

第六章 集中趋势与离散程度的测定

第六章 集中趋势与离散程度的测定

第一节 平均指标的概念与作用

- 一、概念：
- 二、作用：
- 三、种类

第二节 算数平均数

- 一、算数平均数的基本形式
- 二、算数平均数的计算方法： \bar{x}
 - (一) 简单算术平均数
 - (二) 加权算术平均数
 - (三) 算术平均数的性质

第三节 调和平均数(H)

- 一、概念：
- 特点：
- 二、简单调和平均数
- 三、加权调和平均数

第四节 几何平均数(G)

- 一、简单几何平均
- 二、加权几何平均

第五节 众数和中位数

- 一、众数(M_o)
 - 1. 由未分组资料确定众数
 - 2. 由单项数列确定众数
 - 3. 由组距数列确定众数
- 二、中位数(M_e)
 - 1. 由未分组资料确定中位数：先排序 X_1, X_2, \dots, X_n
 - 2. 由单项数列确定中位数：中点位置 $\frac{\sum f}{2}$ ，该位置所在组就是中位数。
 - 3. 由组距数列确定中位数
- 三、四分位数(Q)

第六节 标志变异指标

- 一、作用
- 二、绝对数形式
 - 1. 全距(R)
 - 2. 四分位差
 - 3. 平均差(A.D)
 - 4. 加权平均差
 - 5. 标准差 σ
 - 6. 加权标准差
 - 7. 是非标志的标准差
 - 8. 标准差系数

1. 算数平均数 \bar{x}

2. 调和平均数 H

3. 几何平均数 G

4. 中位数 M_e

5. 众数 M_o

第一节 平均指标的概念与作用

一、概念：

平均指标：指同类社会经济现象总体内各单位某一数量标志在一定时间、地点和条件下数量差异抽象化的代表性水平指标，其数值表现为平均数，具有单位名称，其计量单位与标志值的计量单位一致

二、作用：

1. 可以了解总体次数分布的集中趋势；
2. 可以对若干同类现象在不同单位、地区间进行比较研究；
3. 可以研究某一总体数值的平均水平在时间上的变化，说明总体的发展过程和趋势；
4. 可以分析现象之间的依存关系；
5. 可以作为某些科学预测、决策和某些推算的依据。

三、种类

1. 按计算方法

- 数值平均数
- 位置平均数

2. 按时间状况不同

- 静态平均数
 - 动态平均数
-

第二节 算数平均数

一、算数平均数的基本形式

算数平均数 = $\frac{\text{总体标志总量}}{\text{总体单位总数}}$

二、算数平均数的计算方法： \bar{x}

(一) 简单算术平均数

- 计算公式：

简单算术平均数 = $\frac{\text{各单位标志值之和}}{\text{总体单位总数}}$ (应用条件：资料未分组)

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{n} = \frac{\sum x}{n}$$

(二) 加权算术平均数

- 计算公式:

加权算术平均数 = $\frac{\text{各组标志值与该组单位数乘积的总和}}{\text{各组单位数的总和}}$ (应用条件: 单项式分组, 各组次数不同)

$$\bar{x} = \frac{x_1f + x_2f + \cdots + x_nf}{\sum f} = \frac{\sum xf}{\sum f}$$

几种特殊平均数

1. 是非平均数: 把具有某种特征的用“1”表示, 不具有该种特征的用“0”表示。
2. 评分平均数: 通常把人们对评价项目的评分组作为x, 把事先规定的项目重要程度作权数f。
3. 等级平均数
4. 先进平均数: 比算术平均数大的数求平均。
5. 截尾平均数: 将数据分成四组, 去掉首尾。

(三) 算术平均数的性质

1. 各个变量值与其平均数离差之和等于零
$$\sum (x - \bar{x}) = 0$$
$$\sum (x - \bar{x})f = 0$$
2. 各个变量值与其平均数离差平方之和为最小值
$$\sum (x - \bar{x})^2 = \text{最小值}$$
$$\sum (x - \bar{x})^2 f = \text{最小值}$$

设 $x_0 \neq \bar{x}$ $x_0 = \bar{x} - c$

$$\begin{aligned}\sum (x - x_0)^2 &= \sum [x - (\bar{x} - c)]^2 \\&= \sum [(x - \bar{x}) + c]^2 \\&= \sum (x - \bar{x})^2 + 2c \sum (x - \bar{x}) + nc^2 \\&= \sum (x - \bar{x})^2 + nc^2 \\&\because nc^2 \geq 0 \\&\therefore \sum (x - x_0)^2 \geq \sum (x - \bar{x})^2 \\&\therefore \sum (x - \bar{x})^2 \text{ 为最小值}\end{aligned}$$

第三节 调和平均数(H)

一、概念:

变量值倒数得算数平均数的倒数, 又称倒数平均数。

特点:

用特定的权数($m = xf$)加权, 其变量值多为相对数和平均数。

二、简单调和平均数

- 计算公式:

$$H = \frac{n}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \dots + \frac{1}{x_n}} = \frac{n}{\sum \frac{1}{x}}$$

- 应用条件: 资料未分组, 各个变量值次数都是1

三、加权调和平均数

- 计算公式:

$$H = \frac{m_1 + m_2 + \dots + m_n}{\frac{m_1}{x_1} + \frac{m_2}{x_2} + \dots + \frac{m_n}{x_n}} = \frac{\sum m}{\sum \frac{m}{x}}$$

- 应用条件: 资料分组, 各组次数不同

第四节 几何平均数(G)

一、简单几何平均

- 计算方法

$$G = \sqrt[n]{x_1 x_2 \dots x_n} = \sqrt[n]{\prod x}$$

- 应用条件: 资料未分组, 各变量值次数是1

二、加权几何平均

- 计算方法

$$G = \sqrt[\sum f]{x_1^{f_1} x_2^{f_2} \dots x_n^{f_n}} = \sqrt[\sum f]{\prod x^f}$$

- 资料经过分组, 各组次数不同

第五节 众数和中位数

一、众数(M_o)

1. 由未分组资料确定众数

出现次数最多的数

2. 由单项数列确定众数

按日产量分组 (件)	工人数 (人)
20	15
21	30
22	20
23	10
$M_o = 21(\text{件})$	

3. 由组距数列确定众数

$$\begin{aligned} M_0 &= L + \frac{f_0 - f_{-1}}{(f_0 - f_{-1}) + (f_0 - f_{+1})} \times i \\ &= L + \frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} \times i \quad (\text{下限公式}) \end{aligned}$$

$$M_0 = U - \frac{f_0 - f_{+1}}{(f_0 - f_{-1}) + (f_0 - f_{+1})} \times i$$

$$= U - \frac{\Delta_2}{\Delta_1 + \Delta_2} \times i \quad (\text{限公式})$$

二、中位数(M_e)

1. 由未分组资料确定中位数：先排序 X_1, X_2, \dots, X_n

$$M_e = \begin{cases} \frac{X_{\frac{n}{2}} + X_{(\frac{n}{2}+1)}}{2}, & n \text{ 为偶数} \\ X_{\frac{n+1}{2}}, & n \text{ 为奇数} \end{cases}$$

2. 由单项数列确定中位数：中点位置 $\frac{\sum f}{2}$ ，该位置所在组就是中位数。

3. 由组距数列确定中位数

1. 确定中位数所在组 $\frac{\sum f}{2}$
2. 计算公式

$$M_e = L + \frac{\frac{\sum f}{2} - s_{m-1}}{f_m} \times i \quad (\text{下限公式})$$

$$M_e = U - \frac{\frac{\sum f}{2} - s_{m+1}}{f_m} \times i \quad (\text{上限公式})$$

三、四分位数(Q)

$$\text{未分组数据: } \begin{cases} \text{下四分位数}(Q_L) \text{位置} = \frac{N+1}{4} \\ \text{上四分位数}(Q_U) \text{位置} = \frac{3(N+1)}{4} \end{cases}$$

$$\text{组距分组数据: } \begin{cases} \text{下四分位数}(Q_L) \text{位置} = \frac{N}{4} \\ \text{上四分位数}(Q_U) \text{位置} = \frac{3N}{4} \end{cases}$$

数值型分组数据的四分位数(计算公式)

- 下四分位数: $Q_L = L_L + \frac{\frac{N}{4} - S_L}{f_L} \times i_L$
- 上四分位数: $Q_U = L_U + \frac{\frac{3N}{4} - S_U}{f_U} \times i_U$

第六节标志变异指标

一、作用

1. 可以衡量平均数代表性的大小;
2. 可以反映社会经济活动过程节奏性和均衡性;
3. 可以反映总体单位标志值的均匀性和稳定性;
4. 是科学地确定必要抽样单位数应考虑的重要因素.

二、绝对数形式

1. 全距(R)

- 公式: $R = \text{最大值} - \text{最小值}$
或 最高组的上限 - 最低组的下限

2. 四分位差

- 公式: $Q_D = \frac{(Q_U - Q_L)}{2}$

3. 平均差(A.D)

- 公式: $A.D = \frac{\sum |x - \bar{x}|}{n}$

4. 加权平均差

- 公式: $A.D = \frac{\sum |x - \bar{x}| f}{\sum f}$

5. 标准差 σ

- 公式:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n}} = \sqrt{\frac{\sum x^2}{n} - \left(\frac{\sum x}{n}\right)^2}$$

6. 加权标准差

- 公式:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2 f}{\sum f}} = \sqrt{\frac{\sum x^2 f}{\sum f} - \left(\frac{\sum xf}{\sum f}\right)^2}$$

7. 是非标志的标准差

- 公式:

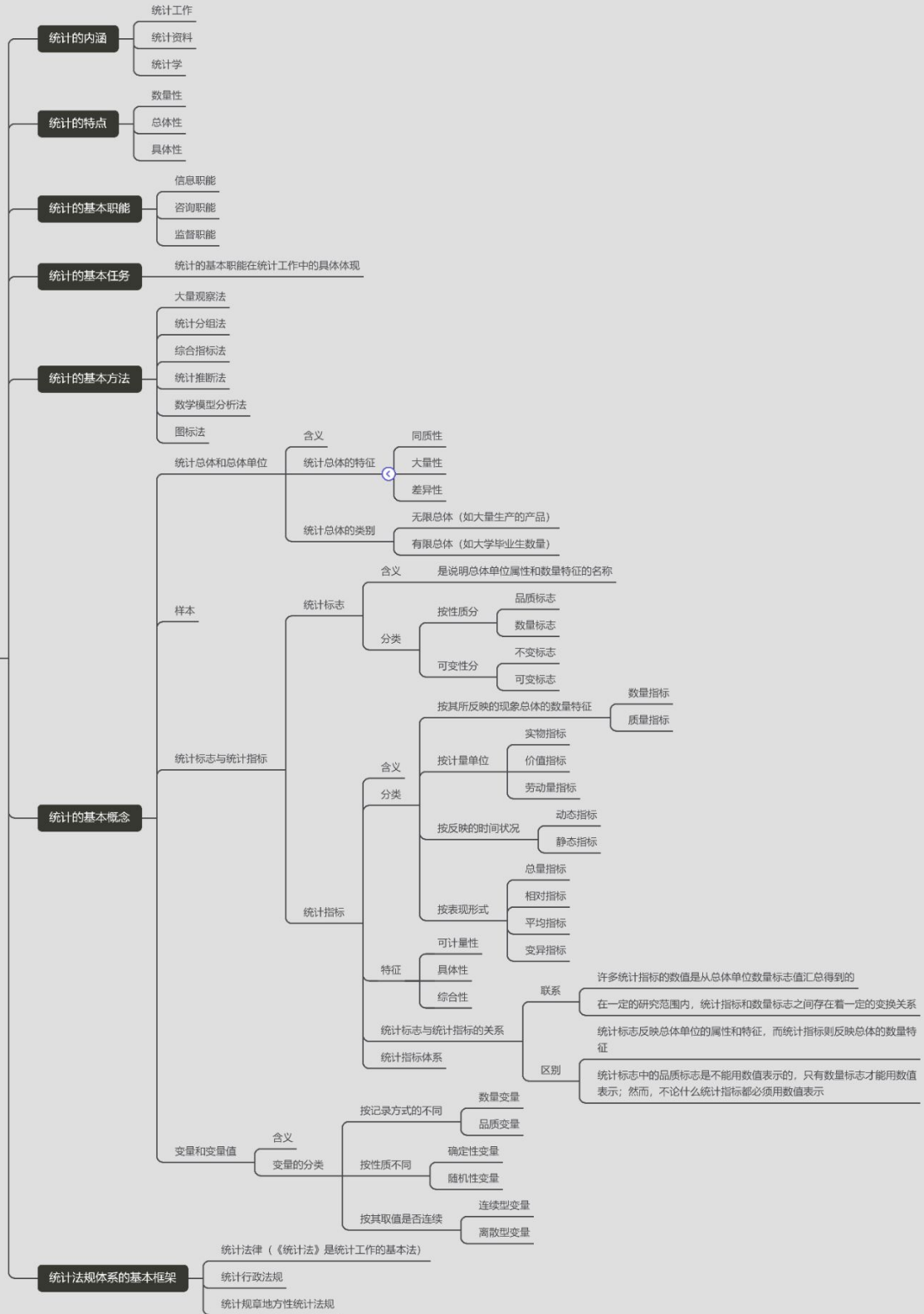
$$\begin{aligned}\sigma_{\text{是}} &= \sqrt{\frac{(1-P)^2 N_1 + P^2 N_0}{N}} \\ &= \sqrt{P(1-P)}\end{aligned}$$

标志值x	单位数f	$(x - \bar{x})^2 f$
1	N_1	$(1 - P)^2 N_1$
0	N_0	$(0 - p)^2 N_0$
合计	N	$(1 - P)^2 N_1 + P^2 N_0$

8. 标准差系数

- 公式: $V_\sigma = \frac{\sigma}{\bar{x}}$
-

第一章



第二章

