

Kamil Świerad

Aproksymacja

MOwNiT 2

Do obliczeń użyłem języka python, na systemie operacyjnym Ubuntu. Procesor komputer to Intel® Core™ i5-6300HQ CPU @ 2.30GHz × 4, a ilość pamięci RAM to 16GB.

Program wykorzystany do przeprowadzenia eksperymentów był napisany przez mnie. Do rysowania wykresów wykorzystałem bibliotekę matplotlib, a dokładniej, pyplot, do liczenia normy z różnicy wektorów wykorzystałem bibliotekę numpy.

Otrzymana przeze mnie funkcja do analizy to:

$$f(x) = \sin(x) * \sin\left(\frac{x^2}{\pi}\right) \text{ w przedziale: } [-\pi, 2\pi]$$

Eksperymenty polegały na uruchomieniu programu który wykonywał obliczenia dla liczby węzłów $\in \{5, 10, 15, 20, 25, 50, 100, 250, 500\}$, oraz liczby funkcji bazowych $\in \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$. Rysowanie wykresów było na podstawie 1000 równoodległych punktów w podanym przedziale, dla których liczyłem wartość aproksymowaną. Każde uruchomienie programu zapisywało uzyskany wykres oraz błąd, który był zgodnie z podanym wzorem. Na każdym z wykresów jest funkcja aproksymowana (kolorem niebieskim), funkcja aproksymująca (kolorem czerwonym), oraz węzły aproksymacji (kolorem żółtym).

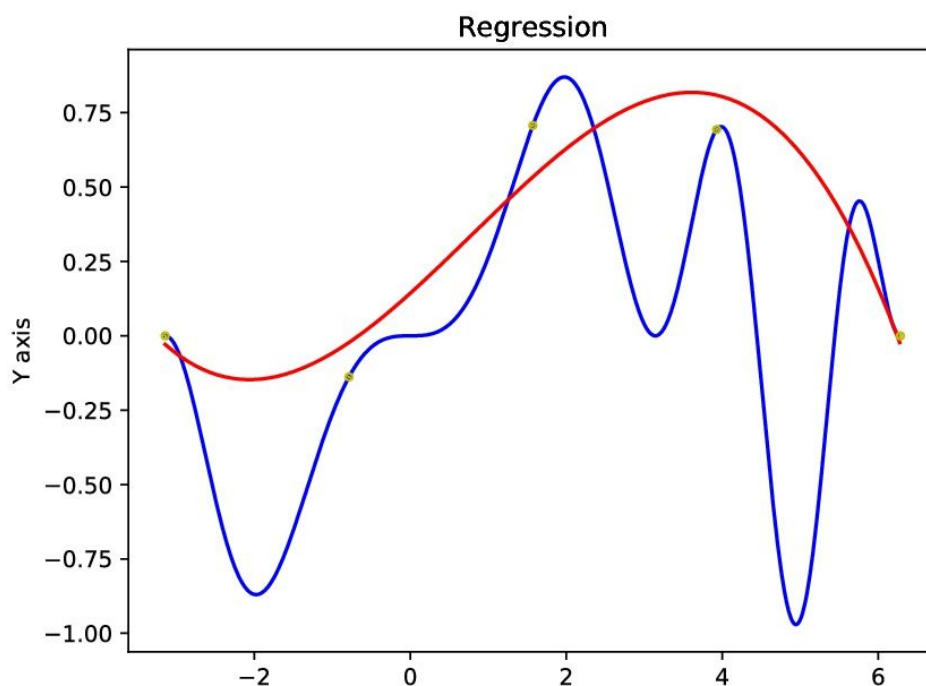
Tabela 1. Błędy otrzymane dla wykonanych eksperymentów z wielomianami jako funkcjami bazowymi.

Liczba węzłów	Liczba funkcji bazowych	Wyliczony błąd
5	2	0.531656
5	3	0.539711
5	4	0.456533
10	2	0.410424
10	3	0.404141
10	4	0.306500
10	5	0.306530
10	6	0.339430
10	7	0.365589
10	8	0.711294
15	2	0.405081
15	3	0.400129
15	4	0.295758
15	5	0.296369
15	6	0.296568
15	7	0.290671
15	8	0.275685
20	2	0.402251
20	3	0.397587
20	4	0.293497
20	5	0.293643
20	6	0.293572
20	7	0.287220
20	8	0.273351
25	2	0.400748
25	3	0.396223
25	4	0.292415
25	5	0.292379
25	6	0.291878
25	7	0.285691
25	8	0.272927
50	2	0.398491
50	3	0.394128
50	4	0.290700
50	5	0.290298
50	6	0.288279
50	7	0.282641
50	8	0.272651

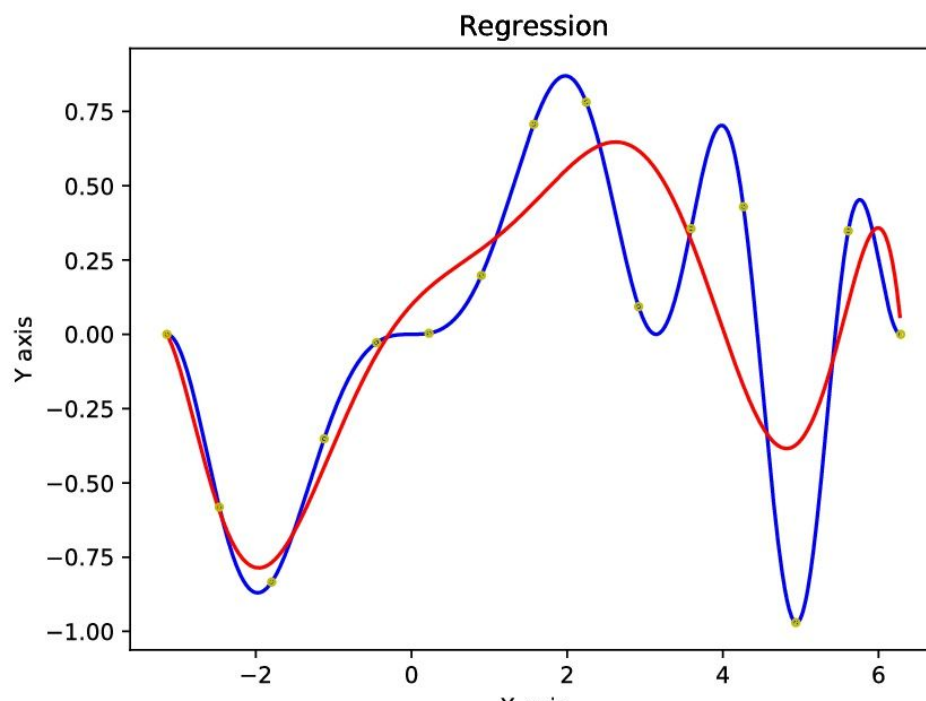
100	2	0.397862
100	3	0.393524
100	4	0.290154
100	5	0.289560
100	6	0.286619
100	7	0.281288
100	8	0.272539
250	2	0.397685
250	3	0.393349
250	4	0.289973
250	5	0.289288
250	6	0.285928
250	7	0.280759
250	8	0.272476
500	2	0.397662
500	3	0.393326
500	4	0.289942
500	5	0.289237
500	6	0.285793
500	7	0.280668
500	8	0.272462

Można zauważyć że zwiększenie liczby funkcji bazowych zwiększa dokładność, oraz że liczba węzłów aproksymacji nie ma zbytniego wpływu na dokładność

Wykres 1. Aproksymacja dla 5 węzłów oraz wielomianu 3 stopnia.



Wykres 2. Aproksymacja dla 15 węzłów oraz wielomianu 8 stopnia.



Wykres 3. Aproksymacja dla 25 węzłów oraz wielomianu 5 stopnia.

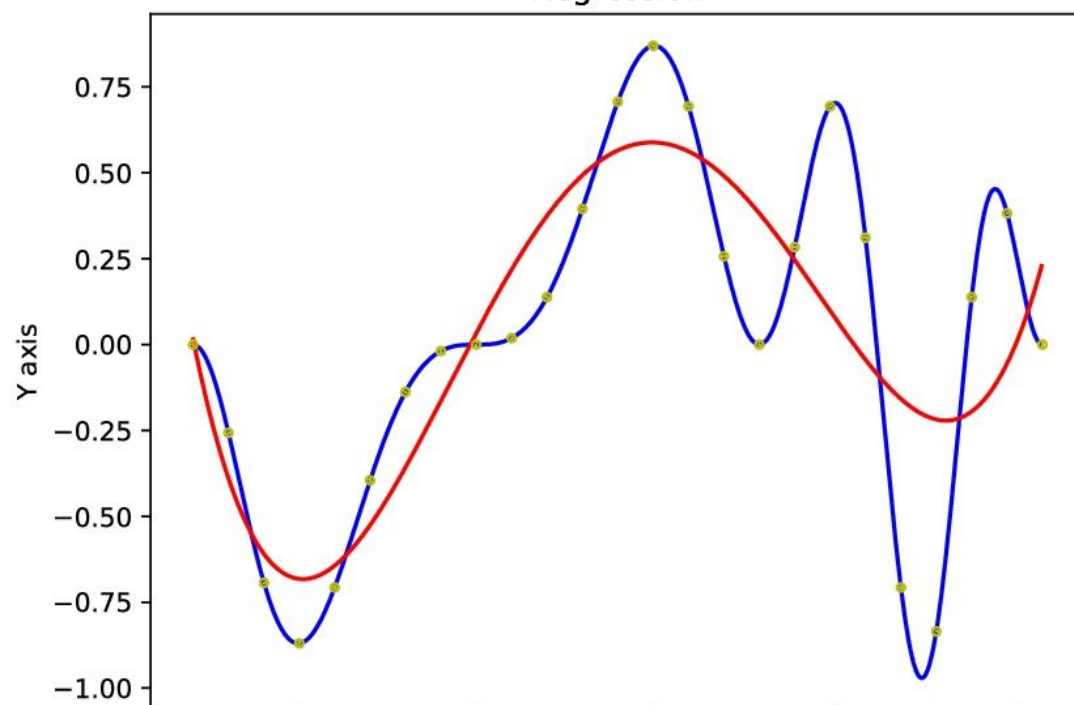


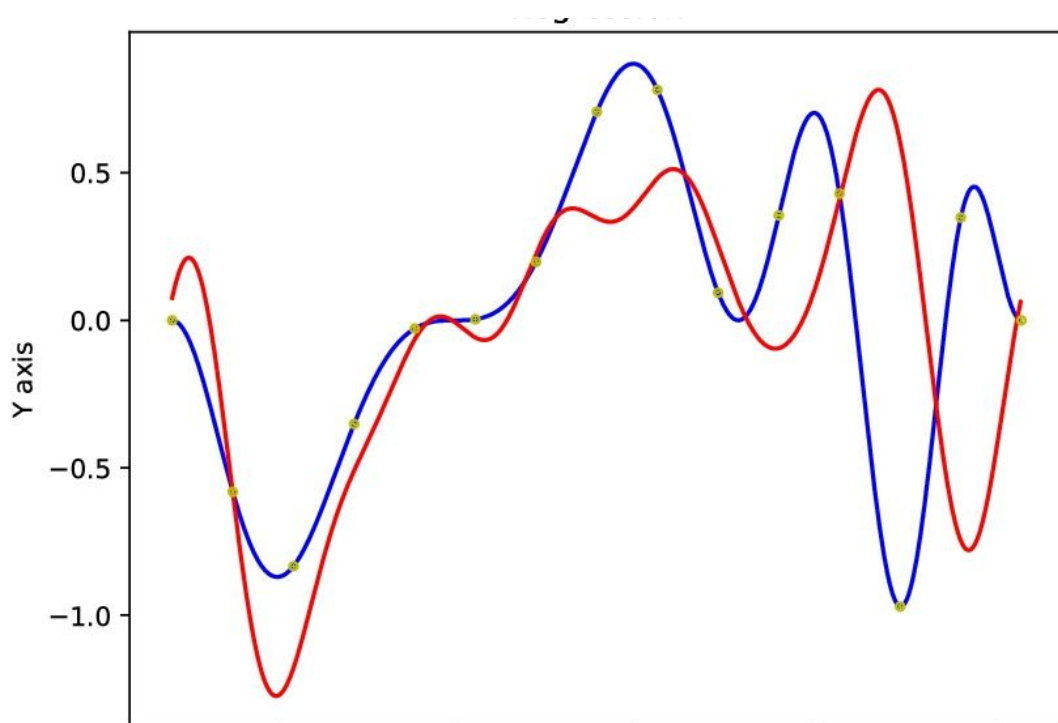
Tabela 2. Błędy otrzymane dla wykonanych eksperymentów z funkcjami tryg. jako funkcjami bazowymi.

Liczba węzłów	Liczba funkcji bazowych	Wyliczony błąd
5	2	0.588521
5	3	0.587457
5	4	0.611633
10	2	0.448513
10	3	0.432524
10	4	0.464033
10	5	0.421466
10	6	0.440669
10	7	0.471506
10	8	0.469841
15	2	0.371430
15	3	0.385666
15	4	0.384836
15	5	0.388510
15	6	0.483461
15	7	0.510268
15	8	0.518079
20	2	0.369554
20	3	0.361270
20	4	0.373401
20	5	0.305505
20	6	0.308227
20	7	0.394667
20	8	0.390939
25	2	0.367201
25	3	0.356804
25	4	0.351580
25	5	0.269701
25	6	0.257700
25	7	0.268869
25	8	0.268063
50	2	0.366633
50	3	0.353808
50	4	0.345681
50	5	0.260161
50	6	0.231725
50	7	0.259023
50	8	0.260857
100	2	0.366666

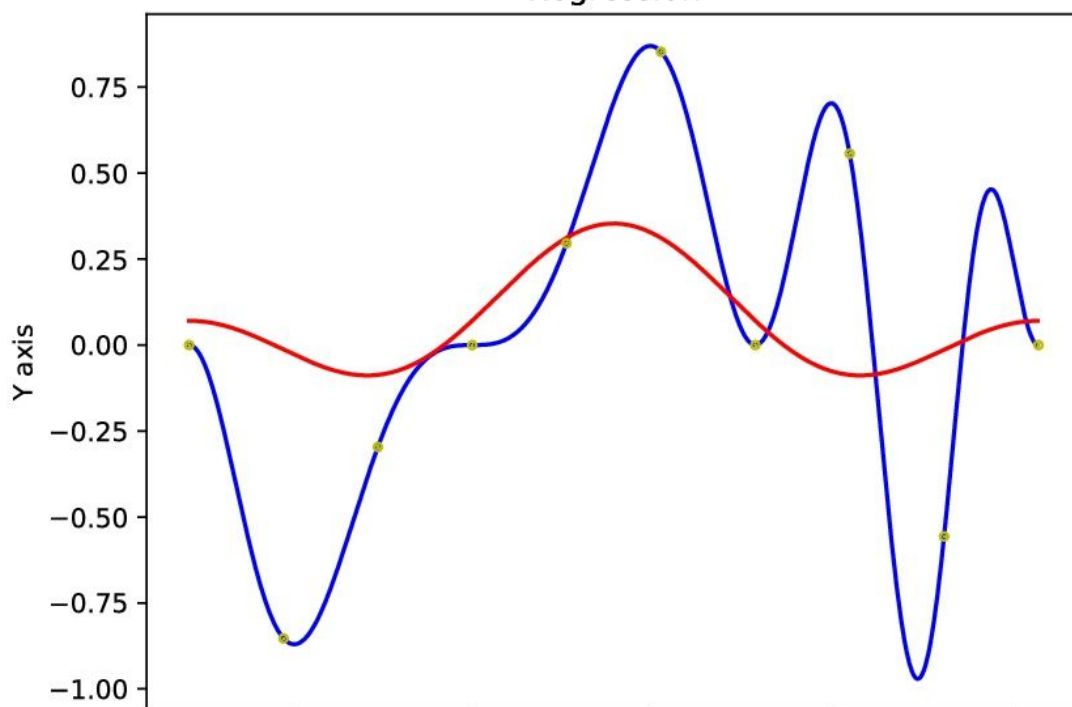
100	3	0.353388
100	4	0.344287
100	5	0.256688
100	6	0.224944
100	7	0.250329
100	8	0.253648
250	2	0.366708
250	3	0.353265
250	4	0.343717
250	5	0.255054
250	6	0.221623
250	7	0.245851
250	8	0.249993
500	2	0.366723
500	3	0.353240
500	4	0.343564
500	5	0.254573
500	6	0.220626
500	7	0.244467
500	8	0.248867
500	2	0.397662
500	3	0.393326
500	4	0.289942
500	5	0.289237
500	6	0.285793
500	7	0.280668
500	8	0.272462

W przypadku trygonometrycznych funkcji bazowych można zauważyć te same zależności jak w przypadku wielomianowych funkcji bazowych, czyli ilość węzłów nie ma wpływu na błąd, oraz liczba funkcji bazowych zmniejsza ten błąd.

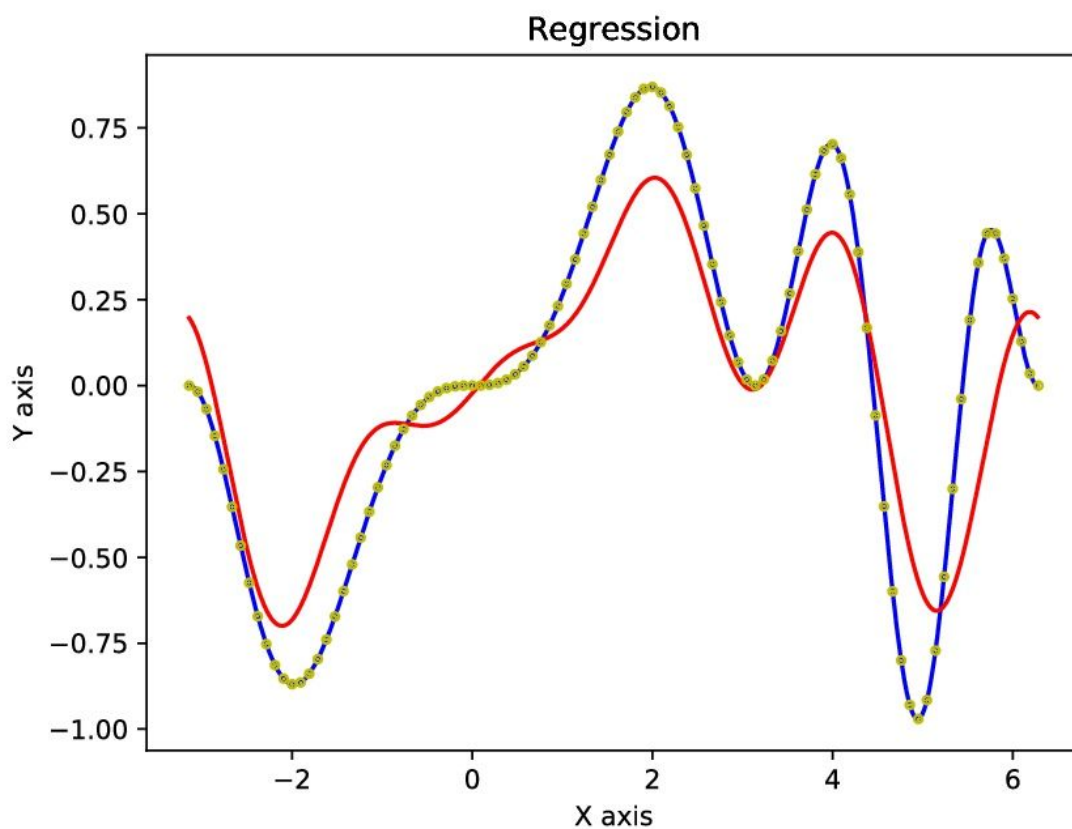
Wykres 5.. Aproksymacja dla 15 węzłów oraz wielomianu trygonometrycznego 8 stopnia.



Wykres 6.. Aproksymacja dla 10 węzłów oraz wielomianu trygonometrycznego 3 stopnia.



Wykres 7. Aproksymacja dla 100 węzłów oraz wielomianu trygonometrycznego 6 stopnia



Analizując powyższe wykresy można zauważyć różnicę między wyglądami wykresów funkcji, co jest oczywiste ponieważ w pierwszym przypadku funkcje są zwykłymi wielomianami, a w drugim są to wielomiany trygonometryczne, porównując oba wykresy w przypadku mojej funkcji wydaje się że aproksymacja trygonometryczna jest minimalnie lepsza, może to być spowodowane że, oryginalna funkcja jest zbudowana z funkcji trygonometrycznych.

