MOwNiT, Laboratorium 4b., Nikodem Korohoda

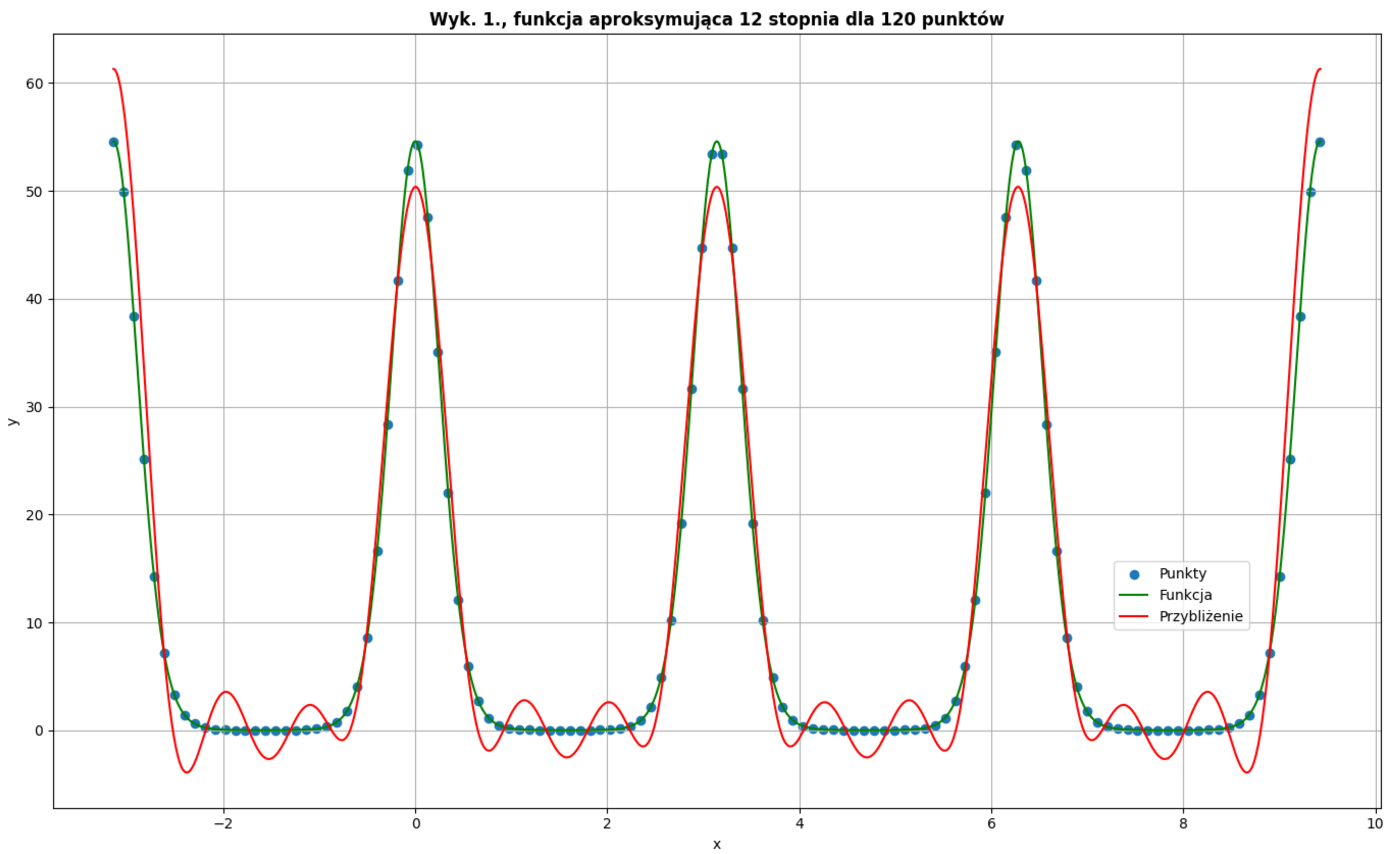
Za pomocą aproksymacji wielomianami trygonometrycznymi, dla punktów równoodległych, wyznaczono przybliżenia funkcji $e^{4*\cos 2x}$ w dziedzinie $(-\pi, 3\pi)$, a następnie określono dla jakiej liczby punktów dyskretyzacji oraz stopnia wielomianu niedokładność między funkcją oczekiwaną a otrzymaną jest najmniejsza.

Funkcje generowano dla $N = 4 * \pi * 100 = 1256$ punktów (punkty odległe o 0.01 w całej dziedzinie).

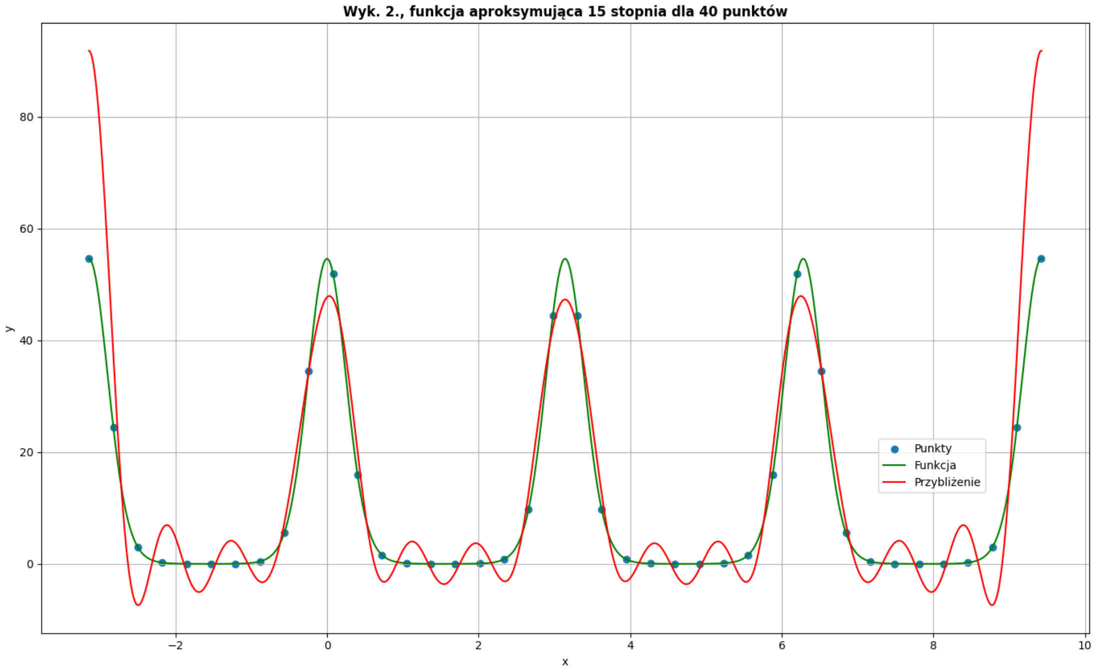
Użyty wzór obliczania niedokładności:

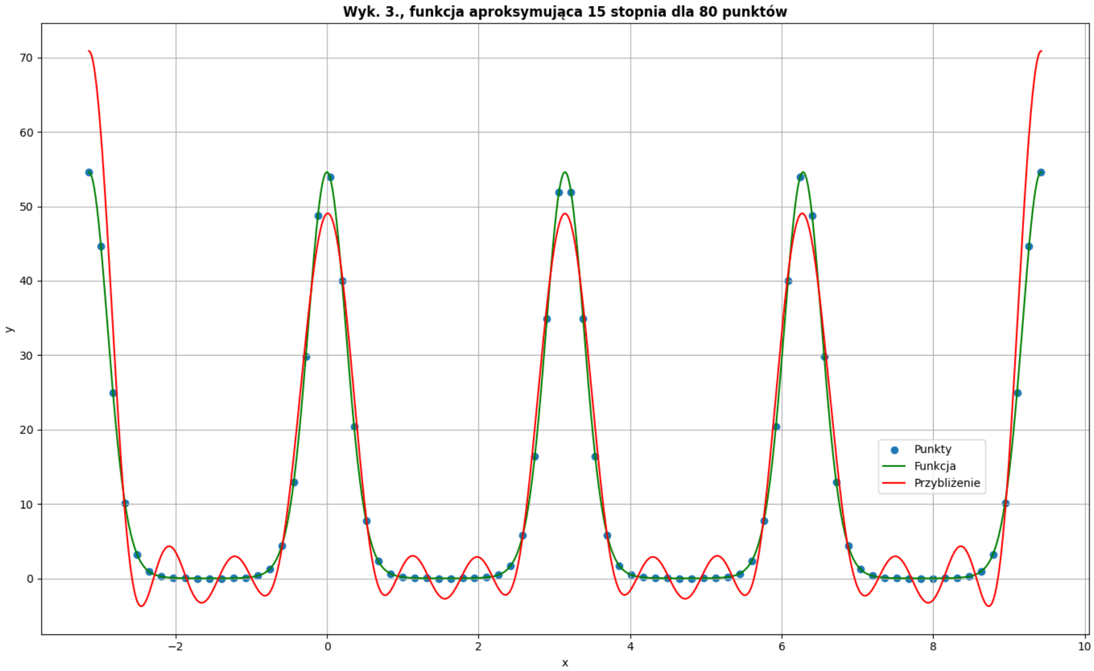
$$\max_{i=0..N} |f(x_i) - W(x_i)|$$

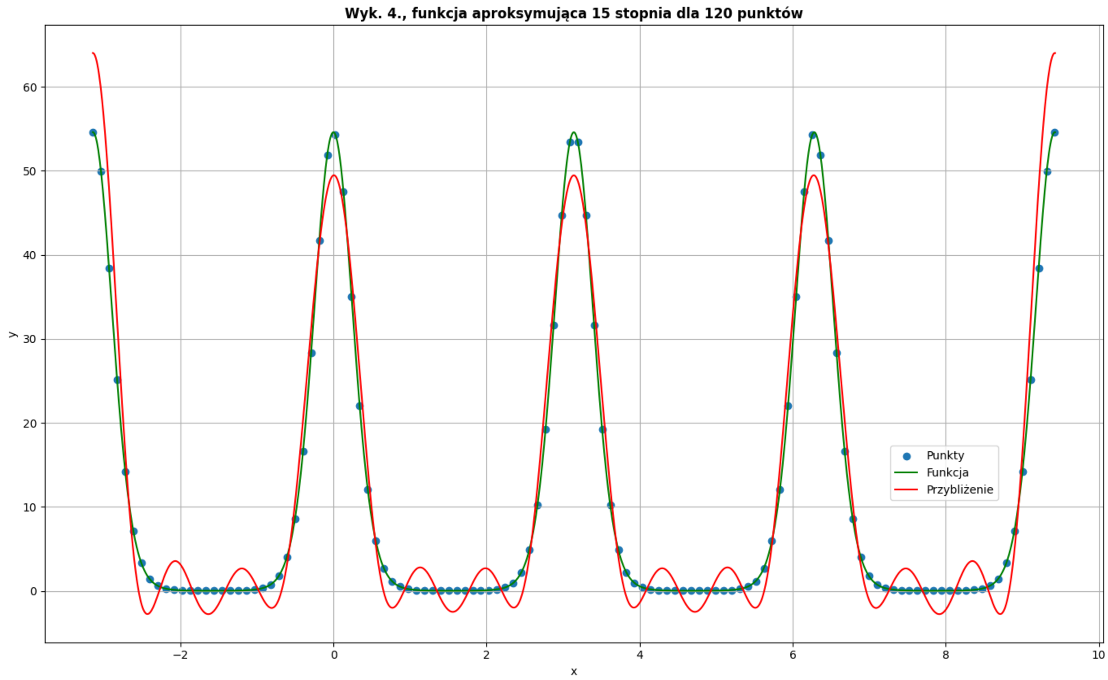
W poszukiwaniu najlepszej dokładności przeanalizowane kolejno: stopnie od 3 do 30, a dla każdego z nich liczbę punktów od 3 do 120 (z wyłączeniem sytuacji gdy stopień >= 2*liczba punktów)
Najlepsze przybliżenie (9,37) osiągnięto dla 120 punktów oraz 12 stopnia:

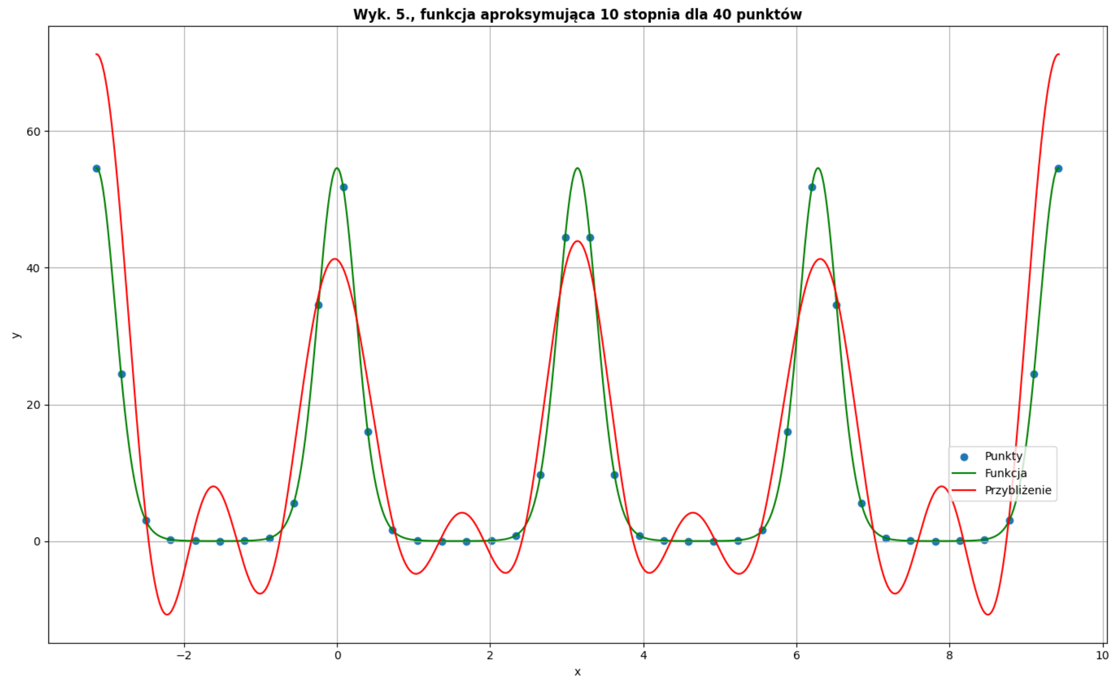


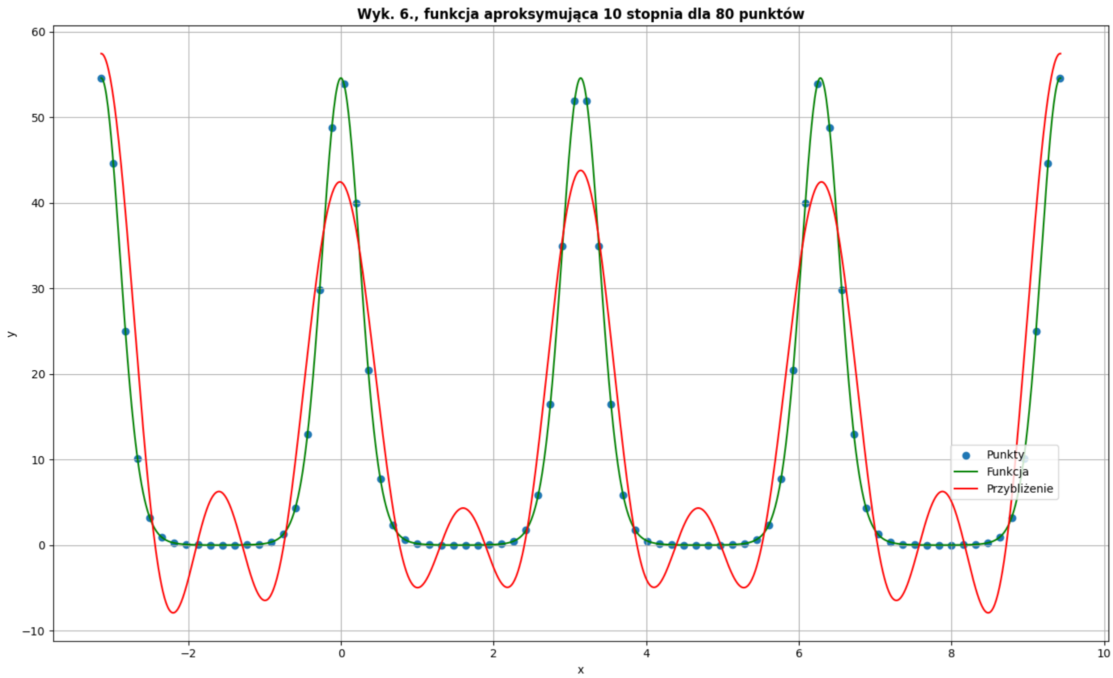
Inne przykładowe przybliżenia:

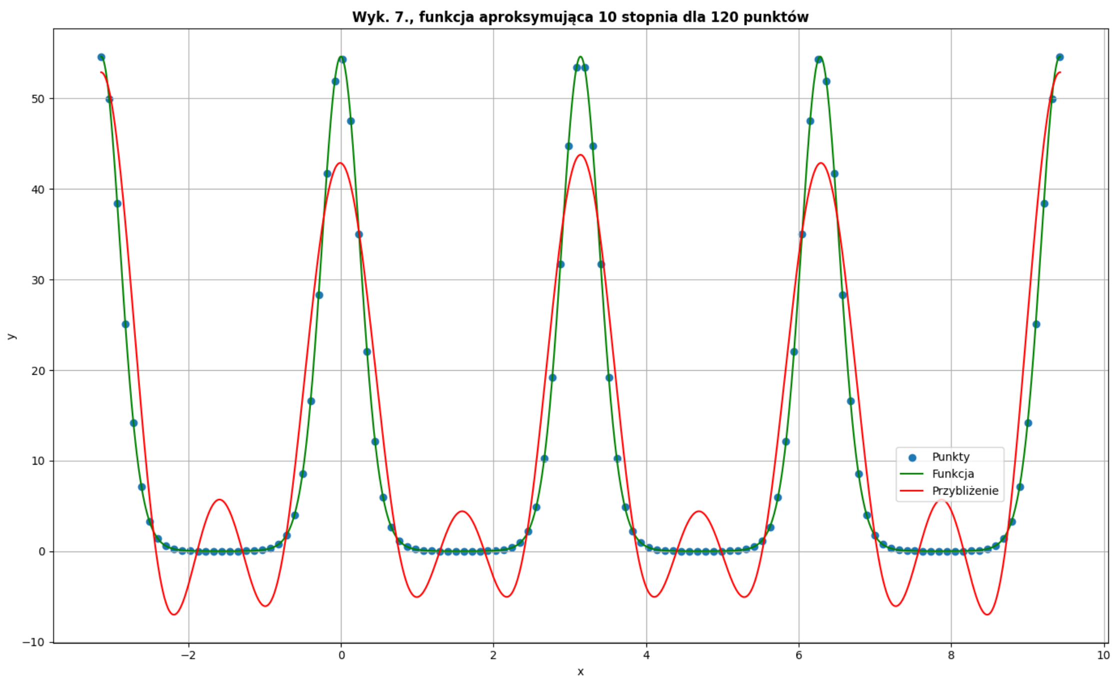




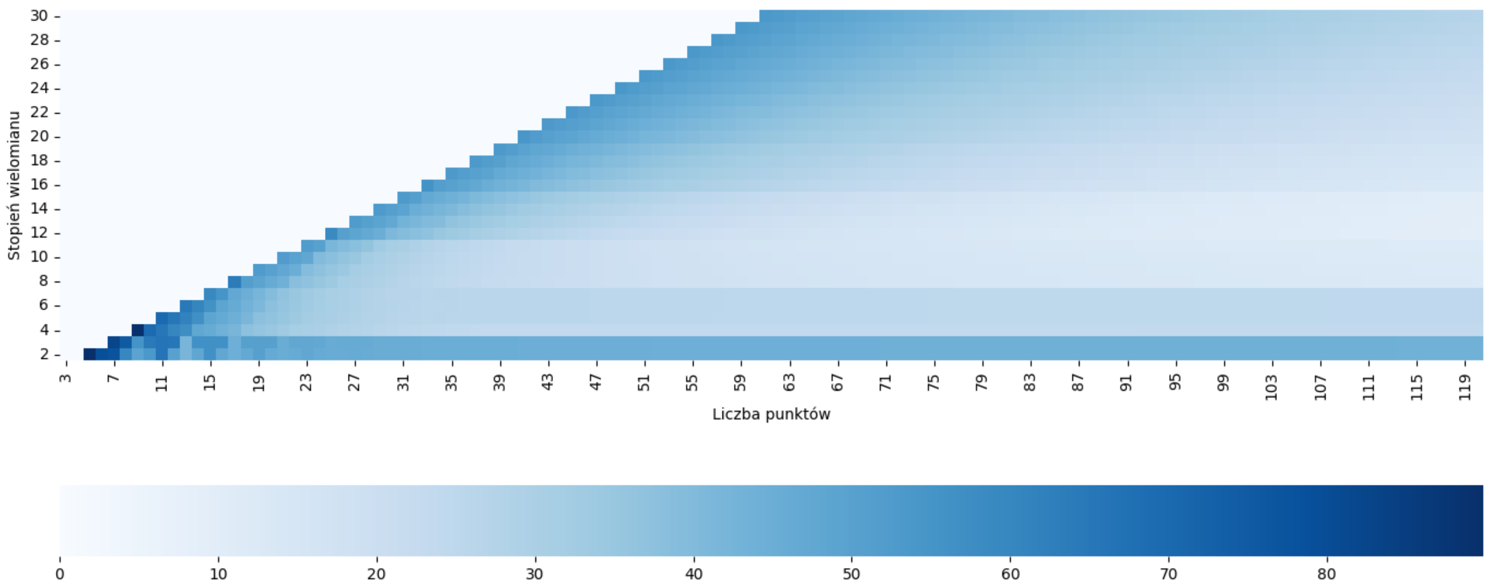



Wyk. 5., funkcja aproksymująca 10 stopnia dla 40 punktów
Punkty
Funkcja
Przybliżenie
x
y


Wyk. 6., funkcja aproksymująca 10 stopnia dla 80 punktów
Punkty
Funkcja
Przybliżenie
x
y


Wyk. 7., funkcja aproksymująca 10 stopnia dla 120 punktów
Punkty
Funkcja
Przybliżenie
x
y

Otrzymane błędy opisano na poniższym rozkładzie (za pomocą mapy ciepła, im jaśniejszy kolor tym mniejszy błąd):



Wnioski

Aproksymacja wielomianami trygonometrycznymi, dla punktów równoodległych jest całkiem efektywną metodą przybliżania funkcji na podstawie znanych punktów. Zwiększenie liczby punktów poprawia dokładność. Natomiast jak chodzi o stopień, to im większy tym bardziej zbliżona funkcja, aczkolwiek bardziej zauważalne są błędy – najlepsze wyniki otrzymano dla stopni w przedziale 8-12.

Dopisek

Przetestowano kilka innych wzorów funkcji, dla każdego z nich błąd wychodził poniżej 1. Pozwala to wnioskować że zarówno program jak i metoda są poprawne oraz efektywne, jedynie ten konkretny wzór funkcji sprawa, że błąd jest spory