

2. Wykonać obliczenia wg podanych poniżej wzorów dla 101 równoodległych wartości x z przedziału $[0.99, 1.01]$:

- $f(x) = x^8 - 8x^7 + 28x^6 - 56x^5 + 70x^4 - 56x^3 + 28x^2 - 8x + 1$
- $f(x) = ((((((x - 8)x + 28)x - 56)x + 70)x - 56)x + 28)x - 8)x + 1$
- $f(x) = (x - 1)^8$
- $f(x) = e^{(8\ln(\text{abs}(x-1)))}$, $x \neq 1$

Obliczenia wykonano na typach Double (64 bitowy typ, 1 bit na znak, 11 bitów na cechę, 52 bitów na mantysę)

Poniżej umieszczono tabelę w której spisano wartości różnych funkcji dla kolejnych argumentów x oraz wykres z zaznaczonymi tymi wartościami.

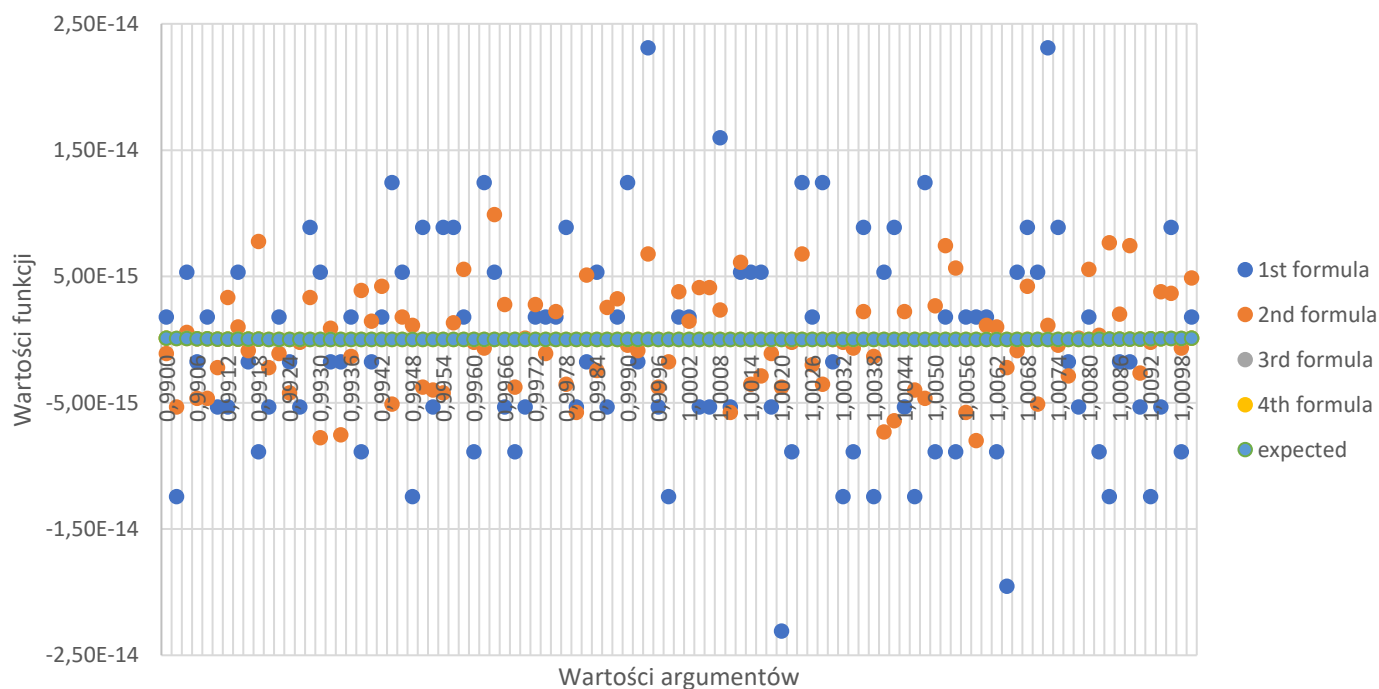
Tab. 1.

x	1st formula	2nd formula	3rd formula	4th formula	expected
0,9900	1,78E-15	-1,11E-15	1,00E-16	1,00E-16	1,00E-16
0,9902	-1,24E-14	-5,33E-15	8,51E-17	8,51E-17	8,51E-17
0,9904	5,33E-15	5,55E-16	7,21E-17	7,21E-17	7,21E-17
0,9906	-1,78E-15	-4,66E-15	6,10E-17	6,10E-17	6,10E-17
0,9908	1,78E-15	-4,66E-15	5,13E-17	5,13E-17	5,13E-17
0,9910	-5,33E-15	-2,22E-15	4,30E-17	4,30E-17	4,30E-17
0,9912	-5,33E-15	3,33E-15	3,60E-17	3,60E-17	3,60E-17
0,9914	5,33E-15	9,99E-16	2,99E-17	2,99E-17	2,99E-17
0,9916	-1,78E-15	-8,88E-16	2,48E-17	2,48E-17	2,48E-17
0,9918	-8,88E-15	7,77E-15	2,04E-17	2,04E-17	2,04E-17
0,9920	-5,33E-15	-2,22E-15	1,68E-17	1,68E-17	1,68E-17
0,9922	1,78E-15	-1,11E-15	1,37E-17	1,37E-17	1,37E-17
0,9924	-1,78E-15	-4,22E-15	1,11E-17	1,11E-17	1,11E-17
0,9926	-5,33E-15	-2,22E-16	8,99E-18	8,99E-18	8,99E-18
0,9928	8,88E-15	3,33E-15	7,22E-18	7,22E-18	7,22E-18
0,9930	5,33E-15	-7,77E-15	5,76E-18	5,76E-18	5,76E-18
0,9932	-1,78E-15	8,88E-16	4,57E-18	4,57E-18	4,57E-18
0,9934	-1,78E-15	-7,55E-15	3,60E-18	3,60E-18	3,60E-18
0,9936	1,78E-15	-1,33E-15	2,81E-18	2,81E-18	2,81E-18
0,9938	-8,88E-15	3,89E-15	2,18E-18	2,18E-18	2,18E-18
0,9940	-1,78E-15	1,44E-15	1,68E-18	1,68E-18	1,68E-18
0,9942	1,78E-15	4,22E-15	1,28E-18	1,28E-18	1,28E-18
0,9944	1,24E-14	-5,11E-15	9,67E-19	9,67E-19	9,67E-19
0,9946	5,33E-15	1,78E-15	7,23E-19	7,23E-19	7,23E-19
0,9948	-1,24E-14	1,11E-15	5,35E-19	5,35E-19	5,35E-19
0,9950	8,88E-15	-3,77E-15	3,91E-19	3,91E-19	3,91E-19
0,9952	-5,33E-15	-4,00E-15	2,82E-19	2,82E-19	2,82E-19

0,9954	8,88E-15	-4,22E-15	2,00E-19	2,00E-19	2,00E-19
0,9956	8,88E-15	1,33E-15	1,40E-19	1,40E-19	1,40E-19
0,9958	1,78E-15	5,55E-15	9,68E-20	9,68E-20	9,68E-20
0,9960	-8,88E-15	-2,22E-16	6,55E-20	6,55E-20	6,55E-20
0,9962	1,24E-14	-6,66E-16	4,35E-20	4,35E-20	4,35E-20
0,9964	5,33E-15	9,88E-15	2,82E-20	2,82E-20	2,82E-20
0,9966	-5,33E-15	2,78E-15	1,79E-20	1,79E-20	1,79E-20
0,9968	-8,88E-15	-3,77E-15	1,10E-20	1,10E-20	1,10E-20
0,9970	-5,33E-15	1,11E-16	6,56E-21	6,56E-21	6,56E-21
0,9972	1,78E-15	2,78E-15	3,78E-21	3,78E-21	3,78E-21
0,9974	1,78E-15	-1,11E-15	2,09E-21	2,09E-21	2,09E-21
0,9976	1,78E-15	2,22E-15	1,10E-21	1,10E-21	1,10E-21
0,9978	8,88E-15	-3,55E-15	5,49E-22	5,49E-22	5,49E-22
0,9980	-5,33E-15	-5,77E-15	2,56E-22	2,56E-22	2,56E-22
0,9982	-1,78E-15	5,11E-15	1,10E-22	1,10E-22	1,10E-22
0,9984	5,33E-15	-2,44E-15	4,29E-23	4,29E-23	4,29E-23
0,9986	-5,33E-15	2,55E-15	1,48E-23	1,48E-23	1,48E-23
0,9988	1,78E-15	3,22E-15	4,30E-24	4,30E-24	4,30E-24
0,9990	1,24E-14	-4,44E-16	1,00E-24	1,00E-24	1,00E-24
0,9992	-1,78E-15	-8,88E-16	1,68E-25	1,68E-25	1,68E-25
0,9994	2,31E-14	6,77E-15	1,68E-26	1,68E-26	1,68E-26
0,9996	-5,33E-15	-3,77E-15	6,55E-28	6,55E-28	6,55E-28
0,9998	-1,24E-14	-1,78E-15	2,56E-30	2,56E-30	2,56E-30
1,0000	1,78E-15	3,77E-15	2,31E-120	2,31E-120	0
1,0002	1,78E-15	1,44E-15	2,56E-30	2,56E-30	2,56E-30
1,0004	-5,33E-15	4,11E-15	6,55E-28	6,55E-28	6,55E-24
1,0006	-5,33E-15	4,11E-15	1,68E-26	1,68E-26	1,68E-26
1,0008	1,60E-14	2,33E-15	1,68E-25	1,68E-25	1,68E-25
1,0010	-5,33E-15	-5,77E-15	1,00E-24	1,00E-24	1,00E-24
1,0012	5,33E-15	6,11E-15	4,30E-24	4,30E-24	4,30E-24
1,0014	5,33E-15	-3,55E-15	1,48E-23	1,48E-23	1,48E-23
1,0016	5,33E-15	-2,89E-15	4,29E-23	4,29E-23	4,29E-23
1,0018	-5,33E-15	-1,11E-15	1,10E-22	1,10E-22	1,10E-22
1,0020	-2,31E-14	-3,77E-15	2,56E-22	2,56E-22	2,56E-22
1,0022	-8,88E-15	-2,22E-16	5,49E-22	5,49E-22	5,49E-22
1,0024	1,24E-14	6,77E-15	1,10E-21	1,10E-21	1,10E-21
1,0026	1,78E-15	-2,00E-15	2,09E-21	2,09E-21	2,09E-21
1,0028	1,24E-14	-3,55E-15	3,78E-21	3,78E-21	3,78E-21
1,0030	-1,78E-15	0	6,56E-21	6,56E-21	6,56E-21
1,0032	-1,24E-14	-2,22E-16	1,10E-20	1,10E-20	1,10E-20
1,0034	-8,88E-15	-6,66E-16	1,79E-20	1,79E-20	1,79E-20
1,0036	8,88E-15	2,22E-15	2,82E-20	2,82E-20	2,82E-20
1,0038	-1,24E-14	-1,33E-15	4,35E-20	4,35E-20	4,35E-20
1,0040	5,33E-15	-7,33E-15	6,55E-20	6,55E-20	6,55E-20
1,0042	8,88E-15	-6,44E-15	9,68E-20	9,68E-20	9,68E-20

1,0044	-5,33E-15	2,22E-15	1,40E-19	1,40E-19	1,40E-19
1,0046	-1,24E-14	-4,00E-15	2,00E-19	2,00E-19	2,00E-19
1,0048	1,24E-14	-4,66E-15	2,82E-19	2,82E-19	2,82E-19
1,0050	-8,88E-15	2,66E-15	3,91E-19	3,91E-19	3,91E-19
1,0052	1,78E-15	7,44E-15	5,35E-19	5,35E-19	5,35E-19
1,0054	-8,88E-15	5,66E-15	7,23E-19	7,23E-19	7,23E-19
1,0056	1,78E-15	-5,77E-15	9,67E-19	9,67E-19	9,67E-19
1,0058	1,78E-15	-7,99E-15	1,28E-18	1,28E-18	1,28E-18
1,0060	1,78E-15	1,11E-15	1,68E-18	1,68E-18	1,68E-18
1,0062	-8,88E-15	9,99E-16	2,18E-18	2,18E-18	2,18E-18
1,0064	-1,95E-14	-2,22E-15	2,81E-18	2,81E-18	2,81E-18
1,0066	5,33E-15	-8,88E-16	3,60E-18	3,60E-18	3,60E-18
1,0068	8,88E-15	4,22E-15	4,57E-18	4,57E-18	4,57E-18
1,0070	5,33E-15	-5,11E-15	5,76E-18	5,76E-18	5,76E-18
1,0072	2,31E-14	1,11E-15	7,22E-18	7,22E-18	7,22E-18
1,0074	8,88E-15	-4,44E-16	8,99E-18	8,99E-18	8,99E-18
1,0076	-1,78E-15	-2,89E-15	1,11E-17	1,11E-17	1,11E-17
1,0078	-5,33E-15	1,11E-16	1,37E-17	1,37E-17	1,37E-17
1,0080	1,78E-15	5,55E-15	1,68E-17	1,68E-17	1,68E-17
1,0082	-8,88E-15	3,33E-16	2,04E-17	2,04E-17	2,04E-17
1,0084	-1,24E-14	7,66E-15	2,48E-17	2,48E-17	2,48E-17
1,0086	-1,78E-15	2,00E-15	2,99E-17	2,99E-17	2,99E-17
1,0088	-1,78E-15	7,44E-15	3,60E-17	3,60E-17	3,60E-17
1,0090	-5,33E-15	-2,66E-15	4,30E-17	4,30E-17	4,30E-17
1,0092	-1,24E-14	-2,22E-16	5,13E-17	5,13E-17	5,13E-17
1,0094	-5,33E-15	3,77E-15	6,10E-17	6,10E-17	6,10E-17
1,0096	8,88E-15	3,66E-15	7,21E-17	7,21E-17	7,21E-17
1,0098	-8,88E-15	-6,66E-16	8,51E-17	8,51E-17	8,51E-17
1,0100	1,78E-15	4,88E-15	1,00E-16	1,00E-16	1,00E-16

Wyk. 1.



Dla prostszego porównania z wartością oczekiwaną sporządzono tabelę wartości różnic (różnic wartości funkcji względem wartości oczekiwanych), oraz ich wykres.

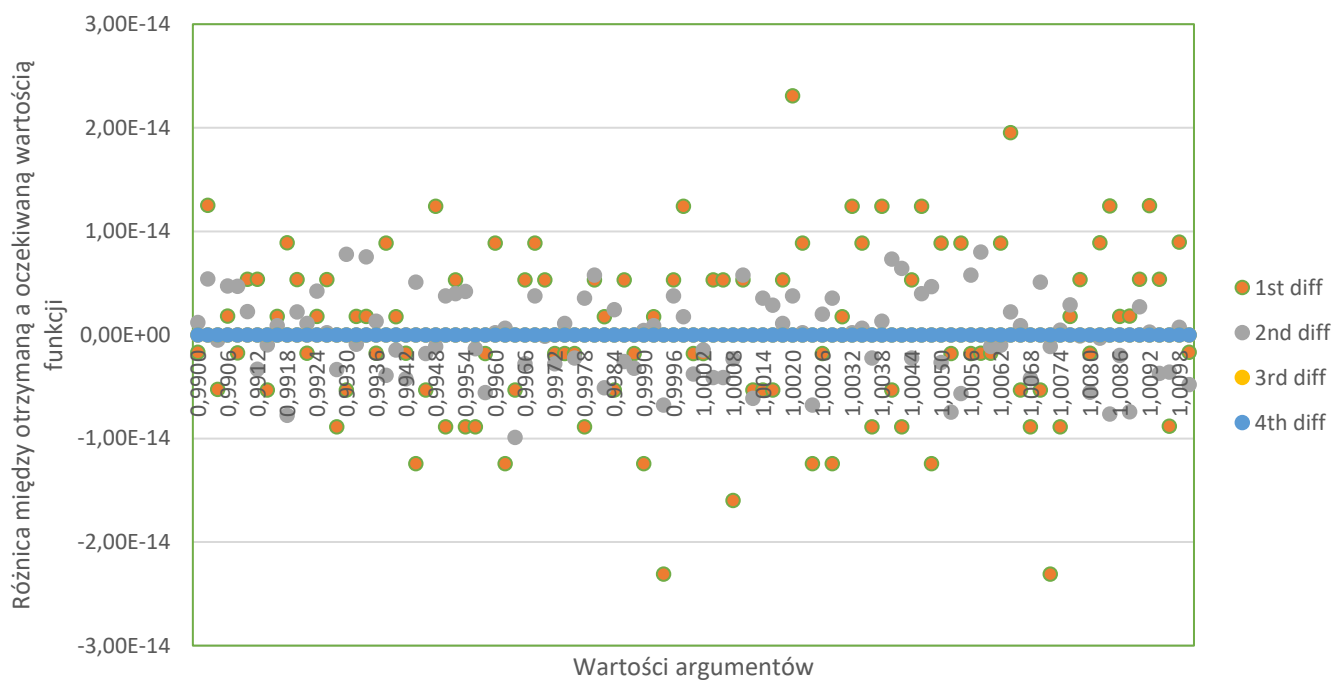
Tab. 2.

x	1st diff	2nd diff	3rd diff	4th diff	expected
0,9900	-1,68E-15	1,21E-15	0,00E+00	0,00E+00	1,00E-16
0,9902	1,25E-14	5,41E-15	-2,26E-24	-2,26E-24	8,51E-17
0,9904	-5,26E-15	-4,83E-16	4,21E-23	4,21E-23	7,21E-17
0,9906	1,84E-15	4,72E-15	6,15E-24	6,15E-24	6,10E-17
0,9908	-1,73E-15	4,71E-15	1,27E-23	1,27E-23	5,13E-17
0,9910	5,37E-15	2,26E-15	-2,10E-23	-2,10E-23	4,30E-17
0,9912	5,37E-15	-3,29E-15	4,75E-23	4,75E-23	3,60E-17
0,9914	-5,30E-15	-9,69E-16	7,29E-24	7,29E-24	2,99E-17
0,9916	1,80E-15	9,13E-16	1,09E-23	1,09E-23	2,48E-17
0,9918	8,90E-15	-7,75E-15	-8,59E-24	-8,59E-24	2,04E-17
0,9920	5,35E-15	2,24E-15	-1,60E-23	-1,60E-23	1,68E-17
0,9922	-1,76E-15	1,12E-15	-4,37E-23	-4,37E-23	1,37E-17
0,9924	1,79E-15	4,23E-15	-4,79E-23	-4,79E-23	1,11E-17
0,9926	5,34E-15	2,31E-16	2,60E-24	2,60E-24	8,99E-18
0,9928	-8,87E-15	-3,32E-15	-1,36E-24	-1,36E-24	7,22E-18
0,9930	-5,32E-15	7,78E-15	-1,00E-24	-1,00E-24	5,76E-18
0,9932	1,78E-15	-8,84E-16	-2,40E-24	-2,40E-24	4,57E-18
0,9934	1,78E-15	7,55E-15	3,94E-24	3,94E-24	3,60E-18
0,9936	-1,77E-15	1,34E-15	2,33E-25	2,33E-25	2,81E-18
0,9938	8,88E-15	-3,88E-15	-1,06E-24	-1,06E-24	2,18E-18
0,9940	1,78E-15	-1,44E-15	4,00E-24	4,00E-24	1,68E-18
0,9942	-1,78E-15	-4,22E-15	-8,17E-25	-8,17E-25	1,28E-18
0,9944	-1,24E-14	5,11E-15	-1,16E-25	-1,16E-25	9,67E-19
0,9946	-5,33E-15	-1,78E-15	3,87E-25	3,87E-25	7,23E-19
0,9948	1,24E-14	-1,11E-15	-2,85E-25	-2,85E-25	5,35E-19
0,9950	-8,88E-15	3,78E-15	-3,49E-31	-3,50E-31	3,91E-19
0,9952	5,33E-15	4,00E-15	1,96E-25	1,96E-25	2,82E-19
0,9954	-8,88E-15	4,22E-15	-1,22E-25	-1,22E-25	2,00E-19
0,9956	-8,88E-15	-1,33E-15	-2,36E-25	-2,36E-25	1,40E-19
0,9958	-1,78E-15	-5,55E-15	-2,00E-26	-2,00E-26	9,68E-20
0,9960	8,88E-15	2,22E-16	-8,77E-32	-8,77E-32	6,55E-20
0,9962	-1,24E-14	6,66E-16	-2,14E-26	-2,14E-26	4,35E-20
0,9964	-5,33E-15	-9,88E-15	9,25E-28	9,25E-28	2,82E-20
0,9966	5,33E-15	-2,78E-15	-3,90E-26	-3,90E-26	1,79E-20
0,9968	8,88E-15	3,77E-15	-1,63E-26	-1,63E-26	1,10E-20
0,9970	5,33E-15	-1,11E-16	-1,36E-32	-1,36E-32	6,56E-21
0,9972	-1,78E-15	-2,78E-15	1,66E-29	1,66E-29	3,78E-21
0,9974	-1,78E-15	1,11E-15	-6,46E-28	-6,46E-28	2,09E-21
0,9976	-1,78E-15	-2,22E-15	-3,14E-27	-3,14E-27	1,10E-21
0,9978	-8,88E-15	3,55E-15	2,65E-28	2,65E-28	5,49E-22

0,9980	5,33E-15	5,77E-15	-9,11E-34	-9,12E-34	2,56E-22
0,9982	1,78E-15	-5,11E-15	3,94E-28	3,94E-28	1,10E-22
0,9984	-5,33E-15	2,44E-15	2,70E-29	2,70E-29	4,29E-23
0,9986	5,33E-15	-2,55E-15	9,44E-30	9,44E-30	1,48E-23
0,9988	-1,78E-15	-3,22E-15	3,04E-30	3,04E-30	4,30E-24
0,9990	-1,24E-14	4,44E-16	-8,00E-36	-8,00E-36	1,00E-24
0,9992	1,78E-15	8,88E-16	-1,60E-31	-1,60E-31	1,68E-25
0,9994	-2,31E-14	-6,77E-15	4,00E-32	4,00E-32	1,68E-26
0,9996	5,33E-15	3,77E-15	-1,40E-38	-1,40E-38	6,55E-28
0,9998	1,24E-14	1,78E-15	-1,11E-40	-1,11E-40	2,56E-30
1,0000	-1,78E-15	-3,77E-15	-2,31E-120	-2,31E-120	0
1,0002	-1,78E-15	-1,44E-15	1,16E-40	1,16E-40	2,56E-30
1,0004	5,33E-15	-4,11E-15	6,55E-24	6,55E-24	6,55E-24
1,0006	5,33E-15	-4,11E-15	4,00E-32	4,00E-32	1,68E-26
1,0008	-1,60E-14	-2,33E-15	-1,60E-31	-1,60E-31	1,68E-25
1,0010	5,33E-15	5,77E-15	9,76E-36	9,76E-36	1,00E-24
1,0012	-5,33E-15	-6,11E-15	3,04E-30	3,04E-30	4,30E-24
1,0014	-5,33E-15	3,55E-15	9,44E-30	9,44E-30	1,48E-23
1,0016	-5,33E-15	2,89E-15	2,70E-29	2,70E-29	4,29E-23
1,0018	5,33E-15	1,11E-15	3,94E-28	3,94E-28	1,10E-22
1,0020	2,31E-14	3,77E-15	1,36E-33	1,36E-33	2,56E-22
1,0022	8,88E-15	2,22E-16	2,65E-28	2,65E-28	5,49E-22
1,0024	-1,24E-14	-6,77E-15	-3,14E-27	-3,14E-27	1,10E-21
1,0026	-1,78E-15	2,00E-15	-6,46E-28	-6,46E-28	2,09E-21
1,0028	-1,24E-14	3,55E-15	1,67E-29	1,67E-29	3,78E-21
1,0030	1,78E-15	6,56E-21	2,52E-32	2,52E-32	6,56E-21
1,0032	1,24E-14	2,22E-16	-1,63E-26	-1,63E-26	1,10E-20
1,0034	8,88E-15	6,66E-16	-3,90E-26	-3,90E-26	1,79E-20
1,0036	-8,88E-15	-2,22E-15	9,26E-28	9,26E-28	2,82E-20
1,0038	1,24E-14	1,33E-15	-2,14E-26	-2,14E-26	4,35E-20
1,0040	-5,33E-15	7,33E-15	2,03E-31	2,03E-31	6,55E-20
1,0042	-8,88E-15	6,44E-15	-2,00E-26	-2,00E-26	9,68E-20
1,0044	5,33E-15	-2,22E-15	-2,36E-25	-2,36E-25	1,40E-19
1,0046	1,24E-14	4,00E-15	-1,22E-25	-1,22E-25	2,00E-19
1,0048	-1,24E-14	4,66E-15	1,96E-25	1,96E-25	2,82E-19
1,0050	8,88E-15	-2,66E-15	1,04E-30	1,04E-30	3,91E-19
1,0052	-1,78E-15	-7,44E-15	-2,85E-25	-2,85E-25	5,35E-19
1,0054	8,88E-15	-5,66E-15	3,87E-25	3,87E-25	7,23E-19
1,0056	-1,78E-15	5,77E-15	-1,16E-25	-1,16E-25	9,67E-19
1,0058	-1,78E-15	7,99E-15	-8,17E-25	-8,17E-25	1,28E-18
1,0060	-1,77E-15	-1,11E-15	4,00E-24	4,00E-24	1,68E-18
1,0062	8,88E-15	-9,97E-16	-1,06E-24	-1,06E-24	2,18E-18
1,0064	1,95E-14	2,22E-15	2,33E-25	2,33E-25	2,81E-18
1,0066	-5,33E-15	8,92E-16	3,94E-24	3,94E-24	3,60E-18
1,0068	-8,88E-15	-4,21E-15	-2,40E-24	-2,40E-24	4,57E-18

1,0070	-5,32E-15	5,11E-15	-1,00E-24	-1,00E-24	5,76E-18
1,0072	-2,31E-14	-1,10E-15	-1,36E-24	-1,36E-24	7,22E-18
1,0074	-8,87E-15	4,53E-16	2,60E-24	2,60E-24	8,99E-18
1,0076	1,79E-15	2,90E-15	-4,79E-23	-4,79E-23	1,11E-17
1,0078	5,34E-15	-9,73E-17	-4,37E-23	-4,37E-23	1,37E-17
1,0080	-1,76E-15	-5,53E-15	-1,60E-23	-1,60E-23	1,68E-17
1,0082	8,90E-15	-3,13E-16	-8,59E-24	-8,59E-24	2,04E-17
1,0084	1,25E-14	-7,64E-15	1,09E-23	1,09E-23	2,48E-17
1,0086	1,81E-15	-1,97E-15	7,29E-24	7,29E-24	2,99E-17
1,0088	1,81E-15	-7,40E-15	4,75E-23	4,75E-23	3,60E-17
1,0090	5,37E-15	2,71E-15	-2,10E-23	-2,10E-23	4,30E-17
1,0092	1,25E-14	2,73E-16	1,27E-23	1,27E-23	5,13E-17
1,0094	5,39E-15	-3,71E-15	6,15E-24	6,15E-24	6,10E-17
1,0096	-8,81E-15	-3,59E-15	4,21E-23	4,21E-23	7,21E-17
1,0098	8,97E-15	7,51E-16	-2,26E-24	-2,26E-24	8,51E-17
1,0100	-1,68E-15	-4,78E-15	1,77E-28	1,77E-28	1,00E-16

Wyk. 2.



Wnioski

Zarówno funkcja pierwsza jak i druga są znacząco mniej precyzyjne niż funkcja trzecia i czwarta. Wynika to z ilości wykonywanych obliczeń, która ma wpływ na dokładność w przypadku używaniu liczb typu Double.