

$(\rightarrow I)$

	A
	⋮
	B
	$A \rightarrow B$

RAA  
Reductio Ad  
Absurdum  
want: B

	$\neg B$	B
	$\neg \neg X$	
	B	
	or $\neg \neg B$	$\neg B$

Prove DeMorgan's Law

$$\neg(\neg A \vee \neg B) \equiv \neg \neg A \wedge \neg \neg B \\ \equiv A \wedge B$$

1.	$\neg(A \wedge B)$	P	
2.	$\neg(\neg A \vee \neg B)$	Assume	$\rightarrow$
3.	$\neg A$	Ass	
4.	$\neg A \vee \neg B$	$\vee I$	3
5.	$\neg(\neg A \vee \neg B)$	R	2
6.	A	$\neg E$	2-5
7.	$\neg B$	Ass	
8.	$\neg A \vee \neg B$	$\vee I$	
9.	$\neg(\neg A \vee \neg B)$	R	2
10.	$\neg B$	RAA	7-10
11.	$A \wedge B$	$\wedge I$	6 11
12.	$\neg(A \wedge B)$	I	R
13.	$\neg A \vee \neg B$	2-12	RAA

$$\neg A \vee B$$

$$A \rightarrow B \vdash \neg A \vee B$$

1.	$A \rightarrow B$	P
2	$A \wedge \neg B$	Ass
3	A	2 $\wedge$ E
4	B	1 3 $\rightarrow$ E
5	$\neg B$	2 $\wedge$ E
6	$\neg(A \wedge \neg B)$	2-5 RAA
7.	$\neg(\neg A \vee B)$	A
8	$\neg A$	A
9	$\neg A \vee B$	8 $\vee$ I
10	$\neg(\neg A \vee B)$	7 R
11	A	8-10 RAA
12	B	A
13	$\neg A \vee B$	12 $\vee$ I
14	$\neg(\neg A \vee B)$	7 R
15	$\neg B$	12-14 RAA
16	$A \wedge \neg B$	11 15 $\wedge$ I
17	$\neg(A \wedge \neg B)$	6 R
18	$\neg A \vee B$	

$$\neg(A \rightarrow B) \vdash (A \wedge \neg B)$$

1	$\neg(A \rightarrow B)$	P
2	$\neg(A \wedge \neg B)$	A
3	$\neg(\neg A \vee B)$	A
4	$\neg A$	3 A
5	$\neg A \vee B$	4 $\vee I$
6	$\neg(\neg A \vee B)$	3 R
7	$A$	4-6 RAA
8	$B$	A
9	$\neg A \vee B$	8 $\vee I$
10	$\neg(\neg A \vee B)$	3 R
11	$\neg B$	8-11 RAA
12	$A \wedge \neg B$	7, 11 $\wedge I$
13	$\neg(A \wedge \neg B)$	2 R
14	$\neg A \vee B$	2-13 RAA
15	$A$	want B
16	$\neg \neg A$	15 DN
17	$B$	14/16 $\vee E$
18	$A \rightarrow B$	15-17 $\rightarrow I$
19	$\neg(A \rightarrow B)$	1 R
20	$A \wedge \neg B$	2-19 RAA