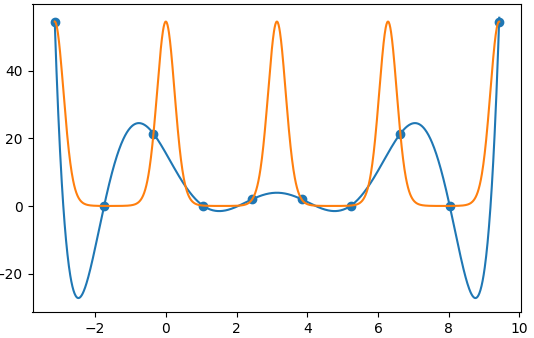
**MOwNiT, Laboratorium 2., Nikodem Korohoda**

Za pomocą interpolacji Lagrange’a oraz Newtona, dla punktów równoodległych oraz punktów Chebysheva wyznaczono przybliżenia funkcji , a następnie określono za pomocą dwóch sposobów dla jakiej liczby węzłów niedokładność między funkcją oczekiwaną a otrzymaną jest najmniejsza.

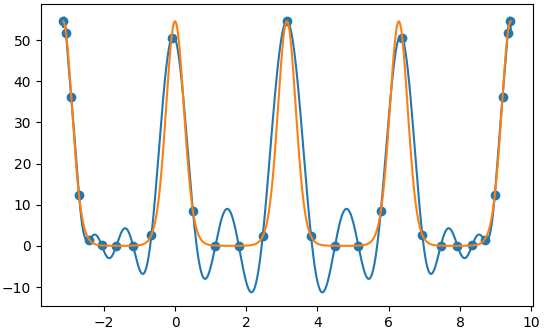
W poszukiwaniu najlepszej dokładności przeanalizowane kolejno wszystkie liczby węzłów od 3 do 30 (powyżej 30 powstawały błędy podczas obliczania funkcji)

*Niebieskimi liniami zaznaczono uzyskane wielomiany, pomarańczowymi liniami funkcję , zaś niebieskie punkty oznaczają znane węzły.*

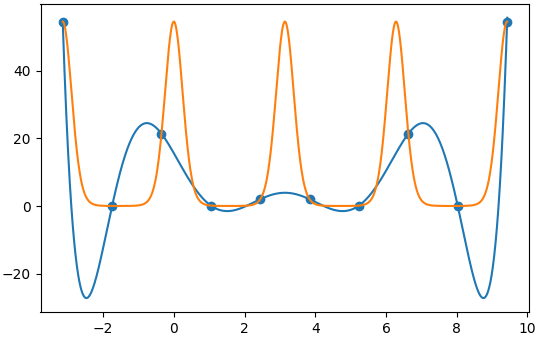
**Wyznaczone liczby węzłów dla których największa różnica między wartością oczekiwaną a otrzymaną jest najmniejsza:**

**Metoda Lagrange’a, punkty równoodległe, 10 węzłów**

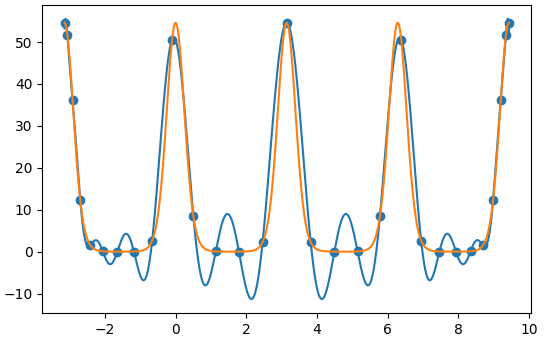
**Y  
 X** Wykres 1.

**Metoda Lagrange’a, punkty Chebysheva, 29 węzłów**

**Y  
 X** Wykres 2.

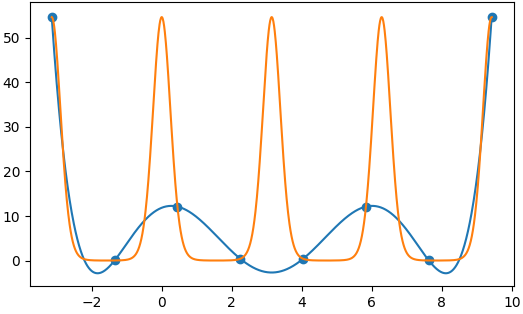
**Metoda Newtona, punkty równoodległe, 10 węzłów**

**Y  
 X** Wykres 3.

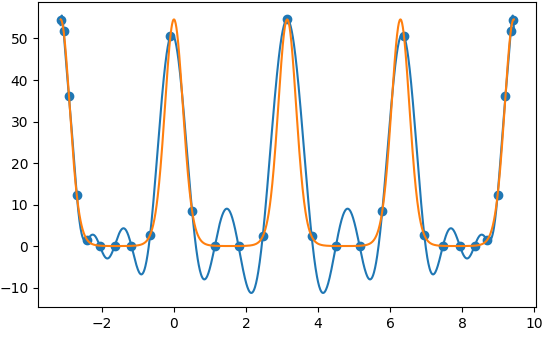
**Metoda Newtona, punkty Chebysheva, 29 węzłów**

**Y  
 X** Wykres 4.

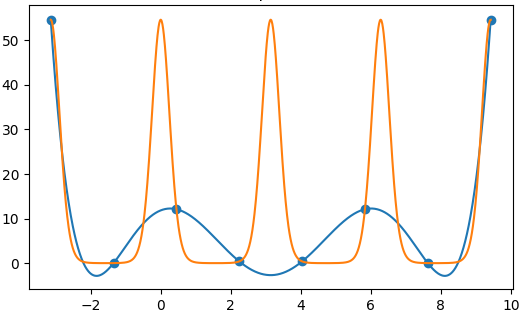
**Wyznaczone liczby węzłów dla których suma podniesionych do kwadratu różnic między wartością oczekiwaną a otrzymaną jest najmniejsza:**

**Metoda Lagrange’a, punkty równoodległe, 8 węzłów**

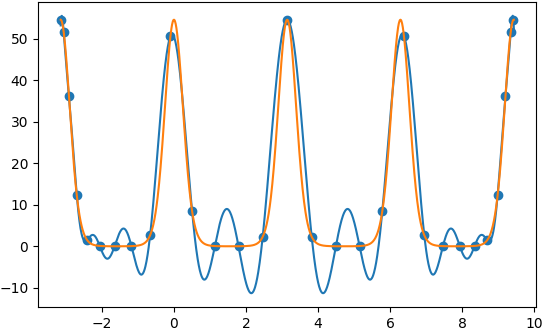
**Y  
 X** Wykres 5.

**Metoda Lagrange’a, punkty Chebysheva, 29 węzłów**

**Y  
 X** Wykres 6.

**Metoda Newtona, punkty równoodległe, 8 węzłów**

**Y  
 X** Wykres 7.

**Metoda Newtona, punkty Chebysheva, 29 węzłów**

**Y  
 X** Wykres 8.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Różnica (liczba węzłów) | Metoda Lagrange’a | Metoda Newtona |
| Punkty równoodległe | ~ 50,67 (10) | ~ 50,67 (10) |
| Punty Chebysheva | ~ 12,52 (29) | ~ 14,74 (29) |

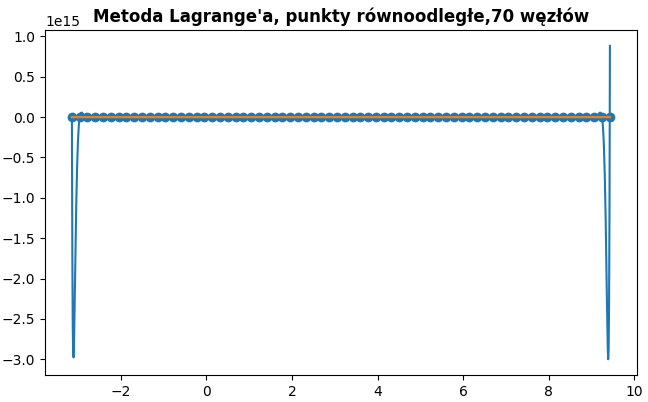
Tabela 1. przedstawia różnicę między wartością oczekiwaną a otrzymaną, która jest najmniejsza dla poszczególnych technik oraz ilość węzłów dla których owa różnica została znaleziona

Tabela 1.

Tabela 2. przedstawia sumę podniesionych do kwadratu różnic między wartością oczekiwaną a otrzymaną, która jest najmniejsza dla poszczególnych technik oraz ilość węzłów dla których owa suma została znaleziona

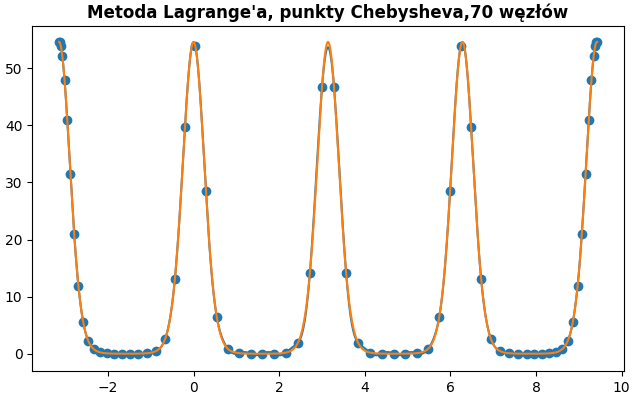
|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Suma (liczba węzłów) | Metoda Lagrange’a | Metoda Newtona |
| Punkty równoodległe | ~ 313861,46 (8) | ~ 313861,46 (8) |
| Punty Chebysheva | ~ 44066,13 (29) | ~ 44068,68 (29) |

Tabela 2.

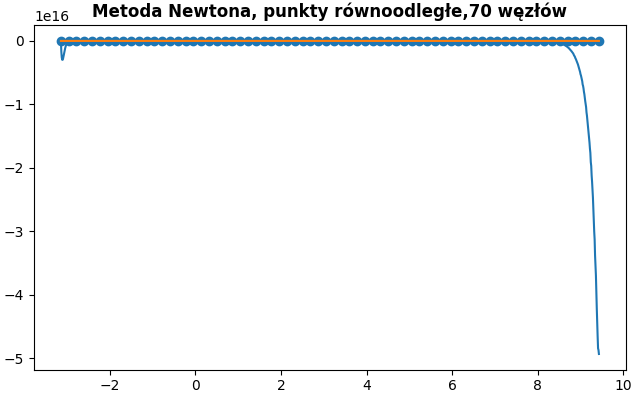
Dla wariantu z punktami równoodległymi można zaobserwować efekt Runge’go (tzn. znaczne odchylenia od wartości oczekiwanej na krańcach przedziału). Poniższy przypadek jest przykładem, że owe odchylenia mogą być bardzo duże – dla 70 węzłów wynoszą wartości w okolicach

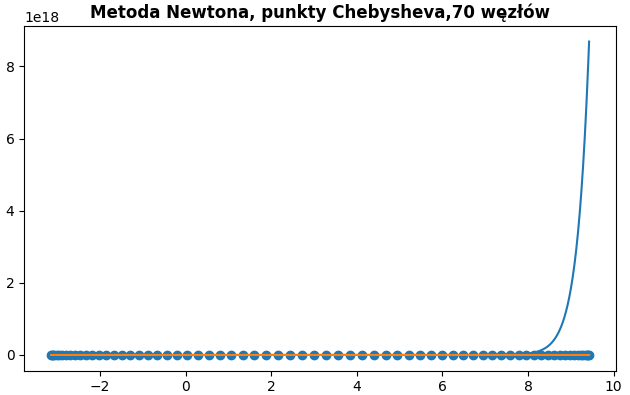
**Y  
 X** Wykres 9.

Dla porównania, w przypadku punktów Chebysheva efekt Runge’go nie występuje (dla 70 węzłów największa odległość między funkcjami wynosi 1,69). Dobrą praktyką jest zatem wykorzystywanie rozkładu punktów Chebysheva zamiast punktów równoodległych



**Y  
 X** Wykres 10.

Dla metody Newtona, w przypadku obliczania wielomianu dla znaczącej liczby węzłów, błędy obliczeniowe pojawiają się znacznie szybciej niż w przypadku metody Lagrange’a. Jak widać poniżej, dla 70 węzłów wykres otrzymanej funkcji jest zdecydowanie błędny.

 **Y  
 X** Wykres 11.

**Y  
 X** Wykres 12.

**Wnioski**

Nie powinno się wykorzystywać równomiernego rozkładu węzłów, ponieważ może prowadzić to do powstawania efektu Runge’go. Zamiast tego, należy skorzystać np. z rozkładu punktów Chebysheva.

Metoda Lagrange’a jest lepsza niż metoda Newtona w przypadku kiedy operujemy na większej liczbie węzłów. Prawdopodobnie wynika to z powodu niedokładności obliczeń dla liczb zmiennoprzecinkowych, która to powoduje spore rozbieżności funkcji otrzymanej względem oczekiwanej w przypadku stosowanie metody Newtona.