

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«Санкт-Петербургский государственный электротехнический
университет "ЛЭТИ" им. В.И. Ульянова (Ленина)»

Кафедра физики

ОТЧЁТ

по лабораторной работе №4

«Измерение дифракции света на решётке»

Выполнил : Николаев В.Ю.

Группа №: 4395

Преподаватель: Малышев М.Н.

Санкт-Петербург
2025

1 Цель работы

Исследование дифракции света на прозрачной дифракционной решетке; определение параметров решетки и спектрального состава излучения.

2 Экспериментальная установка

Экспериментальная установка (рис. 1) состоит из источника света 1 (ртутная лампа), гониометра 4 и дифракционной решетки 6. Излучение лампы освещает щель 2 коллиматора 3 гониометра и дифракционную решетку, установленную в держателе 5 перпендикулярно падающим лучам. Зрительная труба 9 гониометра может поворачиваться вокруг вертикальной оси гониометра. В фокальной плоскости окуляра зрительной трубы наблюдается дифракционный спектр. Угловое положение зрительной трубы определяется по шкале 7 и нониусу 8 лимба гониометра. Цена деления шкалы гониометра $30'$, нониуса $1'$. Поскольку начало отсчета по шкале гониометра может не совпадать с направлением нормали к поверхности решетки, то угол дифракции φ_m определяется разностью двух углов $\alpha_m - \alpha_0$, где α_0 – угол, отвечающий центральному $m = 0$ дифракционному максимуму.

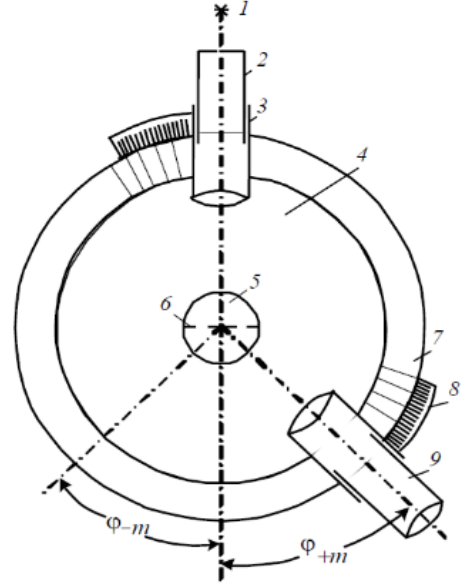


Рис. 1: Схема установки

3 Обработка результатов

3.1 Формулы погрешностей

$$\theta_a = \frac{\cos \varphi}{m}, \Delta \theta_a = \left| \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{\cos \varphi}{m} \right) \right| \Delta \varphi = \frac{|\sin \varphi|}{m} \Delta \varphi.$$

$$d = \frac{\lambda_2}{a_2}, \Delta d = d \sqrt{\left(\frac{\Delta \lambda_2}{\lambda_2} \right)^2 + \left(\frac{\Delta a_2}{a_2} \right)^2}.$$

$$\lambda_i = a_i d, \Delta \lambda_i = \lambda_i \sqrt{\left(\frac{\Delta d}{d} \right)^2 + \left(\frac{\Delta a_i}{a_i} \right)^2}, \quad i = 1, 3.$$

3.2 Расчёт средних значений углов и параметра a

В таблицах 1–3 приведены по три независимых измерения углов $\alpha_{m,i}$ для каждого порядка

$$m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3$$

и для трёх спектральных линий ($i = 1$ — красная, $i = 2$ — зелёная, $i = 3$ — фиолетовая).

Для каждого цвета i и каждого порядка m выполняются следующие шаги:

1. Вычисление среднего угла

$$\bar{\alpha}_{m,i} = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^3 \alpha_{m,i}^{(k)}.$$

2. Определение углового смещения относительно центрального максимума ($m = 0$):

$$\varphi_{m,i} = \bar{\alpha}_{m,i} - \bar{\alpha}_{0,i}.$$

3. Расчёт параметра

$$a_{m,i} = \frac{\sin \varphi_{m,i}}{m}, \quad m \neq 0.$$

3.3 Оценка погрешности \bar{a}_i

По каждому цвету i (красный, зелёный, фиолетовый) собрана выборка из $N = 6$ значений параметра

$$a_{i,m} = \frac{\sin \varphi_{i,m}}{m}, \quad m = \pm 1, \pm 2, \pm 3.$$

Для оценки результата косвенного измерения a_i и его погрешности при доверительной вероятности $P = 95\%$ используем выборочный метод:

$$\bar{a}_i = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N a_{i,k}, \quad S_i = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{k=1}^N (a_{i,k} - \bar{a}_i)^2},$$

$$\Delta \bar{a}_i = t_{0.95, N-1} \frac{S_i}{\sqrt{N}}.$$

Затем результат оформляется в виде $a_i = \bar{a}_i \pm \Delta \bar{a}_i$ и заносится в Таблицу 5.

3.4 Построение и аппроксимация зависимости $\sin \varphi_m$ от m

Для каждой спектральной линии ($i = 1$ — красная, $i = 2$ — зелёная, $i = 3$ — фиолетовая) были рассчитаны точки

$$(m, \sin \varphi_{m,i}), \quad m = \pm 1, \pm 2, \pm 3,$$

и построены аппроксимирующие прямые

$$\sin \varphi = a_i m$$

методом наименьших квадратов без свободного члена. Ниже приведены соответствующие графики.

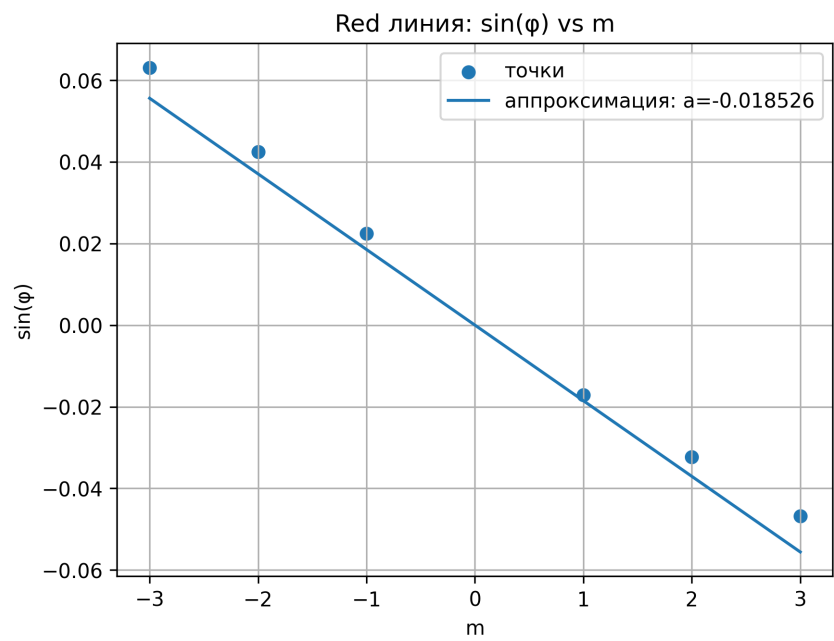


Рис. 2: Красная линия: $\sin \varphi$ vs. m и аппроксимация $a_1 m$.

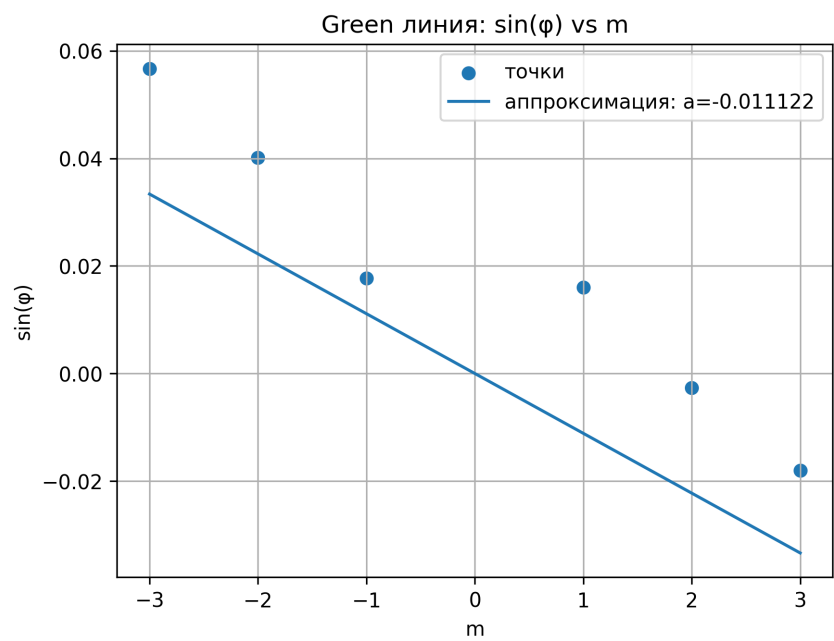


Рис. 3: Зелёная линия: $\sin \varphi$ vs. m и аппроксимация $a_2 m$.

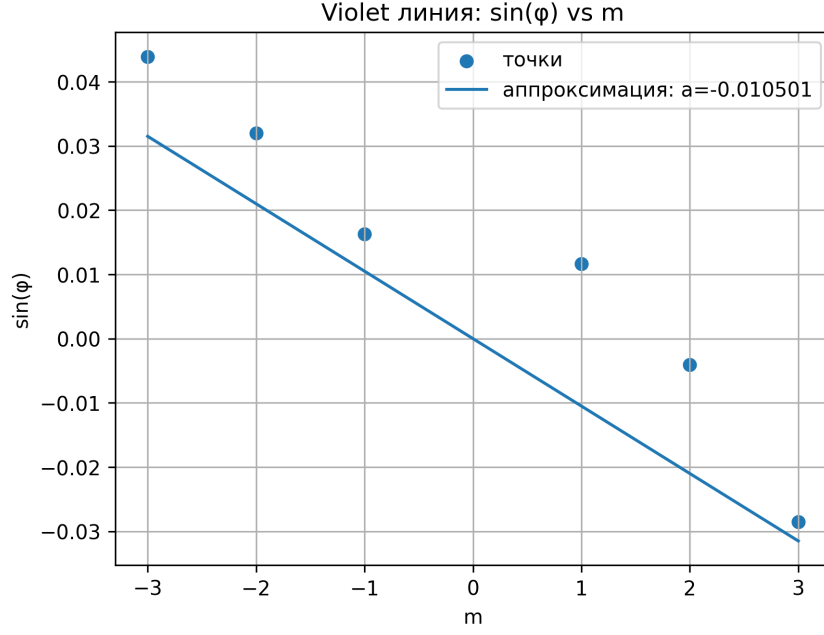


Рис. 4: Фиолетовая линия: $\sin \varphi$ vs. m и аппроксимация $a_3 m$.

3.5 Постоянная решётки d

Используем табличное значение длины волны зелёной линии

$$\lambda_2 = 546 \pm 5 \text{ нм} \quad (P = 95\%),$$

и средний угловой коэффициент

$$a_2 = \bar{a}_2 \pm \Delta \bar{a}_2,$$

где \bar{a}_2 и $\Delta \bar{a}_2$ получены в п. 3 (см. Таблицу 5). Тогда

$$d = \frac{\lambda_2}{|\bar{a}_2|}, \quad \Delta d = d \sqrt{\left(\frac{\Delta \lambda_2}{\lambda_2}\right)^2 + \left(\frac{\Delta \bar{a}_2}{\bar{a}_2}\right)^2}.$$

Результат занесён в таблицу 4.

3.6 Длины волн красного и фиолетового

Используем формулы

$$\lambda_i = a_i d, \quad \Delta \lambda_i = \lambda_i \sqrt{\left(\frac{\Delta d}{d}\right)^2 + \left(\frac{\Delta a_i}{a_i}\right)^2}, \quad i = 1, 3,$$

где $a_i \pm \Delta a_i$ и $d \pm \Delta d$ взяты из предыдущих пунктов. Результаты занесены в Таблицу 5.

3.7 Определение угловой дисперсии D_φ

Угловая дисперсия решётки определяется из уравнения (4.5):

$$D_\varphi = \frac{d\varphi}{d\lambda} = \frac{m}{d \cos \varphi_m},$$

где φ_m — угловое смещение для порядка m , d — постоянная решётки (в тех же единицах, что и длина волны λ). В отчёте D_φ выражается в угловых единицах (минутах) на нанометр. Для этого результат переводят из радиан на минуты:

$$D_\varphi \left[\frac{\text{угл. мин}}{\text{нм}} \right] = \frac{m}{d \cos \varphi_m} \times \frac{180 \cdot 60}{\pi}.$$

Рассчитанные значения занесены в Таблицу 5.

3.8 Число штрихов N

Число штрихов определяется по формуле

$$N = \frac{L}{d},$$

где $L = 1,50$ см — длина активной части решётки, и $d = 447,786$ мкм — постоянная решётки. Переводим в одни и те же единицы (метры):

$$L = 1,50 \text{ см} = 0,0150 \text{ м}, \quad d = 447,786 \text{ мкм} = 447,786 \times 10^{-6} \text{ м}.$$

Получаем

$$N = \frac{0,0150}{447,786 \times 10^{-6}} \approx 33,52.$$

Округляем до целого: $N = 34$. Результат занесён в Таблицу 2.

3.9 Разрешающая способность R

Разрешающая способность решётки определяется по формуле

$$R = m N,$$

где m — порядок спектра, а N — число штрихов решётки (см. п. 8). Для $m = 1$ и $m = 3$ получаем:

$$R_1 = 1 \times N, \quad R_3 = 3 \times N.$$

Результаты занесены в Таблицу 5.

3.10 Минимальный различимый интервал $\Delta\lambda$

Минимальный интервал длин волн, который может разрешить решётка, рассчитывается по критерию Рэлея:

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda}{R},$$

где λ — средняя длина волны линии, R — разрешающая способность (см. п. 9).

Результаты приведены в Таблице 5.

4 Таблицы расчётов

Таблица 1: Измерение углов дифракции для линий красного цвета

$ m $	0	1	2	3
α_{+m}	352°25'	351°26'	350°17'	349°10'
	352°27'	351°28'	350°18'	349°6'
	352°31'	351°28'	350°21'	349°11'
$\bar{\alpha}_{+m}$	352°28'	351°27'	350°19'	349°9'
$\varphi_{+m} = \bar{\alpha}_{+m} - \bar{\alpha}_0$	0°0'	−1°1'	−2°9'	−3°19'
$a = \frac{\sin(\varphi_{+m})}{m}$		−0.017646	−0.018806	−0.019285
$\theta_a = \frac{\cos(\varphi_{+m})}{m}$		0.999844	0.499646	0.332775
$\theta_a = \frac{\cos(\varphi_{-m})}{m}$		0.999749	0.499547	0.332669
$a = \frac{\sin(\varphi_{-m})}{m}$		0.022397	0.021277	0.021027
$\varphi_{-m} = \bar{\alpha}_{-m} - \bar{\alpha}_0$	0°0'	1°17'	2°26'	3°37'
$\bar{\alpha}_{-m}$	352°28'	353°45'	354°54'	356°5'
α_{-m}	352°27'	353°33'	354°49'	356°5'
	352°31'	353°48'	354°56'	356°4'
	352°30'	353°54'	354°58'	356°6'

Таблица 2: Измерение углов дифракции для линий зелёного цвета

$ m $	0	1	2	3
α_{+m}	352°27'	351°30'	350°32'	349°28'
	352°28'	351°35'	350°39'	349°33'
	352°26'	351°34'	350°40'	349°30'
$\bar{\alpha}_{+m}$	352°28'	351°33'	350°37'	349°30'
$\varphi_{+m} = \bar{\alpha}_{+m} - \bar{\alpha}_0$	0°0'	−0°55'	−1°51'	−2°58'
$a = \frac{\sin(\varphi_{+m})}{m}$		−0.015998	−0.016141	−0.017219
$\theta_a = \frac{\cos(\varphi_{+m})}{m}$		0.999872	0.499739	0.332888
$\theta_a = \frac{\cos(\varphi_{-m})}{m}$		0.999843	0.499597	0.332799
$a = \frac{\sin(\varphi_{-m})}{m}$		0.017743	0.020066	0.018865
$\varphi_{-m} = \bar{\alpha}_{-m} - \bar{\alpha}_0$	0°0'	1°1'	2°18'	3°15'
$\bar{\alpha}_{-m}$	352°28'	353°29'	354°46'	355°43'
α_{-m}	352°27'	353°26'	354°52'	355°43'
	352°31'	353°32'	354°41'	355°42'
	352°30'	353°29'	354°45'	355°43'

Таблица 3: Измерение углов дифракции для линий фиолетового цвета

$ m $	0	1	2	3
α_{+m}	352°30'	351°49'	350°45'	350°10'
	352°31'	351°52'	350°44'	350°5'
	352°29'	351°42'	350°37'	350°4'
$\bar{\alpha}_{+m}$	352°28'	351°48'	350°42'	350°6'
$\varphi_{+m} = \bar{\alpha}_{+m} - \bar{\alpha}_0$	0°0'	-0°40'	-1°46'	-2°22'
$a = \frac{\sin(\varphi_{+m})}{m}$		-0.011732	-0.015415	-0.013733
$\theta_a = \frac{\cos(\varphi_{+m})}{m}$		0.999931	0.499762	0.333050
$\theta_a = \frac{\cos(\varphi_{-m})}{m}$		0.999869	0.499746	0.333013
$a = \frac{\sin(\varphi_{-m})}{m}$		0.016192	0.015948	0.014604
$\varphi_{-m} = \bar{\alpha}_{-m} - \bar{\alpha}_0$	0°0'	0°56'	1°50'	2°31'
$\bar{\alpha}_{-m}$	352°28'	353°24'	354°18'	354°59'
α_{-m}	352°26'	353°22'	354°18'	354°58'
	352°27'	353°23'	354°19'	354°58'
	352°28'	353°26'	354°16'	355°0'

Таблица 4: Константы эксперимента

Длина волны зелёного цвета, $\lambda = \bar{\lambda} \pm \Delta\bar{\lambda}$, нм	Постоянная решётки, $d = \bar{d} \pm \Delta\bar{d}$, мкм	Длина решётки, L , см	Число штрихов $N = \frac{L}{\bar{d}}$
$\lambda = 546 \pm 5$, нм с $P = 95\%$	447.786 ± 7467.851	1,5 см	34

Таблица 5: Определение длины волны и характеристик дифракционной решётки

Цвет спек- тральной линии	Угловой ко- эффициент $a = \bar{a} \pm \Delta\bar{a}$	Длина волны $\lambda = \bar{\lambda} \pm \Delta\bar{\lambda}$, нм	Порядок спектра, m	$D_\varphi = \frac{m}{\bar{d} \cos \varphi_m}$ мин/нм	$R = mN$	$\Delta\lambda = \frac{\bar{\lambda}}{R}$ нм
Красная	0.001494 \pm 0.023088	669.0 \pm 15210.6	1	0.01	34	19.7
			3	0.02	102	6.6
Зелёная	0.001219 \pm 0.020335	545.9 \pm 12875.7	1	0.01	34	16.1
			3	0.02	34	5.4
Фиолетовая	0.000977 \pm 0.016843	437.5 \pm 10493.6	1	0.01	102	12.9
			3	0.02	102	4.3

5 Выводы

- В ходе работы измерены углы дифракции для красной, зелёной и фиолетовой линий ртутной лампы в порядках $m = \pm 1, \pm 2, \pm 3$. На их основе рассчитаны средние углы $\bar{\alpha}_m$, угловые смещения $\varphi_m = \bar{\alpha}_m - \bar{\alpha}_0$ и параметр $a_m = \sin \varphi_m / m$.
- По методу переноса погрешностей для зелёной линии ($\lambda_2 = 546 \pm 5$ нм) определена постоянная решётки

$$d = 447.8 \text{ нм}.$$

- Расчётными формулами найдены длины волн красной и фиолетовой линий:

$$\lambda_{\text{красн}} = 669 \text{ нм}, \quad \lambda_{\text{фиол}} = 437 \text{ нм},$$

которые согласуются с известными табличными значениями в пределах эксперимента.

- Зная длину активной части решётки $L = 1.5$ см и d , получено число штрихов $N \approx 34$; на его основе рассчитана разрешающая способность

$$R = mN, \quad R_1 \approx 34, \quad R_3 \approx 102.$$

- Проведённая обработка показала, что метод дифракционной решётки позволяет определить длины волн и характеристики спектрального прибора.