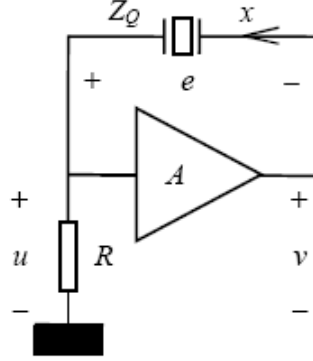


FIG. 16 – Oscillateur de Van der Pol

Dans cet exemple, l'amplificateur obéit à la loi comportementale suivante :

$$v = Au(1 - \varepsilon u^2)$$

Si  $X$  désigne l'amplitude du courant dans le résonateur, alors on montre que l'impédance dipolaire s'écrit :

$$Z_d = (1 - A)R + \frac{3A\varepsilon R^3}{4}X^2$$

Cette impédance n'a pas de partie imaginaire de sorte que la variation de  $Z_D$  est quadratique avec l'amplitude du courant.

La simulation avec ADOC-EH donne le résultat suivant :

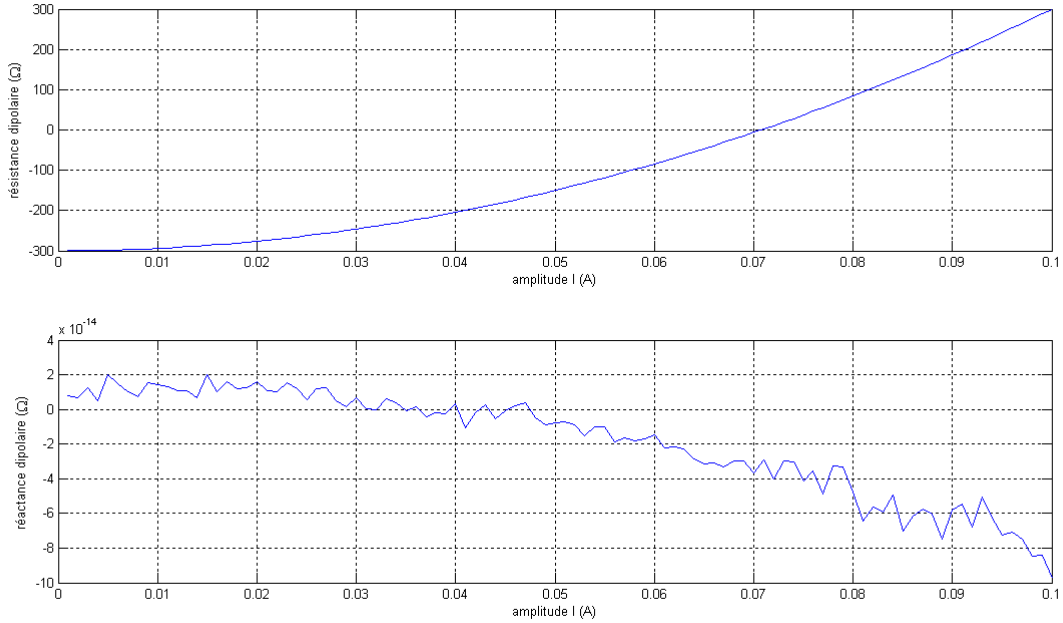


FIG. 17 – Impédance dipolaire du Van der Pol pour  $R = 100\Omega$ ,  $A = 4$ , et  $\varepsilon = 0.02$

Il n'y a donc pas de partie imaginaire tandis que la partie réelle vérifie bien l'expression analytique.

## 2. Oscillateur de Van der Pol avec amplificateur à bande passante limitée

On introduit une limitation de sorte que le gain  $A$  de l'ampli se met sous la forme :

$$A = \frac{A_0}{1 + j\omega\tau_c}$$

Incluant également une capacité parallèle qui se trouve en parallèle de l'impédance dipolaire (impédance  $Z_3$  du schéma comportemental général, fig 13), on obtient la simulation suivante :

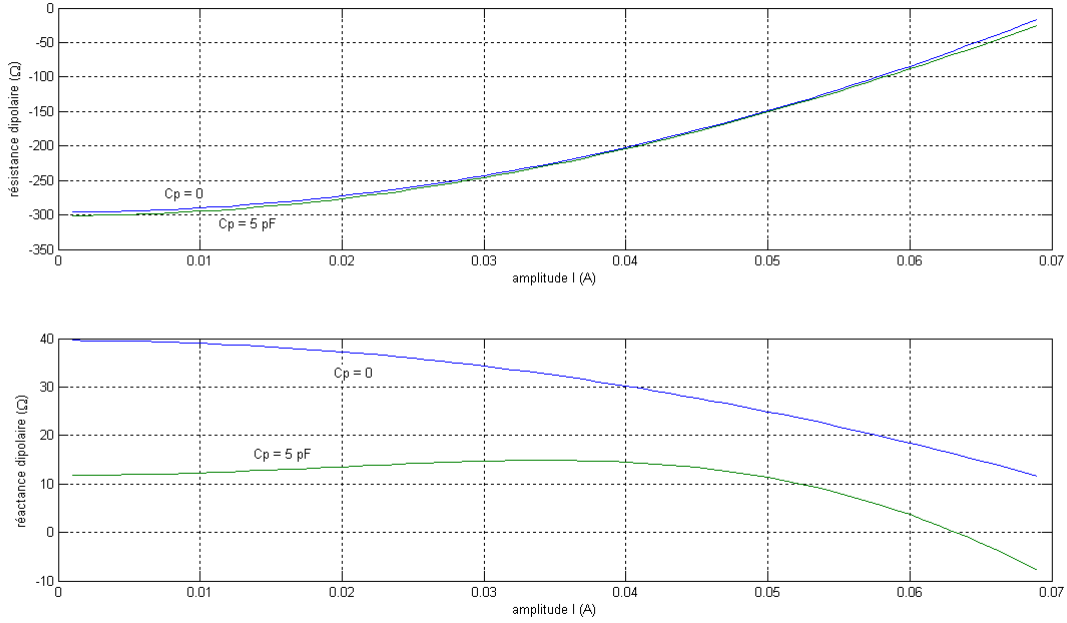


FIG. 18 – Influence de la bande passante de l'amplificateur (fréquence de coupure de 100 MHz) et de la capacité parallèle pour l'oscillateur de Van der Pol

Le nombre d'itérations pour assurer la convergence croît avec l'augmentation de la capacité parallèle et la précision de raccordement demandée. Le graphe (fig. 29) en donne l'évolution avec l'amplitude.

## 3. Oscillateur à transconductance

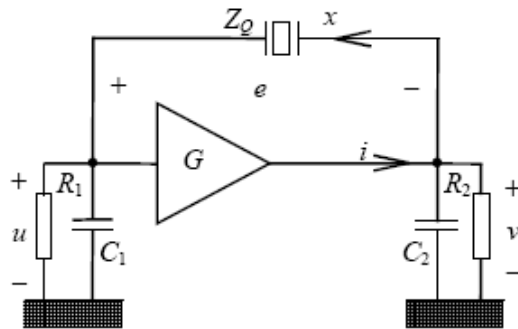


FIG. 19 – Oscillateur à transconductance

La transconductance de l'amplificateur non linéaire vérifie :

$$\begin{cases} u < -u_0 \implies i_G = 0 \\ u > -u_0 \implies i_G = G(u_1 + u_0) \end{cases}$$

Cette structure s'identifie complètement avec la structure comportementale généralisée de la figure 13, schéma (b). On a les équivalences  $Z'_1 \equiv R_1 \parallel C_1$ ,  $R_0 \equiv R_2 \parallel C_2$ ,  $Y'_2 = 0$ . La capacité parallèle s'identifiant comme précédemment à l'impédance  $Z_3$

On obtient l'impédance dipolaire :

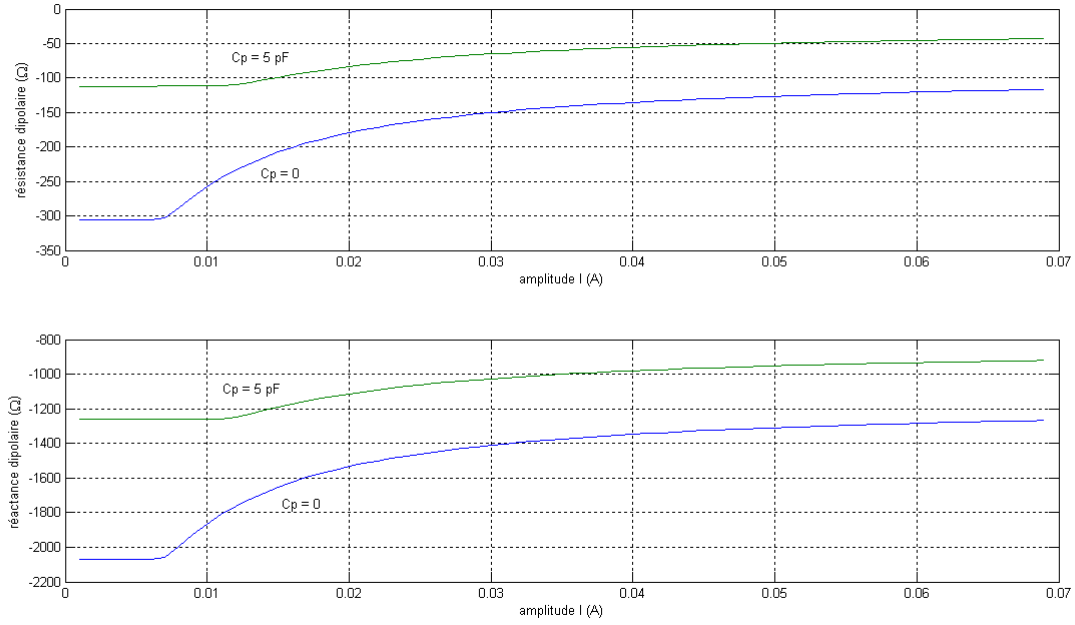


FIG. 20 – Impédance dipolaire de l'oscillateur à transconductance

avec les paramètres :  $Z'_1 : R_1 = 100\Omega \parallel C_1 = 75 \text{ pF}$   $R_0 : R_2 = 1000\Omega \parallel C_2 = 75 \text{ pF}$  et  $G = 100 \text{ mA/V}$ ,  $u_0 = 0,6 \text{ V}$ .

#### 4. Oscillateur à porte CMOS

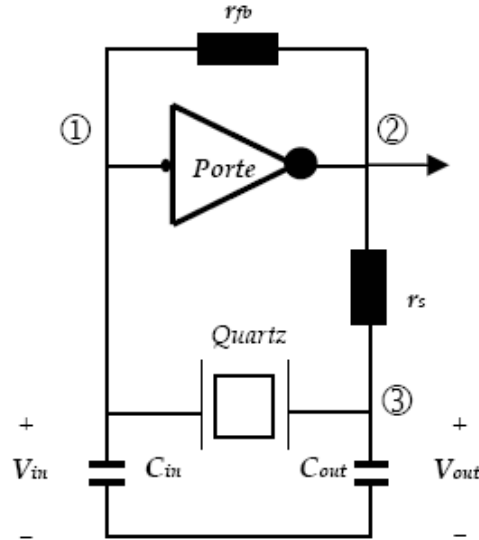


FIG. 21 – Oscillateur à porte

On a les équivalences  $Z'_1 \equiv C_{in}$ ,  $R_0 \equiv r_s$ ,  $Z'_2 \equiv C_{out}$ . La porte CMOS munie de sa résistance de polarisation  $r_{fb}$  est équivalente à une porte polarisée à son changement d'état ; cela revient donc à ce que la porte travaille en régime linéaire (d'amplification  $A$ ) en petits signaux.

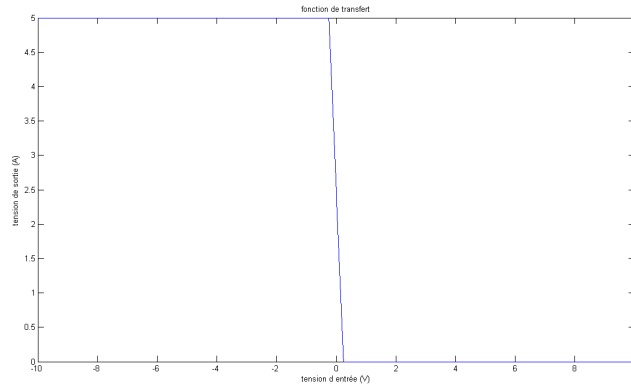


FIG. 22 – Fonction de transfert de la porte

Exemple de simulation pour  $C_{in} = C_{out} = 33pF$ ,  $r_s = 1 k\Omega$ ,  $A = 50$  :

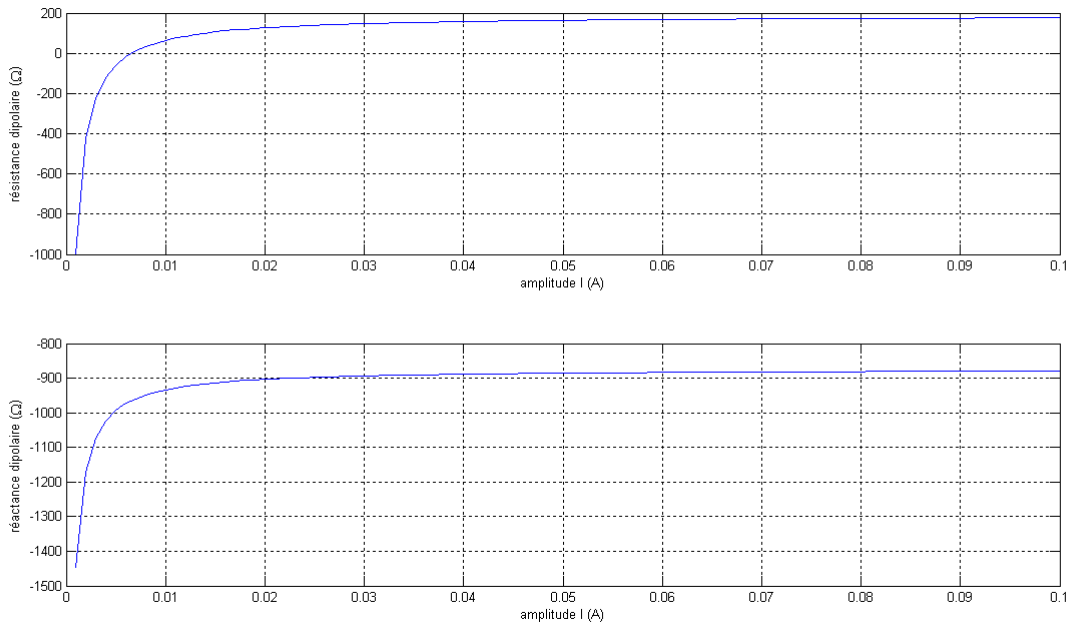


FIG. 23 – Impédance dipolaire de l'oscillateur à porte

## 5. Conclusion

Le programme développé permet de simuler n'importe quel oscillateur comportemental construit autour du schéma de la figure 13. Le nombre d'itérations pour chaque étape est très dépendant de la valeur de la capacité parallèle et de la précision demandée.

Les résultats fournis par le programme sont validés par comparaison avec ceux fournis par le logiciel ADOQ développé au LPMO (voir en annexe).



### III. Optimisation de la BEH

#### 1. Efficacité de la boucle actuelle

Dans l'état actuel, le processus de simulation de l'impédance dipolaire est une chaîne d'étapes d'excitations soumise à la condition de chaîne. Chaque étape est soumise à une amplitude de simulation qui est, si  $[A_i, A_f]$  est l'intervalle d'amplitude de simulation,  $A_n = A_i + n.pas$ .

Expérimentalement, on constate que cette configuration de chaîne est inadaptée car elle demande beaucoup de temps pour que le processus global associé se termine. En effet, le sous processus requiert un grand nombre d'itérations et qui varie très fortement d'une étape à l'autre : dans le cas du VDP avec capacité parallèle, le nombre d'itération varie de façon quasi-exponentielle à partir de l'étape d'amplitude 660 mA (fig. 29).

Il est donc nécessaire d'introduire un autre sous processus à l'intérieur du sous processus actuel.

#### 2. Convergence assistée par division d'amplitude d'excitation (méthode CADAÉ)

On introduit une méthode qui reprend la méthode du suivi de solution avec la possibilité de pilotage de l'amplitude d'excitation en fonction de l'état de la convergence. Ce procédé est lui aussi à la base du logiciel développé par l'équipe de Limoges [1]. Voici le principe.

On fixe une borne supérieure au nombre d'itérations nécessaires à la convergence d'une étape *itermax*. Dans le cas où pour une étape donnée soumise à une amplitude  $A_0$ , cette borne est atteinte  $it > itermax$ , on définit une étape transitoire pour laquelle on divise l'amplitude d'excitation  $A_0$  par un certain facteur que l'on précisera. Tant que l'étape transitoire ne converge pas, on continue la division de l'amplitude initiale  $A_0$ . Dès qu'il y a convergence, on teste à nouveau la convergence pour l'amplitude  $A_0$  avec comme condition initiale sur la commande, la commande finale de l'étape transitoire. Dans le cas, où elle ne converge toujours pas, on continue la division d'amplitude et ainsi de suite. En résumé, pour l'étape actuelle non convergente, on cherche à repartir de l'étape précédente pour se rapprocher de l'étape actuelle. On en déduit une synoptique générale de fonctionnement :

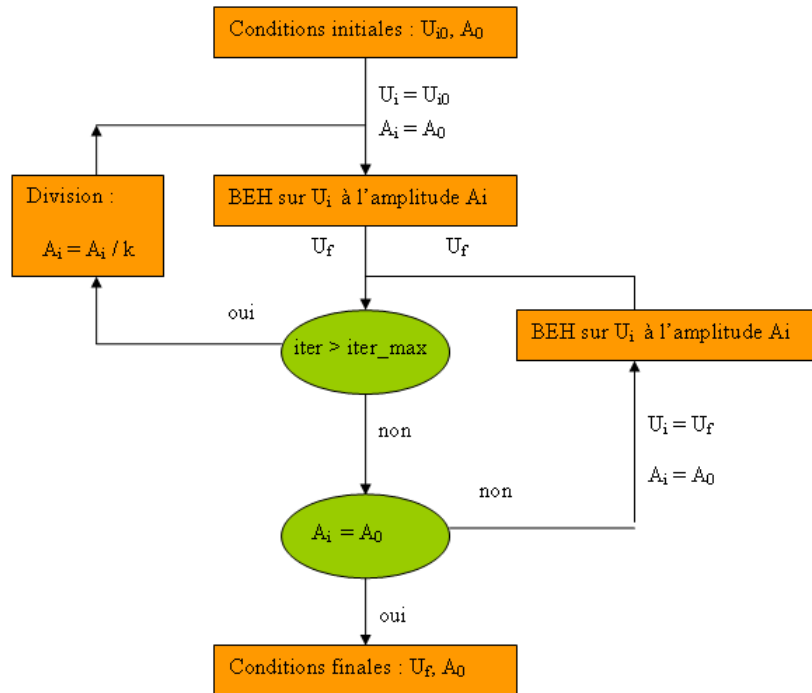


FIG. 24 – Synoptique de la méthode CADAÉ

Il reste à définir le facteur de division  $k$ . On considère alors pour une étape donnée soumise à une amplitude  $A_0$ , l'intervalle  $[A_m, A_0]$  où  $A_0$  est l'amplitude de l'étape et  $A_m$ , une amplitude minimale que l'on définira. On choisit une stratégie dichotomique. L'amplitude  $x_k \in [A_m, A_0]$  vérifie donc :

$$\begin{cases} x_0 = A_0 \\ x_k = \frac{A_m + x_{k-1}}{2} \end{cases}$$

L'amplitude  $x_k$  converge vers  $A_m$ . Le problème est donc de déterminer  $A_m$  ainsi que *itermax*. On définit la méthode CADAÉ comme un sous processus défini schématiquement comme :

On précise l'intervalle dans lequel l'amplitude initiale est divisée, on appellera cet intervalle, intervalle de convergence assistée.

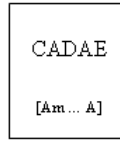


FIG. 25 – Représentation schématique de la méthode CADAE

### 3. Les différentes configurations

On présente les différentes configurations de chaînes susceptibles d'optimiser la BEH en terme de vitesse d'exécution, celle-ci étant relativement liée au nombre d'itérations. Ces configurations ne sont pas toutes performantes et seront ensuite soumises à des tests de vitesse afin de déterminer laquelle est la meilleure. Cela peut aussi se représenter à l'aide des diagrammes de chaînes :

#### Première configuration (suivi de solution muni de la CADAE)

On conserve le chaînage initial du suivi de solution. Cependant les étapes d'excitation deviennent des étapes conditionnelles dont chacun des sous processus est une CADAE.

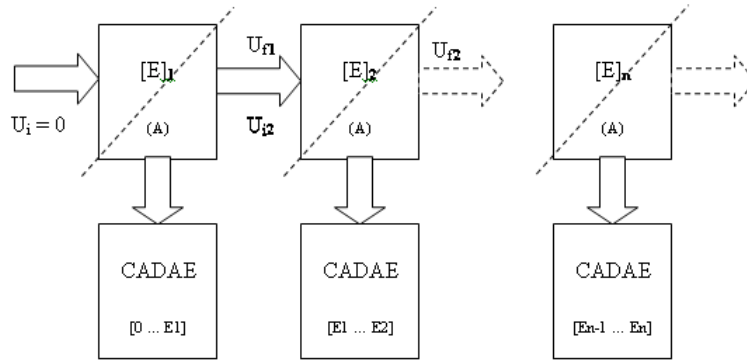


FIG. 26 – Première configuration

En plus de chaînage des étapes, il y a également chaînage des bornes inférieures de chaque intervalle de convergence assistée.

#### Deuxième configuration (CADAE sans suivi de solution)

Le processus principal ne correspond plus à un suivi de solution muni de la condition de chaîne. Les conditions initiales de chaque étape sont toutes identiques et égales à 0. L'indépendance de toutes les étapes implique que la borne inférieure de l'intervalle de convergence assistée soit nulle.

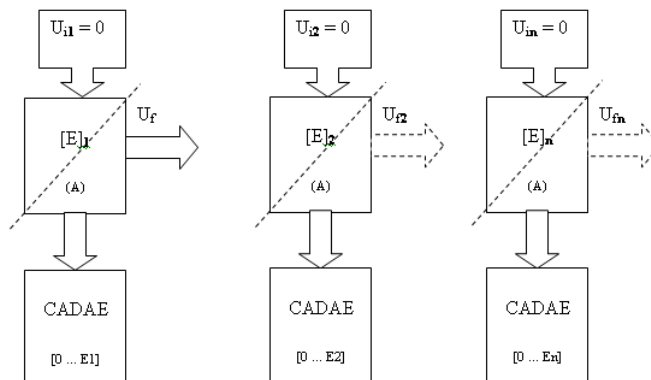


FIG. 27 – Deuxième configuration

## 4. Essai des différentes configurations

Deux essais expérimentaux seront conduits dans le but d'estimer les performances de chaque configurations. Premièrement, un essai où on balaye les amplitudes d'excitation dans un intervalle donné (cas de l'exploitation de la relation numérique  $Z_d = f(i)$ ). Deuxièmement, un essai où les amplitudes d'excitations seront choisies arbitrairement (cas du calcul du régime permanent). Dans les cas, la CADAÉ est paramétrée de sorte que *itermax* est fixé initialement à 10 et augmente lorsque le temps de convergence pour une étape devient important.

**Amplitudes d'excitation dans un intervalle continu** Le graphe ci-dessous représente l'évolution du nombre d'itérations et du temps de calcul total dans le cas des configurations : avec suivi de solution (cas 1), suivi de solution avec CADAÉ (cas 2) et enfin CADAÉ sans suivi de solution (cas 3)) pour le Van der Pol avec capacité parallèle. La précision de convergence allouée est relativement moyenne :  $10^{-5}$ .

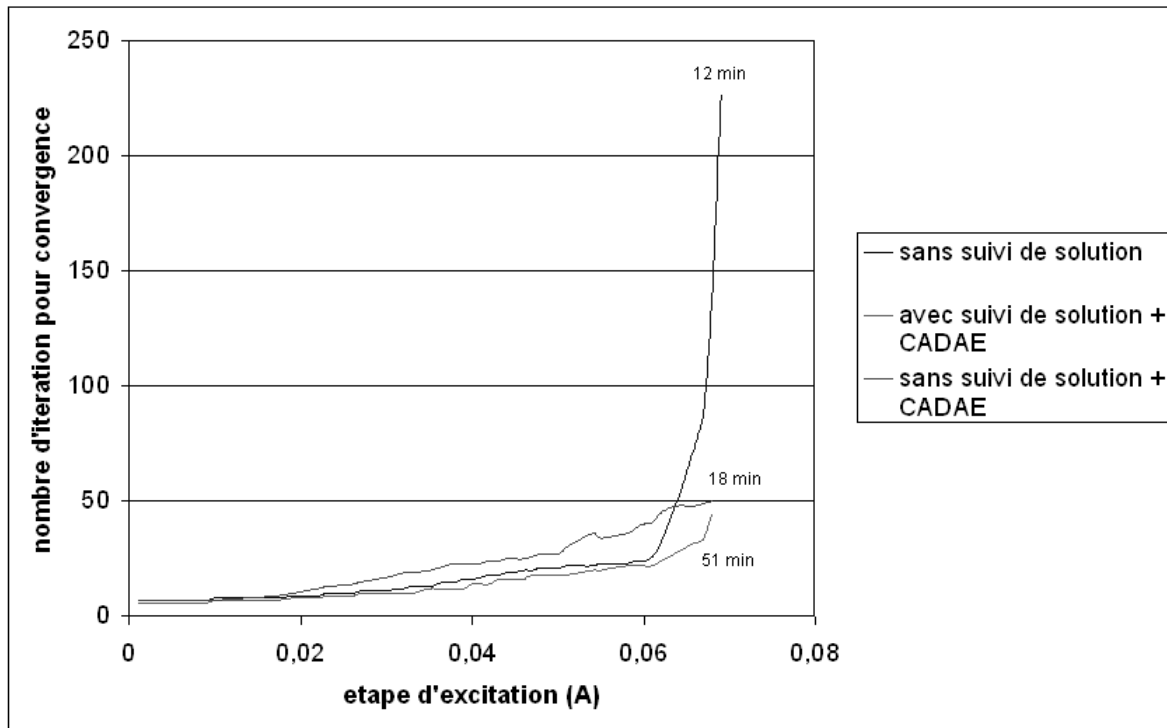


FIG. 28 – Deuxième configuration

**Amplitudes d'excitation dans un intervalle discret** On choisit quelques amplitudes d'excitation et on mesure les vitesses d'exécution pour les cas (1) et (3).

<i>amplitude(mA)</i>	<i>cas(1)</i>	<i>cas(3)</i>
6,9	71.4030	38.7660
7,0	263.6000	38.6460
8,0	130.6780 – <i>calcul faux</i>	45.5960

## 5. Conclusion

Chaque configuration possède des avantages et des inconvénients.

- **cas 1** C'est la configuration sans optimisation de la BEH qui ne respecte que les conditions de la méthode du suivi de solution afin d'assurer la convergence. Elle est assez rapide quand le nombre d'itérations n'est pas trop élevé mais devient relativement limitée lorsque celui-ci croît rapidement avec l'amplitude (convergence difficile). Cette limitation conduit à des temps de calcul exécrables lorsqu'elle est utilisée pour des amplitudes discrètes.
- **cas 2** Performances relativement moyennes quand le nombre d'itérations croît rapidement avec l'amplitude, toutefois celles-ci peuvent être améliorées en agissant sur la loi de variation de *itermax*. Le chaînage des étapes implique que le calcul du régime permanent doit obligatoirement être précédé de l'analyse par balayage d'amplitude, ce qui est encore une source de perte de temps.
- **cas 3** Bonnes performances dans les deux essais : dans le cas des grandes amplitudes d'excitation, la grande taille de l'intervalle de convergence assisté fait qu'il y a une meilleure gestion de *itermax*.

En conclusion, la méthode CADAÉ sans suivi de solution sera adoptée en tant qu'optimisation de la BEH au sein du programme ADOC-EH.

## IV. Algorithme de ADOC-EH

### ALGORITHME DE CALCUL DE LA BEH DE ADOC-EH

```
// : Déclaration
// : constantes

N = 256 // : nombre d'éléments de chaque vecteur
E = valeur // : tension d'alimentation
precision = valeur // : precision sur le raccordement
[Ag1], [Ag2] // : matrices réseau
erreur = 1 // : erreur sur le raccordement

// : variables

// : Déclaration du sous-programme

equilibrageharmonique ( E, XifN, [A1], [A1], precision, itermax )

// : Déclaration
// : variables

Yt, Yf // : simulation élément non linéaire resp. temporel et fréquentiel
Xff // : tension de commande finale
[J] // : matrice jacobienne
bt // : base temporelle

// : Début
E(t) ← E * cos(2 * pi * f * bt) // : construction du vecteur excitation temporel
EFourier(t) ← fft(E(t)) // : construction du vecteur excitation fréquentiel
XifN ← 0 // : construction du vecteur de commande initial

TantQue erreur >= precision ou compteur-iteration < itermax Faire

    Xit ← fft(Xif)
    Yt ← fnl(Xit)
    Yf ← fft(Yt)
    Xff ← [A1] * E - [A2] * Yf
    erreur ← abs(max(Xif - Xff))

    // Iteration de Newton-Raphson

    [J] = I - [A1] * jacobien(fft(gradient(Yt)))
    Xif = Xff - inv(J) * ([A1] * E - [A1] * Yf - Xff)
    compteur-iteration = compteur-iteration + 1

FinTantQue

// : Fin
```

```
methode-cadae ( amplitude, [ $\mathbf{A}_1$ ], [ $\mathbf{A}_1$ ], precision )
```

```
// : Déclaration
```

```
// : variables
```

```
amplitude-vecteur [2]
```

```
compteur = 0
```

```
itermax = valeur // : def de la borne superieure au nombre d'iterations
```

```
pas-iteration = valeur
```

```
moyenne = 0
```

```
 $\mathbf{X}_{if}$  = 0
```

```
borne-superieure = amplitude // : def. de l'intervalle de convergence
```

```
borne-inferieure = 0 // : def. de l'intervalle de convergence
```

```
// : Début
```

```
Faire
```

```
TantQue compteur-iteration > itermax Faire
```

```
moyenne = (borne-superieure + borne-inferieure) / 2
```

```
[ $\mathbf{X}_{ff}$ , compteur-iteration] = equilibrage-harmonique( moyenne,  $\mathbf{X}_{if_N}$ , [ $\mathbf{A}_{g1}$ ], [ $\mathbf{A}_{g2}$ ], precision, itermax )
```

```
 $\mathbf{X}_{if}$  =  $\mathbf{X}_{ff}$ 
```

```
Si compteur-iteration > itermax
```

```
itermax = moyenne
```

```
FinSi
```

```
FinTantQue
```

```
amplitude-vecteur [1] = moyenne
```

```
borne-superieure = amplitude-vecteur [2]
```

```
borne-inferieure = moyenne
```

```
 $\mathbf{X}_{ff}$  =  $\mathbf{X}_{if}$ 
```

```
 $\mathbf{X}_{ff}$ , compteur-iteration = equilibrage-harmonique( amplitude,  $\mathbf{X}_{ff_N}$ , [ $\mathbf{A}_{1g}$ ], [ $\mathbf{A}_{2g}$ ], precision, itermax )
```

```
Si compteur > 2
```

```
itermax = itermax + iterpas
```

```
FinSi
```

```
compteur = compteur + 1
```

```
Jusqu'à compteur-iteration < itermax
```

```
// : Début
```

```
[ $\mathbf{A}_{1g}$ ], [ $\mathbf{A}_{2g}$ ] // : affectation
```

```
Pour E variant de E1 à E2 par pas de Epas Faire
```

```
 $\mathbf{X}_{ff}$  = methode-cadae( E, [ $\mathbf{A}_{1g}$ ], [ $\mathbf{A}_{2g}$ ], precision )
```

```
FinPour
```

```
// : Fin
```

On fixe une borne supérieure initiale au nombre d'itération (*itermax*). Si celle ci est atteinte et si le test à l'amplitude d'excitation échoue deux fois après division d'amplitude, on augmente la borne supérieure au nombre d'itérations d'un incrément *iterpas*.

Ces deux paramètres sont donc caractéristiques de la méthode CADAÉ. Il convient de bien les ajuster afin d'avoir une vitesse de simulation optimale.

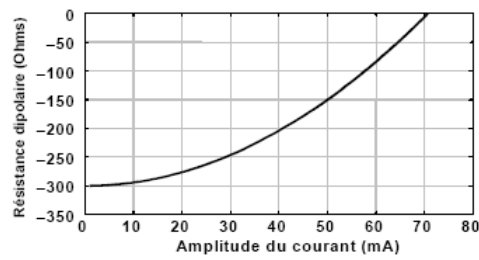
# Conclusion et perspectives

On a montré que l'on pouvait étudier un circuit non-linéaire par la méthode d'équilibrage harmonique. En particulier, celle-ci appliquée au cas d'oscillateurs comportementaux, donne de bons résultats. A cet effet, le programme ADOC-EH a été développé dans le but d'intégrer et d'optimiser ce type de simulation. Il serait intéressant de pouvoir étendre les possibilités d'ADOC-EH à des structures d'oscillateurs plus complexes ; cette extension pouvant être effectuée par couplage avec d'autres logiciels et notamment SPICE.

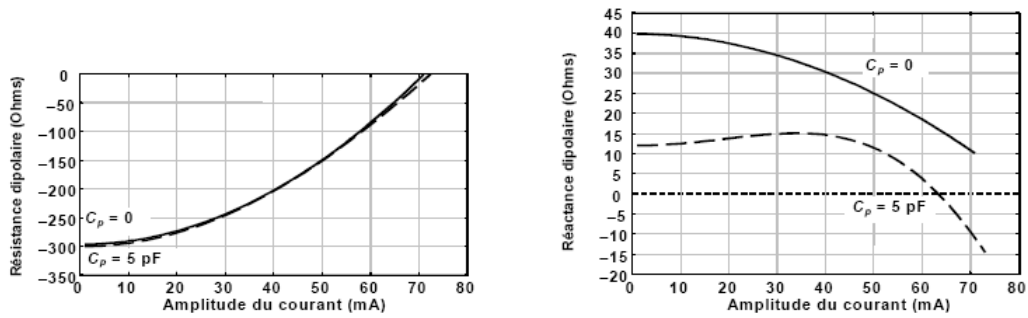
# ANNEXE : Résultats fournis par ADOQ

Le logiciel ADOQ développé au LPMO a permis de vérifier et valider résultats et algorithmes de calculs de ADOC-EH. Les graphes suivants sont les résultats de simulation de ADOQ pour certaines des configurations comportementales étudiées à la section 4 de la seconde partie de l'exposé [4].

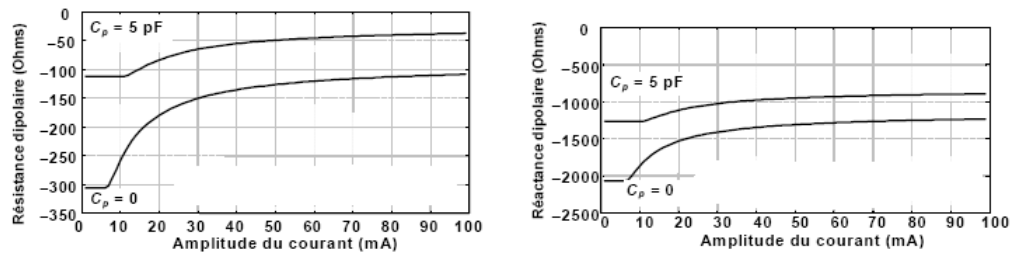
– Oscillateur de Van der Pol,



– oscillateur de Van der Pol avec amplificateur à bande passante limitée,



– oscillateur à transconductance.



# Bibliographie

- [1] M. GAYRAL Contribution à la simulation des circuits non-linéaires microondes par la méthode de l'équilibrage harmonique et spectral, Thèse de Doctorat, Université de Limoges, 1987
- [2] L. MICHEL Sur l'analyse dipolaire d'un amplificateur RF, Travail d'étude de licence de physique 2002-2003
- [3] Modélisation des oscillateurs et du bruit, cours de DEA OMM, Pr. R. BRENDÉL
- [4] Etude du bruit, de la modélisation et de la sensibilité aux irradiations des oscillateurs à quartz - section modélisation des oscillateurs par analyse dipolaire , Rapport CNES 2004
- [5] Cours de licence EEA :
  - Cours / TP d'initiation à Matlab, B. GUIZAL
  - Cours d'informatique algorithmique et de C, D. TREIFRETO / A. HEAM
  - Traitement analogique du signal, I. LAJOIE