

# Transformations géométriques pour la simulation holographique tridimensionnelle

Thibaut Lombard

24 juin 2025

Ce document décrit un moyen de simuler le rendu holographique 3D à l'aide d'une seule image. Il s'agit d'appliquer des transformations géométriques qui donnent un effet de perspective grâce à une forme pyramidale.

Soit un point  $(x, y)$  dans l'image d'entrée. Les transformations appliquées sont :

**Rotation** d'un angle  $\theta$  :

$$R_\theta : \begin{cases} x' = x \cos \theta - y \sin \theta \\ y' = x \sin \theta + y \cos \theta \end{cases}$$

**Flip vertical** (axe horizontal) :

$$F_v : \begin{cases} x' = x \\ y' = H - y \end{cases}$$

où  $H$  est la hauteur de l'image.

**Flip horizontal** (axe vertical) :

$$F_h : \begin{cases} x' = W - x \\ y' = y \end{cases}$$

où  $W$  est la largeur de l'image.

**Transformations des quadrants :**

$$\begin{cases} T_{TL}(x, y) = R_{\pi/4}(x, y) \\ T_{TR}(x, y) = F_v \circ R_{\pi/4}(x, y) \\ T_{BL}(x, y) = F_h \circ R_{\pi/4}(x, y) \\ T_{BR}(x, y) = F_h \circ R_{-\pi/4}(x, y) \end{cases}$$

**Explication de la rotation en bas à droite :**

La rotation appliquée au quadrant bas droit est de  $-\pi/4$  (soit  $-45^\circ$ ), car elle correspond à une rotation inverse par rapport à l'angle de  $\pi/4$  appliqué aux autres quadrants.

On peut aussi écrire  $-\pi/4$  comme  $7\pi/4$  en notation modulo  $2\pi$  :

$$7\pi/4 = 2\pi - \pi/4$$

Cela signifie que la rotation utilisée en bas à droite effectue une rotation de  $315^\circ$  dans le sens horaire, équivalente à une rotation de  $-45^\circ$  dans le sens antihoraire.

Ainsi, la transformation  $T_{BR}$  inverse la rotation  $\pi/4$  tout en appliquant un flip horizontal, ce qui place correctement l'image dans la pyramide holographique.

Chaque image transformée est positionnée dans une mosaïque  $2 \times 2$  selon le schéma ci-dessous.

