

Лекция по АиСД №2

Попов Никита

26 января 2016 г.

Мы рассматривали случаи, когда все элементы различны, однако, если есть равные, алгоритм может сломаться.

$< x$	$> x$	$?$	$= x$
-------	-------	-----	-------

Индексы границ — i, j, k .

Partition3(a)

```
i := 1
j := 1
k := n
while j < k do
  if a[j] = a[n] then
    k -= 1
    a[j], a[k] := a[k], a[j]
```

Однако, мы не сдвинули j — на j -ом месте теперь нерассмотренный ранее элемент

```
else if a[j] < a[n] then
  a[i], a[j] := a[j], a[i]
  i += 1
  j += 1
else
  j += 1
```

После выхода из while получим

$< x$	$> x$	$= x$
-------	-------	-------

При этом $j = k$.

Остаётся только переставить части массива.

```
while i < k and j <= n do
  a[i], a[j] := a[j], a[i]
  i += 1
  j += 1
```

Самая быстрая из наших сортировок — $n \log n$. А можно ли быстрее?

На основе только сравнений — нет. Но если мы знаем, что числа только целые и не больше некоторой константы C , то можно сделать так:

Тут вставляю описание потом. (сортировка подсчётом)

Рассмотрим общий алгоритм — через сравнения.

$n = 3$.

картинка из тетради

n элементов; не меньше $n!$ листьев.

Дерево бинарное, так что $2^h \geq n!$

$h \geq \log_2 n! \geq \log_2 \left(\frac{n}{2}\right)^{\frac{n}{2}} = \frac{n}{2} \log_2 \frac{n}{2} = \Omega(n \log n)$

Поиск медианы

Медиана — такой элемент массива, что не меньше половины элементов меньше неё, и не меньше половины — больше.

Очевидно, что можно отсортировать и взять средний — $\Theta(n)$.

Можно ли за линейное время? Можно.

Поиск k -ой порядковой статистики:

```

Select (a, k)
  choose pivot a[p] = x
  i := Partition(a, p)
  if i = k then
    return a[i]
  if i > k then
    return Select(a[:i-1, k])
  return Select(a[i+1:, k-i])

```

$\leq x$	x	$\geq x$
	i	

Как и в быстрой сортировке, неправильно выбранный опорный элемент портит скорость до n^2 .

j -подзадача размер n' .

$$\left(\frac{3}{4}\right)^{j+1} n < n' \leq \left(\frac{3}{4}\right)^j n$$

Среднее время с одним $j = 2$;

Максимальное $j = O(\log n)$

$$T(n) \leq \sum_{j=0}^{\log_4 n} 2 \cdot c \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^j n = 2cn \sum \left(\frac{3}{4}\right)^j \leq 2cn$$

Медиана медиан

Divide a into groups of 5

Choose medians $m_1, \dots, m_{\frac{n}{5}}$

$m := \text{Select}([m_i], \frac{n}{10})$

choose x as pivot

$$T(n) \leq cn + T\left(\frac{n}{5}\right) + T\left(\frac{7}{10}n\right)$$

$T(n) \leq ln$ для некоторого l

$$T(n) \leq cn + \frac{ln}{5} + \frac{7}{10}ln$$