

MOwNiT, Laboratorium 4a., Nikodem Korohoda

Za pomocą aproksymacji średniokwadratowej wielomianami algebraicznymi, dla punktów równoodległych, wyznaczono przybliżenia funkcji $e^{4 \cdot \cos 2x}$ w dziedzinie $(-\pi, 3\pi)$, a następnie określono dla jakiej liczby punktów dyskretyzacji oraz stopnia wielomianu niedokładność między funkcją oczekiwaną a otrzymaną jest najmniejsza.

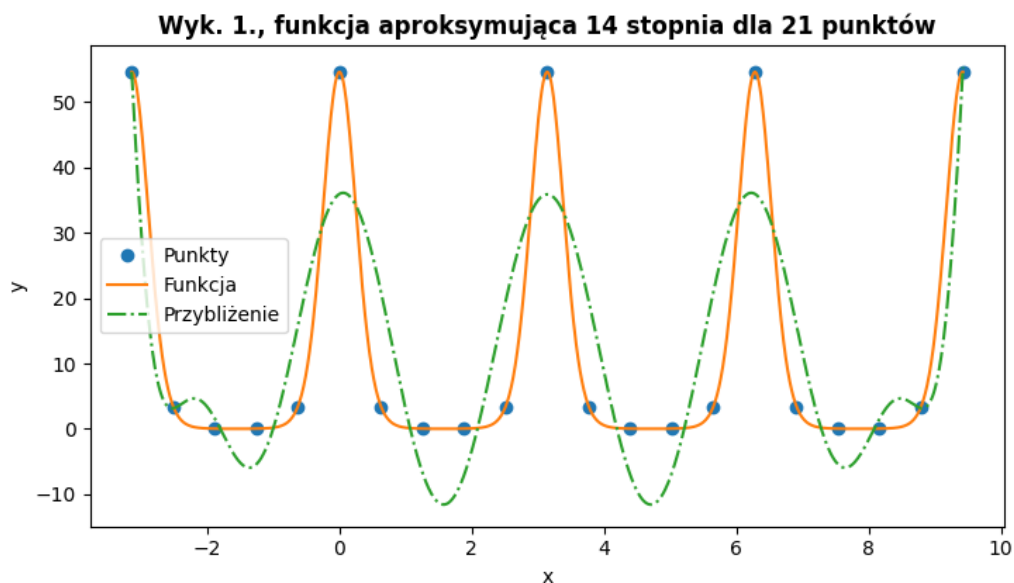
Funkcje generowano dla $N = 4 * \pi * 100 = 1256$ punktów (punkty odległe o 0.01 w całej dziedzinie).

Użyty wzór obliczania niedokładności:

$$\max_{i=0..N} |f(x_i) - W(x_i)|$$

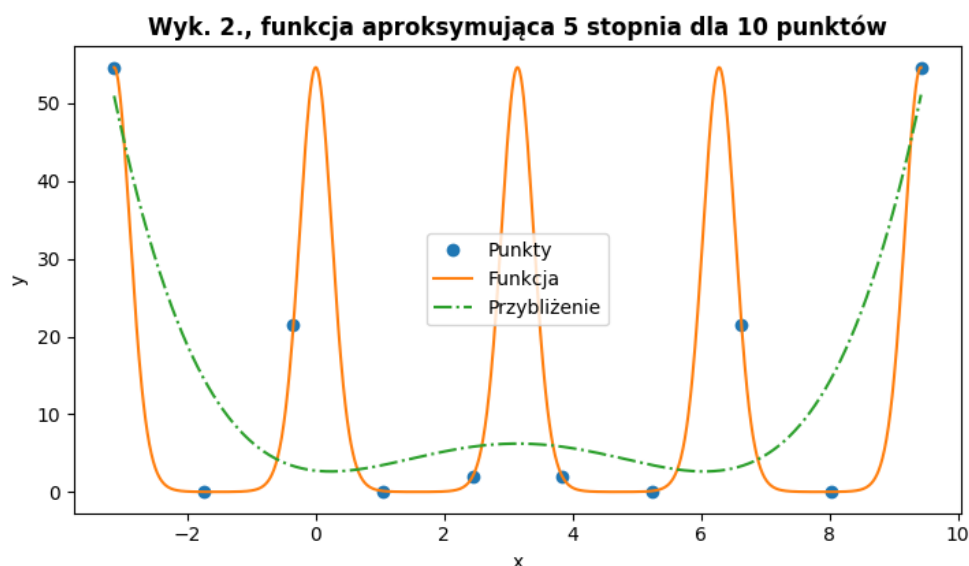
W poszukiwaniu najlepszej dokładności przeanalizowane kolejno: stopnie od 2 do 30, a dla każdego liczba punktów od 3 do 80 (z wyłączeniem sytuacji gdy stopień \geq l. punktów)

Najlepsze przybliżenie (19,75) osiągnięto dla 21 punktów oraz 14 stopnia:

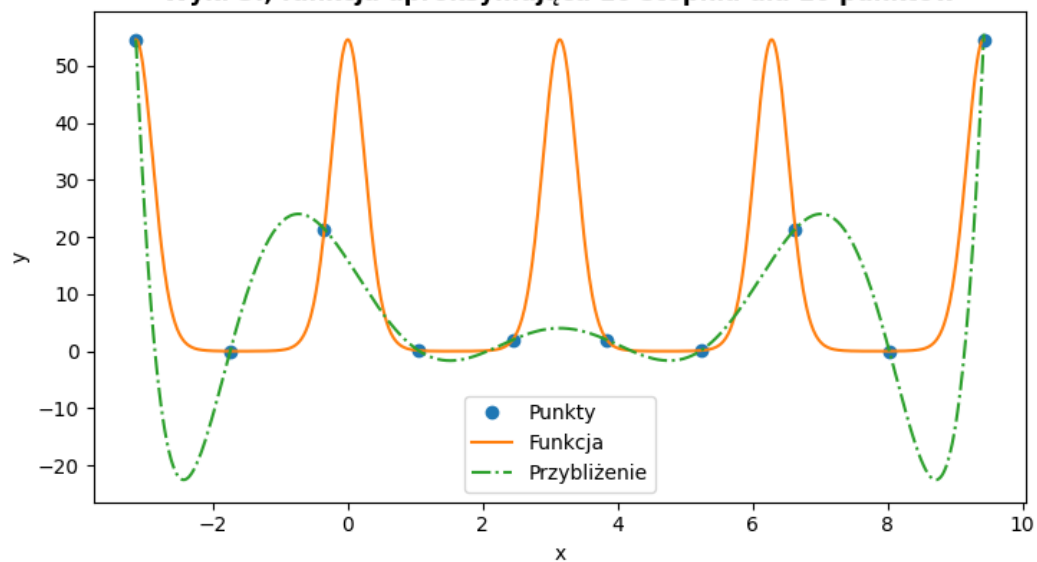


Inne przykładowe przybliżenia:

Dla 10 punktów:

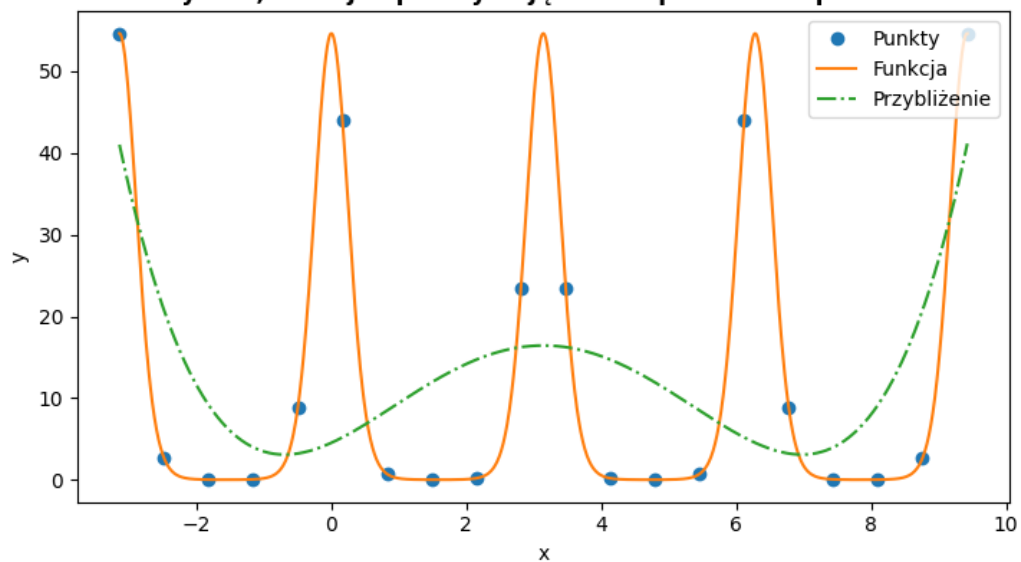


Wyk. 3., funkcja aproksymująca 10 stopnia dla 10 punktów

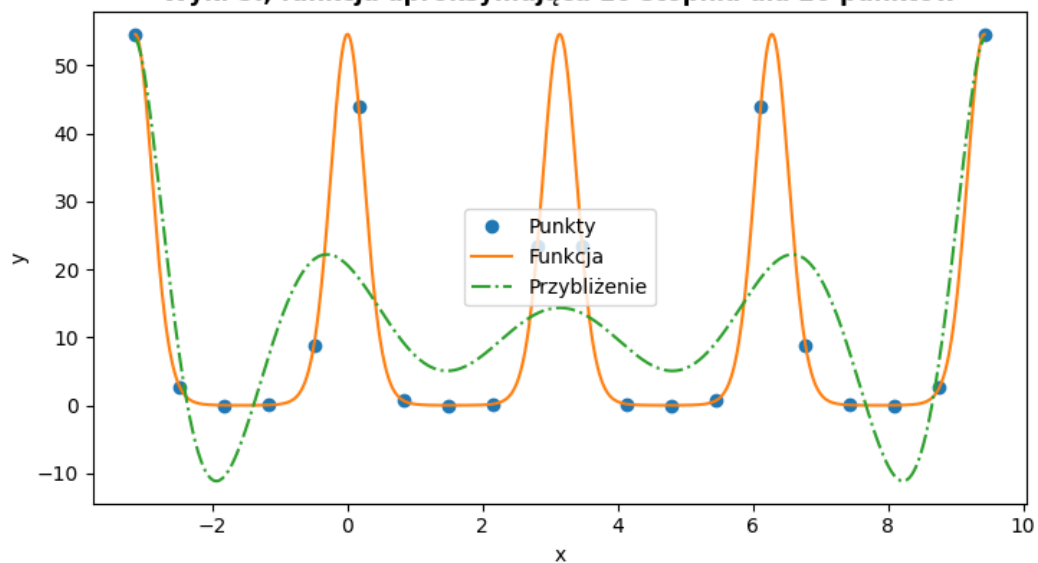


Dla 20 punktów:

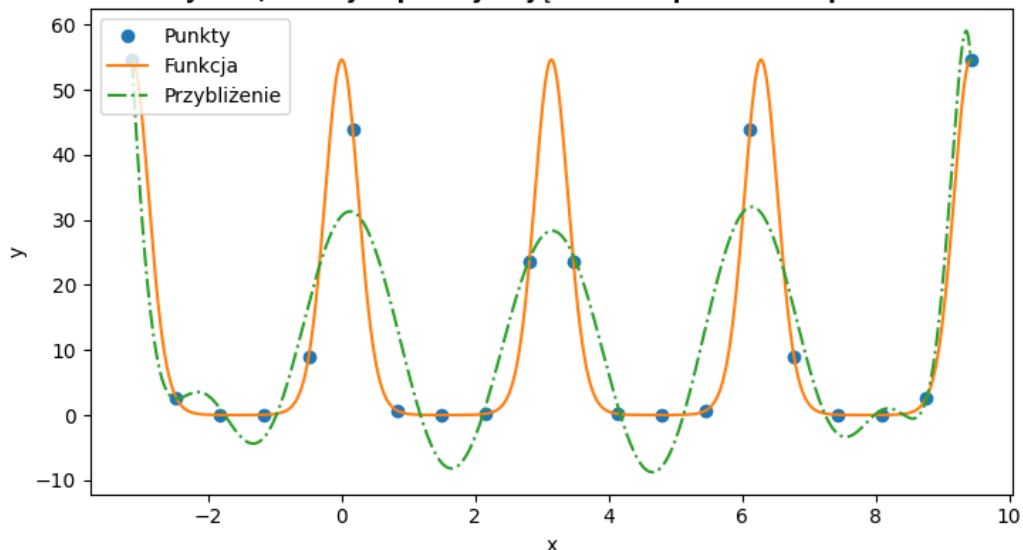
Wyk. 4., funkcja aproksymująca 5 stopnia dla 20 punktów



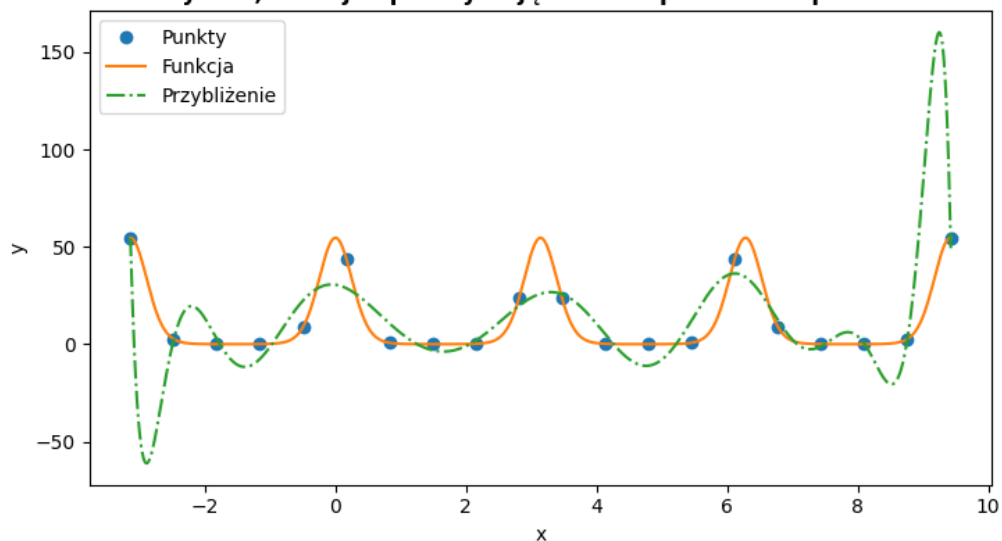
Wyk. 5., funkcja aproksymująca 10 stopnia dla 20 punktów



Wyk. 6., funkcja aproksymująca 15 stopnia dla 20 punktów

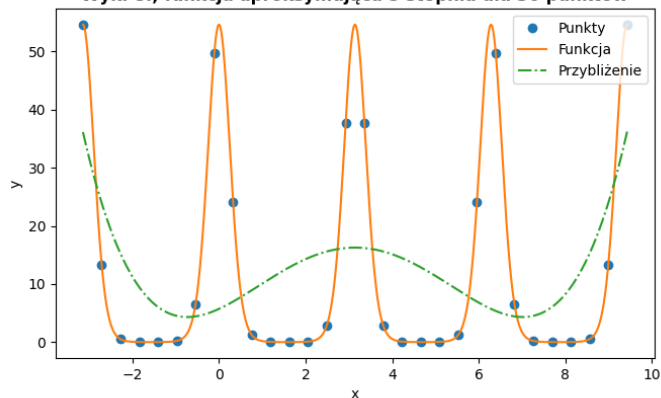


Wyk. 7., funkcja aproksymująca 20 stopnia dla 20 punktów

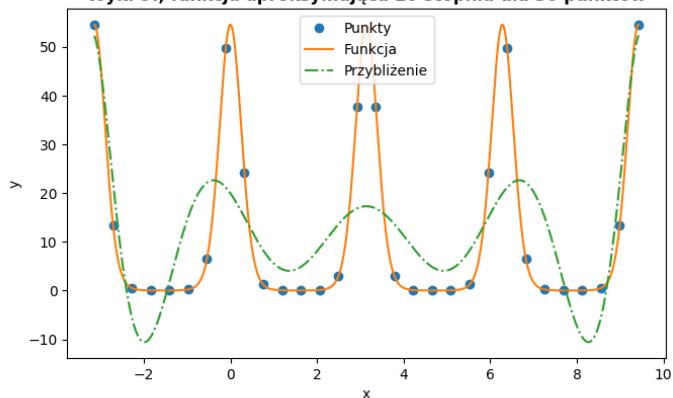


Dla 30 punktów:

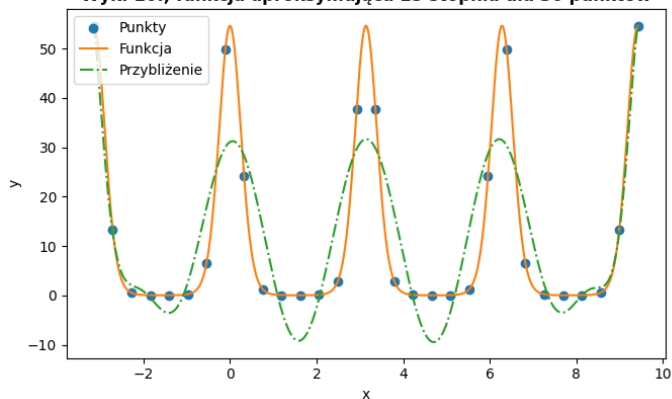
Wyk. 8., funkcja aproksymująca 5 stopnia dla 30 punktów



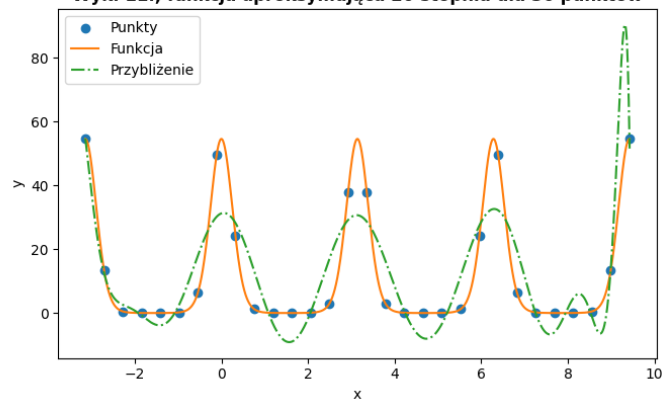
Wyk. 9., funkcja aproksymująca 10 stopnia dla 30 punktów



Wyk. 10., funkcja aproksymująca 15 stopnia dla 30 punktów

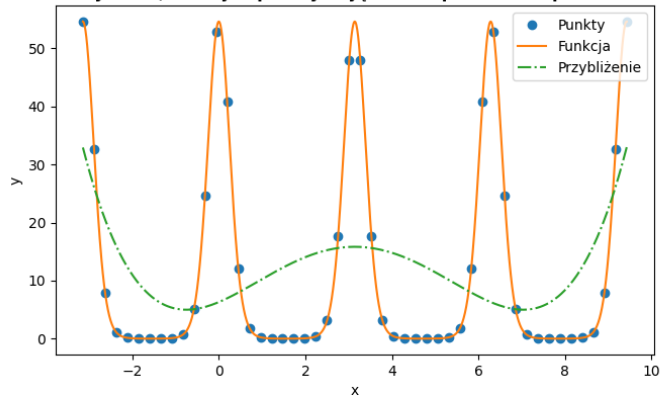


Wyk. 11., funkcja aproksymująca 20 stopnia dla 30 punktów

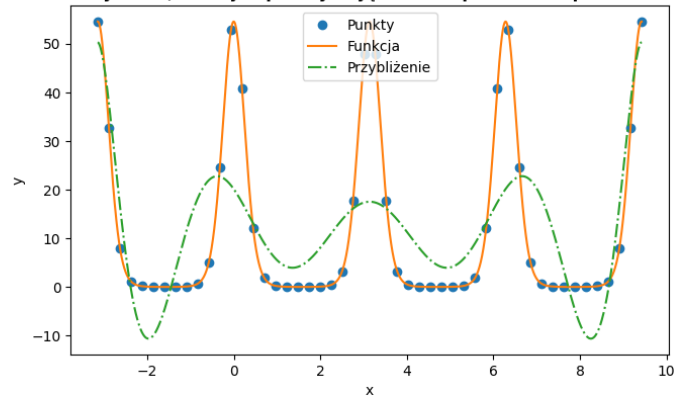


Dla 50 punktów:

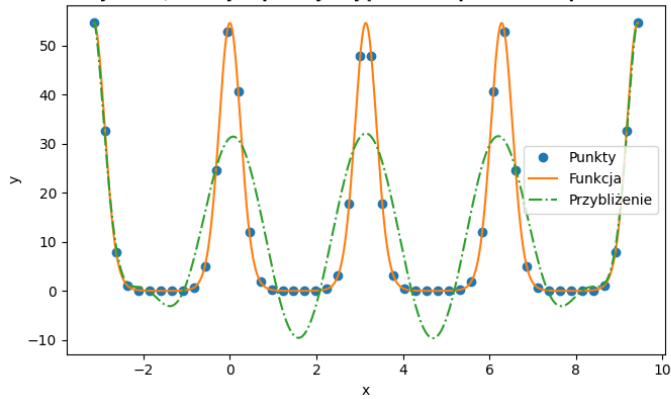
Wyk. 16., funkcja aproksymująca 5 stopnia dla 50 punktów



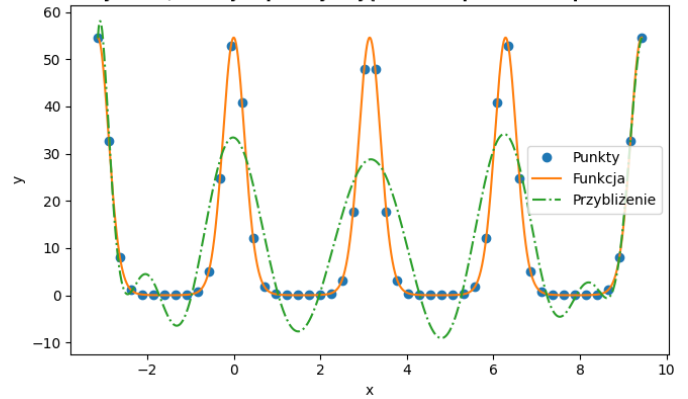
Wyk. 17., funkcja aproksymująca 10 stopnia dla 50 punktów



Wyk. 18., funkcja aproksymująca 15 stopnia dla 50 punktów

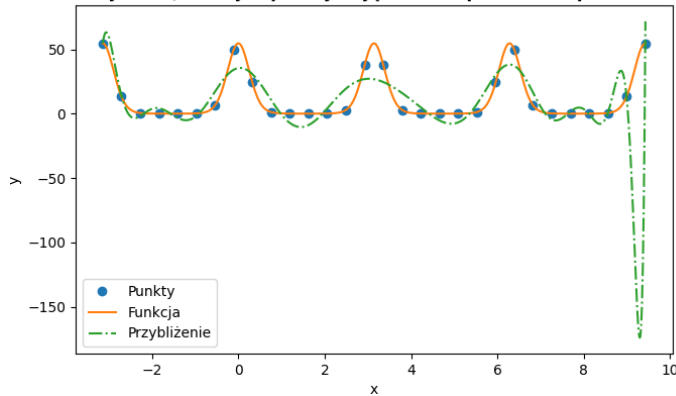


Wyk. 19., funkcja aproksymująca 20 stopnia dla 50 punktów

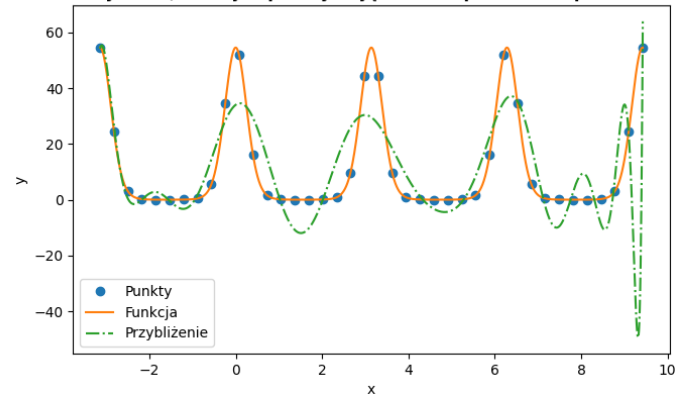


Dla 25 stopnia:

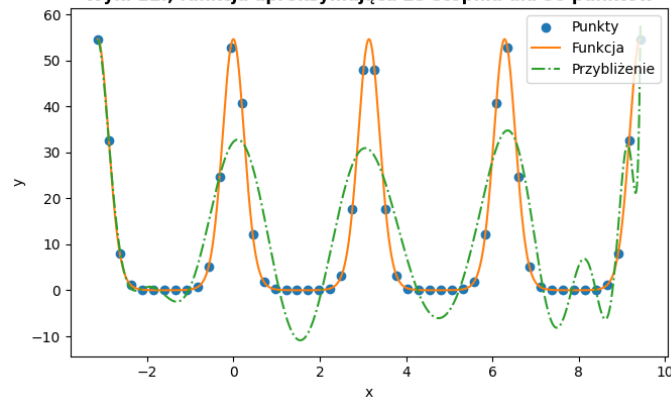
Wyk. 20., funkcja aproksymująca 25 stopnia dla 30 punktów



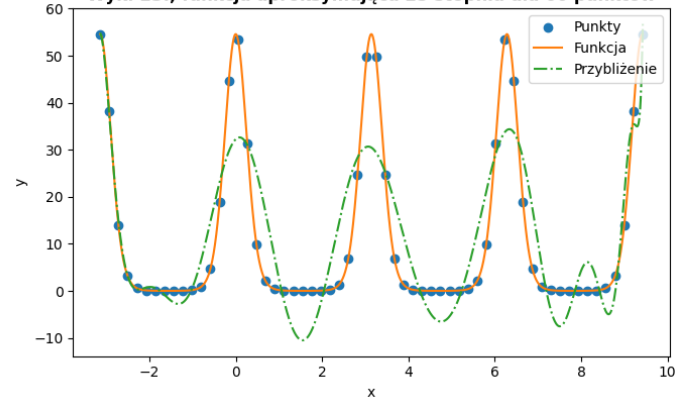
Wyk. 21., funkcja aproksymująca 25 stopnia dla 40 punktów



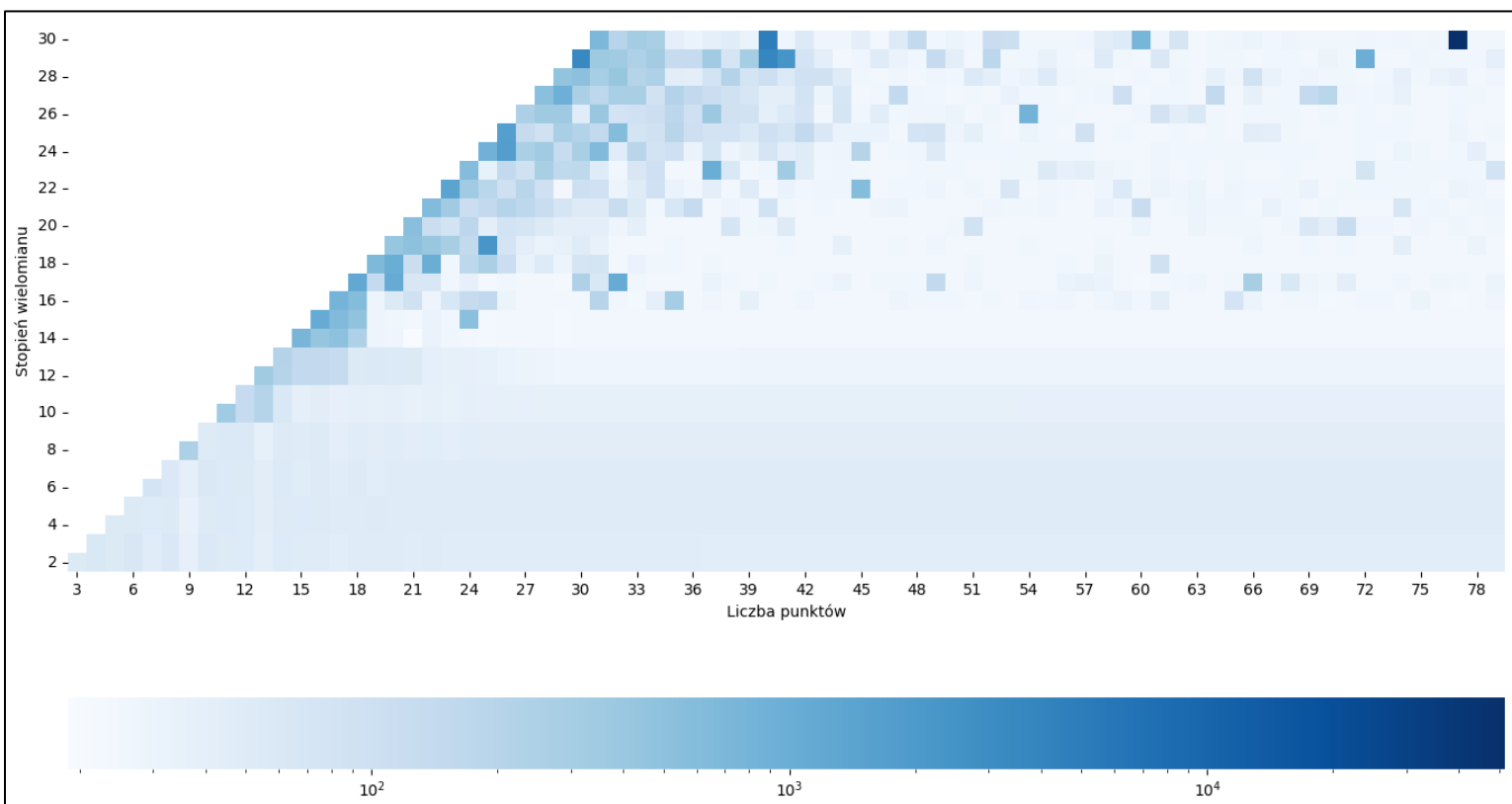
Wyk. 22., funkcja aproksymująca 25 stopnia dla 50 punktów



Wyk. 23., funkcja aproksymująca 25 stopnia dla 60 punktów



Otrzymane błędy opisano na poniższym rozkładzie (za pomocą mapy ciepła, im jaśniejszy kolor tym mniejszy błąd, użyto skali logarytmicznej):



Wnioski

Aproksymacja średniokwadratowa wielomianami algebraicznymi, dla punktów równoodległych nie jest zbyt efektywną metodą przybliżania funkcji na podstawie znanych punktów (niedokładność około 20, dla splinów niedokładność wynosiła 2-3). Zmiana liczby punktów dyskretyzacji nieznacząco wpływa na dokładność. Natomiast jak chodzi o stopień, to im większy tym bardziej zbliżona funkcja, aczkolwiek bardziej zauważalne są błędy. Wielomiany stopnia większego niż kilkanaście nie są raczej dobrym narzędziem przybliżania ponieważ występują spore błędy.