

S3 - Etude des mouvements humains et du couplage humain-robot

Par Lola Courty, Lucas Moreno Carbonell, Paul René, Quentin Vermot des Roches et Inès Yeterian

1 Cinématique du bras humain

1.1 Différents modèles possibles

Nous choisissons de ne pas étudier la cinématique de la main et des doigts par souci de simplicité, et restreignons ainsi notre cadre d'étude au bras humain jusqu'au poignet. Une modélisation simple et intuitive serait de considérer les articulations de l'épaule et du poignet comme des liaisons rotules, à 3 rotations, et l'articulation du coude comme un pivot, avec pour seul degré de liaison une rotation. Par conséquent, le bras et l'avant-bras, que l'on peut représenter par des pièces linéaires, sont coplanaires.

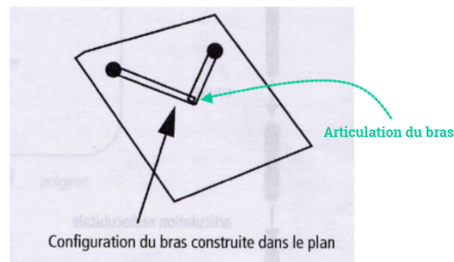


FIGURE 1 – Articulation du coude

1.1.1 Modèle avec clavicule, omoplate, épaule, coude et poignet

Toutefois, Frederik Scheepers présente dans sa thèse de 1996, intitulée “Anatomy-Based Surface Generation for Articulated Models of Human Figures” une modélisation plus réaliste du point de vue anatomique de l'omoplate et la clavicule.

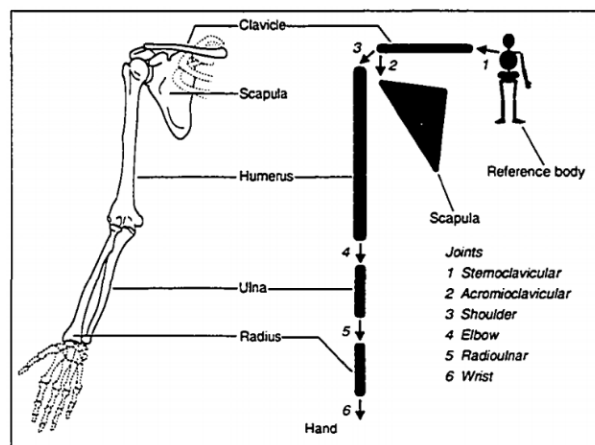


FIGURE 2 – Le modèle de Schteepers du bras humain

Leur influence est notable dans la cinématique du bras humain, cependant dans le cadre d'une étude portant sur un exosquelette, elle n'est pas cruciale. En effet, un exosquelette simple ne vise pas à dicter le moindre mouvement de chacun des os du bras, mais uniquement des orientations et flexions générales afin de produire un mouvement

aussi naturel que possible et positionnant la main à l'endroit souhaité. Ainsi, on choisit de ne pas retenir ce modèle plus complexe.

De plus, sur le système étudié, une liaison est effectuée entre l'exosquelette et le poignet, mais il n'y a pas de motorisation du poignet, et donc pas de mouvement imposé à cette articulation. Nous l'enlevons ainsi de notre modèle.

1.1.2 Modèle avec omoplate, épaule et coude

N. Klopkar propose en 2005 dans son article "A kinematic model of the shoulder complex to evaluate the arm-reachable workspace" la chaîne cinématique suivante pour modéliser le bras humain :

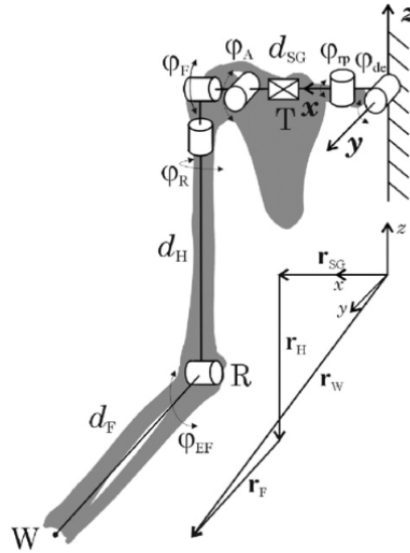


FIGURE 3 – Le modèle de Klopkar

Ici sont modélisés non seulement l'épaule, le bras et l'avant-bras mais aussi les mobilités de l'omoplate avec deux rotations et une translation. Dans le cadre de notre travail, on peut imposer des conditions limites à la rotule modélisant l'épaule, comme sa position ou les forces s'y appliquant sans se concentrer sur la chaîne cinématique en amont.

1.1.3 Modèle avec épaule et coude

Nous considérons donc l'étude du bras comme une liaison de l'humérus au bâti (la clavicule et l'omoplate que l'on considère fixes) via une liaison sphérique, et une liaison de l'ulna, ou cubitus et du radius (que l'on considère comme une même pièce) à l'humérus par une liaison pivot.

1.1.4 Modèle avec épaule et coude : modèle retenu

Finalement, on fera la dernière hypothèse que les trois liaisons pivot sont confondues, ce qui est cinématiquement équivalent à une liaison rotule de centre E, fixe par rapport au bâti (qui correspond alors au dos du patient, son omoplate et sa clavicule étant considérées fixes).

1.2 Débattements angulaires pour les mouvements humains typiques

Il faut désormais prendre en compte les limitations physiologiques, et donc géométriques des mouvements. En effet, les angles de rotation des articulations humaines ne peuvent prendre des valeurs comprises que dans des intervalles finis :

On prend comme position au repos (tous les angles articulaires nuls) le bras "le long du corps à la verticale par rapport au sol, poignet au repos, paume vers la cuisse". Donc on décale les positions lisibles ci-dessus de 180° .

On note donc le débattement de θ_x de -60° à 170° et celui de θ_y de 0° à 170° .

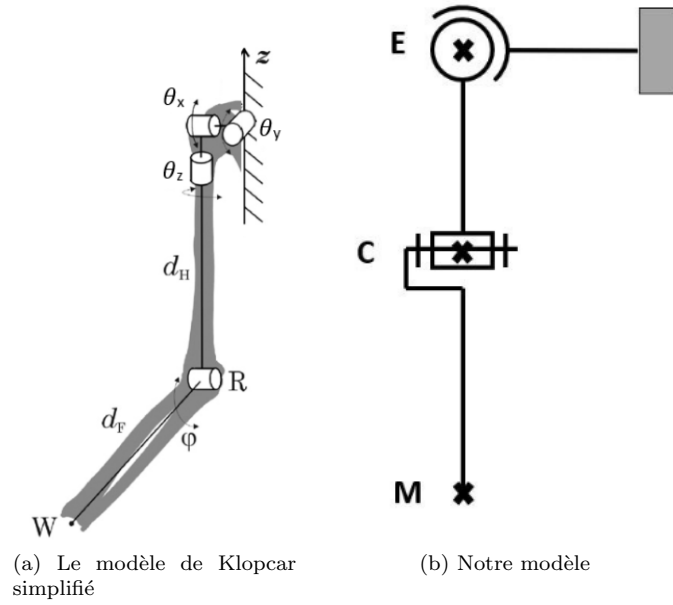


FIGURE 4

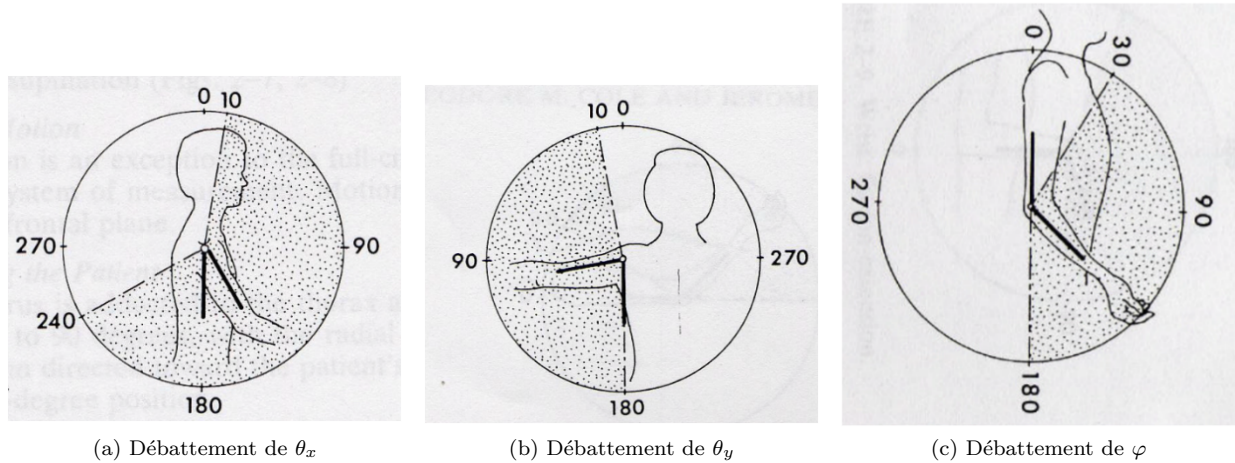


FIGURE 5 – Débattements angulaires

Via le document ressource de N. Klopkar, on définit les positions extrêmes de θ_z à -60° et 90° . De même, on place l'origine à la position de repos, d'où un débattement de φ , l'angle paramétrant la rotation du coude, de 0° à 150° .

1.3 Espace de travail et positions atteignables

Avec ces 4 débattements, nous pouvons exploiter MatLab pour tracer le graphe 3D des différents points atteignables par le coude et la main. Ce calcul étant très coûteux, nous avons choisi de prendre un pas angulaire assez grand, d'où un nombre de points relativement faible. Afin de s'assurer de la cohérence de ce résultat, nous avons tout d'abord fait varier chacun des angles en fixant les autres. Il était ainsi plus facile de se rendre compte si les débattements angulaires choisis correspondaient bien à la réalité. Nous pouvons observer que, comme prévu, l'espace de travail est une sphère légèrement tronquée. En effet, seul le bras droit est ici considéré. Puisque les débattements angulaires imposent des positions limites, les mouvements possibles sur la gauche du corps sont moindres, d'où cette forme de sphère coupée. Sur la figure ci-dessous, les points oranges (respectivement bleus) correspondent aux positions du coude (respectivement, de la main).

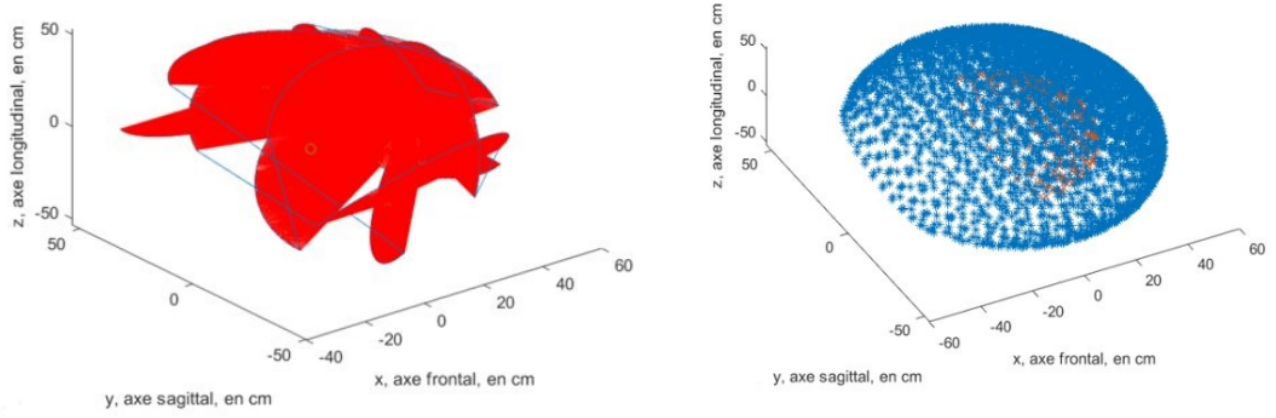


FIGURE 6 – Représentation graphique de l'espace de travail

2 Modèle cinématique du bras humain et de l'exosquelette

2.1 Modèle géométrique direct et matrice jacobienne du bras humain

Afin d'étudier le comportement cinématique du bras humain, nous recherchons le modèle géométrique direct. Pour cela, nous déterminons les matrices de transformation homogène pour passer d'un repère \mathcal{R}_{j-i} à \mathcal{R}_j . N'étant, au début de la semaine, pas très à l'aise avec l'outil Matlab, nous avons tout d'abord fait les calculs à la main avant de passer à leur implémentation numérique pour vérifier leur cohérence. Le repère d'intérêt retenu est celui de la main. Puisque notre modèle ne considère pas les rotations du poignet, ce repère est en fait centré au niveau de la main et couplé à l'orientation du coude.

Il s'agit de calculer le produit des matrices de transformation homogènes correspondant à chacun des degrés de libertés.

Ci-dessous, la matrice traduisant le modèle géométrique direct du bras. Les 3 premières colonnes traduisent l'orientation du repère lié à la main par rapport au repère lié au bâti. La dernière colonne traduit la translation de ce même repère par rapport au bâti.

Ici, a est la longueur CM du coude à la main et b est la longueur EC de l'épaule au coude (les points E, C et M sont définis dans la partie 1.1.4 et les différents paramètres angulaires sont définis dans la partie 1.1.3).

Si nous regardons la première ligne par exemple, nous constatons que l'angle θ_x n'intervient pas : c'est normal puisque cette rotation est autour de l'axe x_0 du repère fixe, axe sur lequel est projetée cette première ligne, et que nous avons considéré que c'était la première rotation effectuée.

A partir du modèle géométrique direct, nous déduisons la matrice jacobienne, qui prend en entrée les positions angulaires $(\theta_x, \theta_y, \theta_z, \varphi)$

2.2 Modèle géométrique direct et matrice jacobienne de l'exosquelette

Nous réitérons la méthode précédente avec l'exosquelette. On ne peut pas adopter le même modèle cinématique pour l'exosquelette, dans la mesure où il est impossible de réaliser une liaison rotule au niveau de l'épaule, car il faut placer le bras du patient à l'endroit où cette liaison devrait être. On choisit donc de mettre en place l'articulation de l'épaule grâce à trois liaisons pivot d'axes concourants.

En annexe le modèle géométrique direct et la matrice jacobienne associés à l'exosquelette.

2.2.1 Modèle avec épaule et coude : modèle retenu

Puisque cette fois-ci, les trois rotations de l'épaule sont modélisées par trois pivots, il faut prendre en compte les distances séparant les points représentatifs des liaisons pivots.

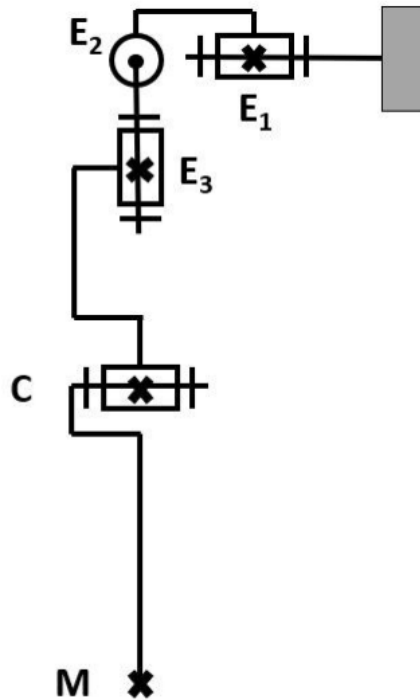


FIGURE 7 – Notre modèle du bras robotique

Nous vérifions la cohérence du résultat obtenu en faisant tendre vers 0 les distances entre les centres des pivots choisis pour représenter l'épaule : nous retrouvons bien le modèle géométrique direct du bras humain.

3 Fermeture de la chaîne

3.1 Application à un cas simple

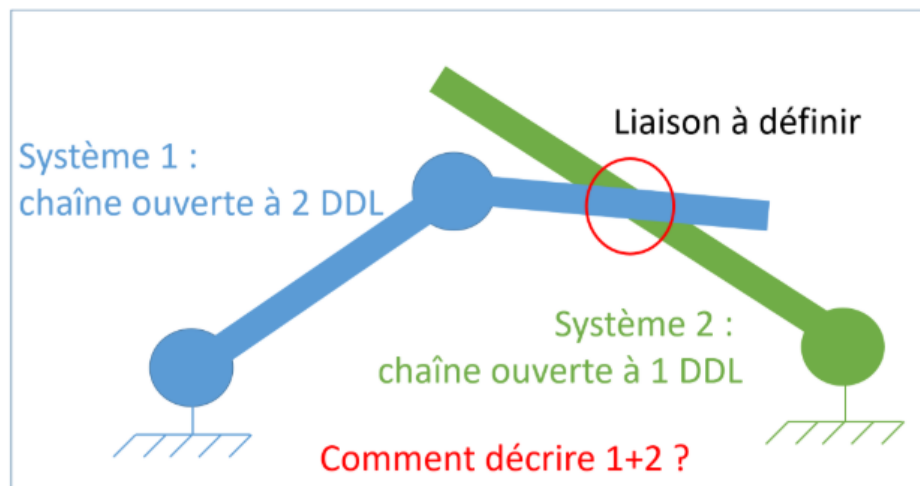


FIGURE 8 – La problématique de la chaîne fermée

On met au point une méthode en s'intéressant à un système plan simple 1DDL – 2 DDL. On note L_1 la longueur de la première barre (entre les pivots 1 et 2) et l_1 la distance entre le centre de la pivot 1 et et le centre d'inertie de la première barre (respectivement L_2 , l_2 et L_3 , l_3 pour les solides 2 et 3). L'axe de la barre i est noté r_i . La pivot i

est paramétrée par l'angle θ_i .

Ici, il nous faut déterminer la ou les liaisons permettant de conserver au moins une mobilité au système, de préférence sans le rendre hyperstatique. Nous considérons tout d'abord une liaison pivot entre 1 et 2 pour nous approprier la démarche. Nous obtenons alors les relations suivantes :

3.1.1 Relations de fermeture cinématique

Les champs de vitesse \dot{X}_2 et \dot{X}_3 s'écrivent :

$$\dot{X}_2 = \dot{\theta}_1 \mathbf{i}_z \wedge L_1 \mathbf{r}_1 + (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \mathbf{i}_z \wedge L_2 \mathbf{r}_2$$

$$\dot{X}_3 = \dot{\theta}_3 \mathbf{i}_z \wedge L_3 \mathbf{r}_3$$

La condition $\dot{X}_2 = \dot{X}_3$ conduit à deux équations scalaires :

$$(\dot{\theta}_1 \mathbf{i}_z \wedge L_1 \mathbf{r}_1 + (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \mathbf{i}_z \wedge L_2 \mathbf{r}_2) \cdot \mathbf{i}_x = (\dot{X}_3 = \dot{\theta}_3 \mathbf{i}_z \wedge L_3 \mathbf{r}_3 \cdot \mathbf{i}_x$$

$$(\dot{\theta}_1 \mathbf{i}_z \wedge L_1 \mathbf{r}_1 + (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \mathbf{i}_z \wedge L_2 \mathbf{r}_2) \cdot \mathbf{i}_y = (\dot{X}_3 = \dot{\theta}_3 \mathbf{i}_z \wedge L_3 \mathbf{r}_3 \cdot \mathbf{i}_y$$

Soit :

$$\dot{\theta}_1 (\mathbf{i}_z \wedge L_1 \mathbf{r}_1 + \mathbf{i}_z \wedge L_2 \mathbf{r}_2) \cdot \mathbf{i}_x + \dot{\theta}_2 \mathbf{i}_z \wedge L_2 \mathbf{r}_2 \cdot \mathbf{i}_x = \dot{\theta}_3 \mathbf{i}_z \wedge L_3 \mathbf{r}_3 \cdot \mathbf{i}_x$$

que l'on peut mettre sous la forme :

$$\begin{pmatrix} (\mathbf{i}_z \wedge L_1 \mathbf{r}_1 + \mathbf{i}_z \wedge L_2 \mathbf{r}_2) \cdot \mathbf{i}_x & (\mathbf{i}_z \wedge L_2 \mathbf{r}_2) \cdot \mathbf{i}_x & -(\mathbf{i}_z \wedge L_3 \mathbf{r}_3) \cdot \mathbf{i}_x \\ (\mathbf{i}_z \wedge L_1 \mathbf{r}_1 + \mathbf{i}_z \wedge L_2 \mathbf{r}_2) \cdot \mathbf{i}_y & (\mathbf{i}_z \wedge L_2 \mathbf{r}_2) \cdot \mathbf{i}_y & -(\mathbf{i}_z \wedge L_3 \mathbf{r}_3) \cdot \mathbf{i}_y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

3.1.2 Prise en compte des efforts de liaison

Dans les équations d'équilibre présentées pour les deux sous-systèmes, on a volontairement omis les efforts de liaison. Or, ces efforts induisent, pour les sous-systèmes I et II, des moments autour des centres des pivots. On a :

Moment de $\mathcal{F}_{3 \rightarrow 2}$ autour du pivot entre 1 et 2 : $\mathcal{M}_{3 \rightarrow 2}^{1/2} = L_2 \mathbf{r}_2 \wedge \mathbf{F}_{3 \rightarrow 2}$

Moment de $\mathcal{F}_{3 \rightarrow 2}$ autour du pivot entre 1 et le bâti : $\mathcal{M}_{3 \rightarrow 2}^{0/1} = (L_1 \mathbf{r}_1 + L_2 \mathbf{r}_2) \wedge \mathbf{F}_{3 \rightarrow 2}$

Moment de $\mathcal{F}_{2 \rightarrow 3}$ autour du pivot entre 3 et le bâti : $\mathcal{M}_{3 \rightarrow 2}^{0/1} = L_3 \mathbf{r}_3 \wedge \mathbf{F}_{3 \rightarrow 2}$

On introduit deux nouvelles inconnues \mathbf{F}_x et \mathbf{F}_y pour décrire les efforts d'interactions, telles que

$$\mathcal{F}_{2 \rightarrow 3} = -\mathcal{F}_{3 \rightarrow 2} = \mathbf{F}_x i_x + \mathbf{F}_y i_y$$

On peut alors mettre les équations d'équilibre sous la forme :

$$\begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} C_{11}(\dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2) & C_{12}(\dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2) \\ C_{21}(\dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2) & C_{22}(\dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} G_1(\theta_1, \theta_2) \\ G_2(\theta_1, \theta_2) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} ((L_1 \mathbf{r}_1 + L_2 \mathbf{r}_2) \wedge (\mathcal{F}_x \mathbf{i}_x + \mathcal{F}_y \mathbf{i}_y)) \cdot \mathbf{i}_z \\ (L_2 \mathbf{r}_2 \wedge (\mathcal{F}_x \mathbf{i}_x + \mathcal{F}_y \mathbf{i}_y)) \cdot \mathbf{i}_z \end{pmatrix} \\ = \begin{pmatrix} C_{m1} \\ C_{m2} \end{pmatrix}$$

$$A_{33} \ddot{\theta}_3 + C_{33}(\theta_3, \dot{\theta}_3) \dot{\theta}_3 + G_3(\theta_3) - (L_3 \mathbf{r}_3 \wedge (F_x \mathbf{i}_x + F_y \mathbf{i}_y)) \cdot \mathbf{i}_z = C_{m3}$$

Grâce à l'invariance du produit mixte par permutation circulaire, on a

$$\begin{pmatrix} ((L_1 \mathbf{r}_1 + L_2 \mathbf{r}_2) \wedge (\mathcal{F}_x \mathbf{i}_x + \mathcal{F}_y \mathbf{i}_y) \cdot \mathbf{i}_z) \\ (L_2 \mathbf{r}_2 \wedge (\mathcal{F}_x \mathbf{i}_x + \mathcal{F}_y \mathbf{i}_y) \cdot \mathbf{i}_z) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_x (L_1 \mathbf{i}_z \wedge \mathbf{r}_1 + L_2 \mathbf{i}_z \wedge \mathbf{r}_2) \cdot \mathbf{i}_x + F_y (L_1 \mathbf{i}_z \wedge \mathbf{r}_1 + L_2 \mathbf{i}_z \wedge \mathbf{r}_2) \cdot \mathbf{i}_y \\ F_x (L_2 \mathbf{i}_z \wedge \mathbf{r}_2) \cdot \mathbf{i}_x + F_y (L_2 \mathbf{i}_z \wedge \mathbf{r}_2) \cdot \mathbf{i}_y \end{pmatrix} \text{ et} \\ (L_3 \mathbf{r}_3 \wedge (F_x \mathbf{i}_x + F_y \mathbf{i}_y)) \cdot \mathbf{i}_z = F_x (L_3 \mathbf{i}_z \wedge \mathbf{r}_3) \cdot \mathbf{i}_x + F_y (L_3 \mathbf{i}_z \wedge \mathbf{r}_3) \cdot \mathbf{i}_y$$

Il est intéressant de remarquer la symétrie des termes entre les relations de fermeture et les moments des efforts de liaison.

3.2 Liaison pivot + glissière

On applique maintenant la même démarche, plus rapidement, dans le cas où les systèmes 1 et 2 sont liés par un pivot glissant. Fermeture géométrique : $L_1 \mathbf{r}_1 + L_2 \mathbf{r}_2 = (L_3 + \lambda) \mathbf{r}_3 + \mathbf{X}_{c3}$

Fermeture cinématique : comme \mathbf{X}_{c3} est fixe on a $\dot{\mathbf{X}}_{c3} = \mathbf{0}$ d'où :

$$L_1 \dot{q}_1 \mathbf{i}_z \wedge \mathbf{r}_1 + (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) L_2 \mathbf{i}_z \wedge \mathbf{r}_2 = L_3 \dot{q}_3 \mathbf{i}_z \wedge \mathbf{r}_3 + \dot{\lambda} \mathbf{r}_3 + \lambda \dot{q}_3 \mathbf{i}_z \wedge \mathbf{r}_3$$

Projection sur $\mathbf{i}_z \wedge \mathbf{r}_3$:

$$(L_1 \dot{q}_1 \mathbf{i}_z \wedge \mathbf{r}_1 + (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) L_2 \mathbf{i}_z \wedge \mathbf{r}_2) (\mathbf{i}_z \wedge \mathbf{r}_3) = L_3 \dot{q}_3 + \lambda \dot{q}_3$$

Avec : $\lambda = L_1 \mathbf{r}_1 \cdot \mathbf{r}_2 + L_2 (\mathbf{r}_2 \cdot \mathbf{r}_3) - L_3$

D'où : $(L_1 \dot{q}_1 \mathbf{i}_z \wedge \mathbf{r}_1 + (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) L_2 \mathbf{i}_z \wedge \mathbf{r}_2) (\mathbf{i}_z \wedge \mathbf{r}_3) = L_3 \dot{q}_3 + (L_1 (\mathbf{r}_1 \cdot \mathbf{r}_3) + L_2 (\mathbf{r}_2 \cdot \mathbf{r}_3) - L_3) \dot{q}_3$

Soit : $(L_1 \dot{q}_1 \mathbf{i}_z \wedge \mathbf{r}_1 + (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) L_2 \mathbf{i}_z \wedge \mathbf{r}_2) (\mathbf{i}_z \wedge \mathbf{r}_3) = (L_1 (\mathbf{r}_1 \cdot \mathbf{r}_3) + L_2 (\mathbf{r}_2 \cdot \mathbf{r}_3)) \dot{q}_3$

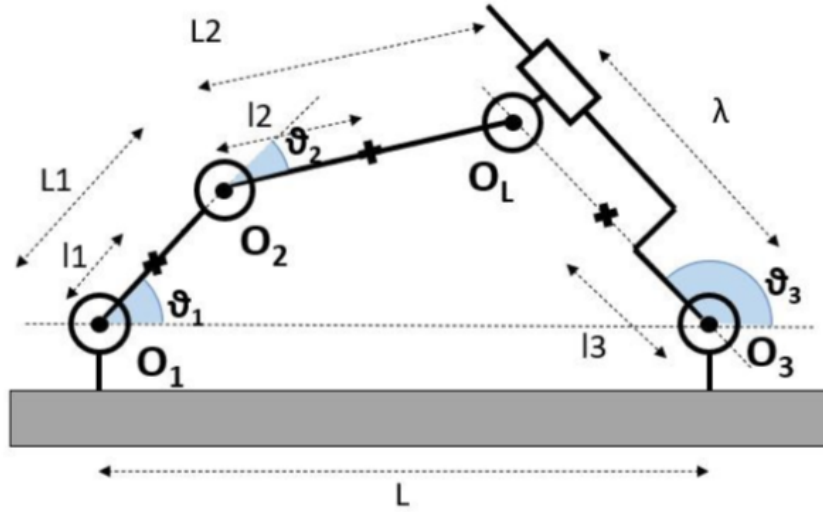


FIGURE 9 – Schéma cinématique du couplage avec pivot-glissière

Puisque la liaison pivot-glissière garantit l'isostatisme du système dans un modèle plan, c'est elle que nous continuerons de considérer pour la suite de notre étude.

Mise en place du système couplé

Le système couplé s'obtient en introduisant une inconnue supplémentaire \mathbf{F} , et en considérant donc comme vecteur d'inconnues le vecteur $(\dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3)^T$. Les relations de fermetures et les moments des efforts de liaison sont intégrés aux termes de la matrice qui prend la forme :

$$\begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & 0 & B_1 \\ C_{21} & C_{22} & 0 & B_2 \\ 0 & 0 & C_{33} & B_3 \\ B_1 & B_2 & B_3 & 0 \end{pmatrix}$$

avec :

$$B_1 = (L_1 \cdot z \wedge \mathbf{r}_2 + L_2 \cdot z \wedge \mathbf{r}_2) \cdot (z \wedge \mathbf{r}_3)$$

$$B_2 = L_2 \cdot (z \wedge \mathbf{r}_2) \cdot (z \wedge \mathbf{r}_3)$$

$$B_3 = -(L_1 \cdot \mathbf{r}_1 \cdot \mathbf{r}_2 + L_2 \cdot \mathbf{r}_2 \cdot \mathbf{r}_3)$$

La matrice associée aux termes d'inertie est augmentée, et complétée par des zéros :

$$A_{1+2+3} = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & 0 & 0 \\ A_{21} & A_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A_{33} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Et les termes d'efforts extérieurs sont concaténés, et également complétés par des zéros :

$$G_{1+2+3} = (G_1 \quad G_2 \quad G_3 \quad 0)^T$$

$$C_{\text{ext}} = (C_{m1} \quad C_{m2} \quad C_{m3} \quad 0)^T$$

3.3 Simulation

Nous pouvons traduire le système d'équations précédent en un schéma bloc dont l'entrée est la matrice des couples appliquées.

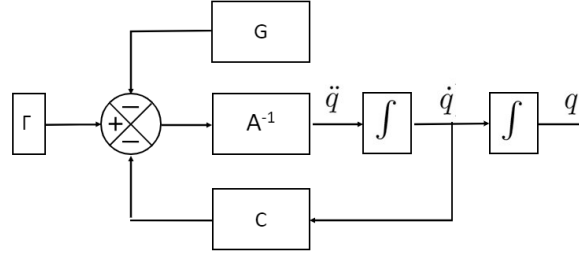


FIGURE 10 – Le schéma bloc associé à la simulation

Nous avons donc besoin d'inverser la matrice d'inertie A . Or celle-ci a une ligne et une colonne de zéros. Pour pouvoir simuler le couplage, deux possibilités s'offrent alors à nous. D'une part, nous pouvons régulariser la matrice A en remplaçant le terme nul de sa diagonale par un coefficient α très petit (facteur 10^{-5}) devant les autres valeurs de la diagonale. D'autre part, nous pouvons abandonner l'écriture matricielle, et résoudre à la place, à chaque pas de temps, les équations de la dynamique en intégrant l'effort F . Nous avons choisi la première solution, soit la régularisation de A de type Thikonov.

Grâce à cette simulation, il est possible d'observer le mouvement de notre système couplé à une réponse libre ou contrôlée. Par ailleurs, nous avons accès à l'ordre de grandeur de F : cette force devra être minimisée dans le cas du système réel. En effet, cet effort étant orienté perpendiculairement au bras, le patient risque d'être gêné, voire d'avoir mal. Cela va complètement à l'encontre de l'objectif d'aide ou de rééducation de l'exosquelette.

3.4 Couplage de l'exosquelette et du bras humain

Pour garder l'isostatisme du système, le couplage peut être réalisé grâce à une liaison annulaire ou une liaison annulaire rectiligne (4 degrés de liberté). Sur le schéma ci-dessus, nous avons fait ce premier choix. Par ailleurs, le couplage a été réalisé en deux points : au niveau du poignet et au niveau de l'épaule. Ceci a pour but de répartir les efforts mentionnés précédemment et ainsi réduire l'inconfort du patient. En couplant deux systèmes à 4 DDL, on obtiendra des matrices A et C de taille 8×8 . En adaptant leur taille au couplage et en prenant en compte les deux inconnues d'effort aux deux liaisons, on obtiendra des matrices de taille 12×12 .

Avec les valeurs de ces matrices déterminées par un autre groupe, il suffirait d'adapter la taille des entrées et des sorties de notre schéma Simulink pour modéliser le couplage.

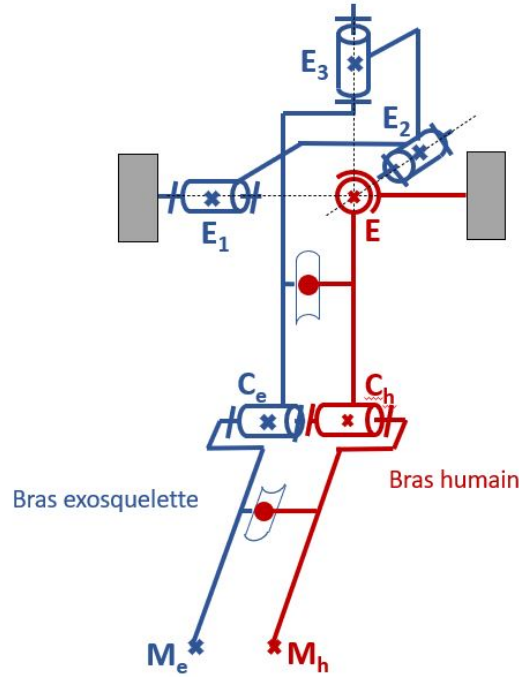


FIGURE 11 – Le schéma de couplage

4 Conclusion

L'étude cinématique menée permet de s'assurer de la compatibilité du bras et de l'exosquelette, en terme d'espace de travail. On peut donc s'assurer qu'un patient moyen ne sera pas entravé dans ses mouvements. Dans la pratique, les angles de débattement de l'exosquelette peuvent être paramétrés pour s'assurer que l'exosquelette n'acceptera que des mouvements compris dans son espace de travail.

Pour ce qui est de l'étude dynamique du couplage, nous aurions pu poursuivre en appliquant la méthode de couplage au système exosquelette + bras si nous avions disposé des équations de la dynamique nécessaires. Cela dit, les matrices obtenues auraient été plus lourdes et difficilement manipulables à la main. De la même manière que pour le système simple, une simulation avec Simulink aurait permis de s'assurer de l'isostatisme du système et de s'intéresser aux forces exercées au niveau des liaisons en fonction des couples à exercer au niveau de l'épaule et du coude. La connaissance de ces forces pourrait permettre de dimensionner les attaches réelles de l'exosquelette sur le patient : en effet, la grandeur déterminante pour savoir si l'exosquelette lui fera mal n'est pas la force exercée sur la liaison mais la pression en tout point de contact. On pourra donc choisir des surfaces assez grandes pour que de tels efforts ne soient pas douloureux pour la plage envisagée pour les couples des moteurs de l'exosquelette.

Au cours des différentes démarches que nous avons eu à mener, nous avons rencontré de nombreux calculs et fait intervenir de nombreuses grandeurs. Il était donc capital de se ramener souvent au paramétrage du système afin de ne pas perdre de vue la signification physique de ce que nous écrivions ainsi que de tracer souvent les courbes d'évolution des grandeurs étudiées pour avoir une sensation visuelle de la cohérence des résultats.

Afin de poursuivre l'étude, on pourrait complexifier le modèle de l'épaule humaine, et envisager une architecture plus complexe de l'exosquelette mais qui permettrait de restituer également les mouvements de la scapula et de la clavicule, par exemple.

5 Annexe

MGD humain

$$\begin{pmatrix} c\theta_y c\theta_z & s\varphi s\theta_y - c\varphi c\theta_y s\theta_z & c\varphi c\theta_y - c\theta_y s\varphi s\theta_z & -bs\theta_y - ac\varphi s\theta_y - ac\theta_y s\theta_z \\ c\theta_y c\theta_z + c\theta_z s\theta_x s\theta_y & c\varphi\sigma_1 - c\theta_y s\varphi s\theta_x & -s\varphi\sigma_1 - c\varphi c\theta_y s\theta_x & bc\theta_y s\theta_x + as\varphi\sigma_1 + ac\varphi c\theta_y s\theta_x \\ s\theta_x s\theta_z - c\theta_x c\theta_z s\theta_y & c\varphi\sigma_2 + c\theta_x c\theta_y s\varphi & c\varphi c\theta_x c\theta_y - s\varphi\sigma_2 & as\varphi\sigma_2 - ac\theta_x c\theta_y - bc\varphi c\theta_x c\theta_y \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ où : } \begin{cases} \sigma_1 = \cos \theta_x \cos \theta_z - \sin \theta_x \sin \theta_y \sin \theta_z \\ \sigma_2 = \cos \theta_z \sin \theta_x + \cos \theta_x \sin \theta_y \sin \theta_z \end{cases}$$

Matrice jacobienne du bras humain

$$\begin{pmatrix} 0 & as\varphi s\theta_y s\theta_z - ac\varphi c\theta_y - bc\theta_y & -ac\theta_y c\theta_z s\varphi & as\varphi s\theta_y - ac\varphi c\theta_y s\theta_z \\ bc\theta_x c\theta_y - as\varphi\sigma_2 + bc\varphi c\theta_x c\theta_y & -bs\theta_x s\theta_y - ac\varphi s\theta_x s\theta_y - ac\theta_y s\varphi s\theta_x s\theta_z & -as\varphi c\theta_x s\theta_z + c\theta_z s\theta_x s\theta_y & ac\varphi\sigma_1 - as\varphi c\theta_y s\theta_x \\ bc\theta_y s\theta_x + as\varphi\sigma_1 + bc\varphi c\theta_y s\theta_x & bc\theta_x s\theta_y + ac\varphi c\theta_x s\theta_y - ac\theta_x c\theta_y s\varphi s\theta_z & -as\varphi s\theta_x s\theta_z - c\theta_x c\theta_z s\theta_y & ac\varphi\sigma_2 + ac\theta_x c\theta_y s\varphi \\ 0 & s\theta_y & s\theta_y & c\varphi s\theta_y + c\theta_y s\varphi s\theta_z \\ -s\theta_x & \sigma_3 & \sigma_3 & -s\varphi\sigma_1 - c\theta_y c\varphi s\theta_x \\ c\theta_x & \sigma_4 & \sigma_4 & c\varphi c\theta_x c\theta_y - s\varphi\sigma_2 \end{pmatrix} \text{ où : } \begin{cases} \sigma_1 = \cos \theta_x \cos \theta_z - \sin \theta_x \sin \theta_y \sin \theta_z \\ \sigma_2 = \cos \theta_z \sin \theta_x + \cos \theta_x \sin \theta_y \sin \theta_z \\ \sigma_3 = -\cos \theta_y \sin \theta_x \\ \sigma_4 = \cos \theta_x \cos \theta_y \end{cases}$$

MGD de l'exosquelette

$$10 \quad \begin{pmatrix} c\theta_y c\theta_z & s\varphi s\theta_y - c\varphi c\theta_y s\theta_z & \sigma_1 & c - a\sigma_1 - bs\theta_y - ds\theta_y \\ c\theta_x s\theta_z + c\theta_z s\theta_x s\theta_y & c\varphi\sigma_2 - c\theta_y s\varphi s\theta_x & -s\varphi\sigma_2 - \sigma_4 & as\varphi\sigma_2 + \sigma_4 + bc\theta_x s\theta_x + dc\theta_y s\theta_x \\ s\theta_x s\theta_z - c\theta_x c\theta_z s\theta_y & c\varphi\sigma_3 + c\theta_x c\theta_y s\varphi & \sigma_5 - s\varphi\sigma_3 & as\varphi\sigma_3 + \sigma_5 - bc\theta_x c\theta_y - dc\theta_x c\theta_y \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ où : } \begin{cases} \sigma_1 = \cos \varphi \sin \theta_y + \cos \theta_y \sin \varphi \sin \theta_z \\ \sigma_2 = \cos \theta_x \sin \theta_z - \sin \theta_x \sin \theta_y \sin \theta_z \\ \sigma_3 = \cos \theta_z \sin \theta_x + \cos \theta_x \sin \theta_y \sin \theta_z \\ \sigma_4 = \cos \varphi \cos \theta_y \sin \theta_x \\ \sigma_5 = \cos \varphi \cos \theta_x \cos \theta_y \end{cases}$$

Matrice jacobienne de l'exosquelette

$$\begin{pmatrix} 0 & -as\varphi s\theta_y s\theta_z - c\varphi c\theta_y - bc\theta_y - dc\theta_y & -ac\theta_y c\theta_z s\varphi & as\varphi s\theta_y - ac\varphi c\theta_y s\theta_z \\ bc\theta_x c\theta_y - as\varphi\sigma_2 - \sigma_4 + dc\theta_x c\theta_y & -bs\theta_x s\theta_y - ac\varphi s\theta_x s\theta_y - ac\theta_y s\varphi s\theta_x s\theta_z - ds\theta_x s\theta_y & -as\varphi c\theta_x s\theta_z + c\theta_z s\theta_x s\theta_y & ac\varphi\sigma_1 - as\varphi c\theta_y s\theta_x \\ bc\theta_y s\theta_x + as\varphi\sigma_1 + \sigma_3 + dc\theta_y s\theta_x & bc\theta_x s\theta_y + ac\varphi c\theta_x s\theta_y + ac\theta_x c\theta_y s\varphi s\theta_z + dc\theta_x s\theta_y & -as\varphi s\theta_x s\theta_z - c\theta_x c\theta_z s\theta_y & ac\varphi\sigma_2 + ac\theta_x c\theta_y s\varphi \\ 0 & s\theta_y & s\theta_y & c\varphi s\theta_y + c\theta_y s\varphi s\theta_z \\ -s\theta_x & \sigma_4 & \sigma_5 & -s\varphi\sigma_1 - \sigma_3 \\ c\theta_x & \sigma_4 & \sigma_6 & \sigma_4 - s\varphi\sigma_2 \end{pmatrix}$$

$$\text{où : } \begin{cases} \sigma_1 = \cos \theta_x \cos \theta_z - \sin \theta_x \sin \theta_y \sin \theta_z \\ \sigma_2 = \cos \theta_z \sin \theta_x + \cos \theta_x \sin \theta_y \sin \theta_z \\ \sigma_3 = \cos \phi \cos \theta_y \sin \theta_x \\ \sigma_4 = \cos \phi \cos \theta_x \cos \theta_y \\ \sigma_5 = -\cos \theta_y \sin \theta_x \\ \sigma_6 = \cos \theta_x \cos \theta_y \end{cases}$$