



哈爾濱工業大學
HARBIN INSTITUTE OF TECHNOLOGY

实验成绩

实验报告

课程名称: 数值逼近

实验项目: 差值方法

所在院系: 信息与计算科学

学生姓名: 葛煜龙

学生学号: 1201200206

授课学期: 22 秋

完成时间: 2022.9.24

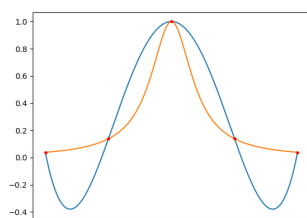
1 习题一 Runge 现象

1. 下段代码即为 Lagrange 插值法计算函数。

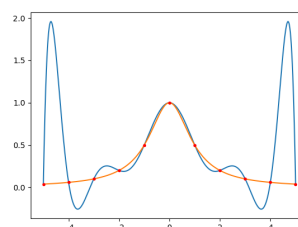
```
def lagrange(X, Y, XX) -> list:
    lin = 0
    YY = [0.0] * len(XX)
    for i in range(len(X)):
        lin = [1] * len(XX)
        for j in range(len(X)):
            if j != i:
                for k in range(len(XX)):
                    lin[k] *= (XX[k] - X[j]) / (X[i] - X[j])
        for k in range(len(XX)):
            YY[k] += lin[k] * Y[i]
    return YY
```

2. 用下段代码生成等距节点。然后代入上述第一问 Lagrange 函数进行计算即可。

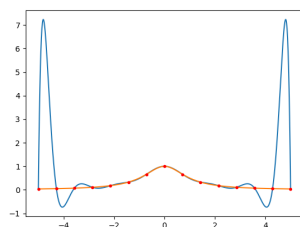
```
n = 14 # 对n值进行修改即可
X = [(-5 + i * 10.0 / n) for i in range(0, n + 1)]
Y = [1 / (1 + i ** 2) for i in X]
XX = np.linspace(-5, 5, 1000)
```



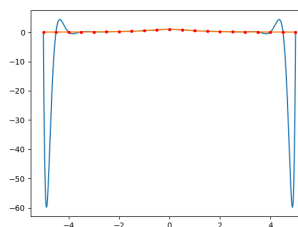
(a) $n = 4$



(b) $n = 10$



(c) $n = 14$



(d) $n = 20$

图 1: 等距节点差值

3. 用下段函数构造 chebyshev 节点。然后再带入第一问 Lagrange 函数计算即可。

```
def chebyshev_nodes(a, b, n):
    i = np.array(range(n + 1))
    z = np.cos((2 * i + 1) * pi / (2 * (n + 1)))
    return 0.5 * (b - a) * z + 0.5 * (b + a)
```

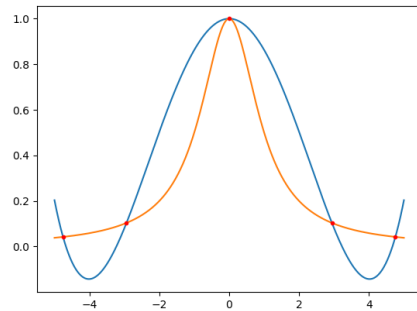
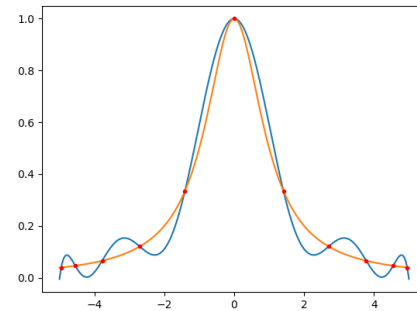
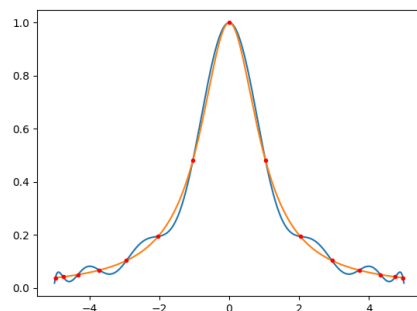
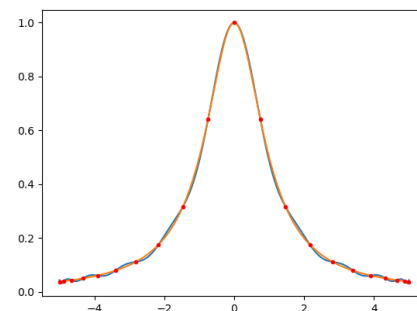
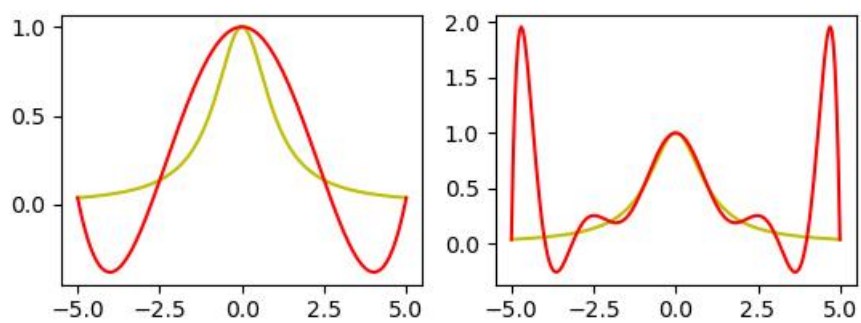
(a) $n = 4$ (b) $n = 10$ (c) $n = 14$ (d) $n = 20$

图 2: chebyshev 节点差值

4. Newton 插值法



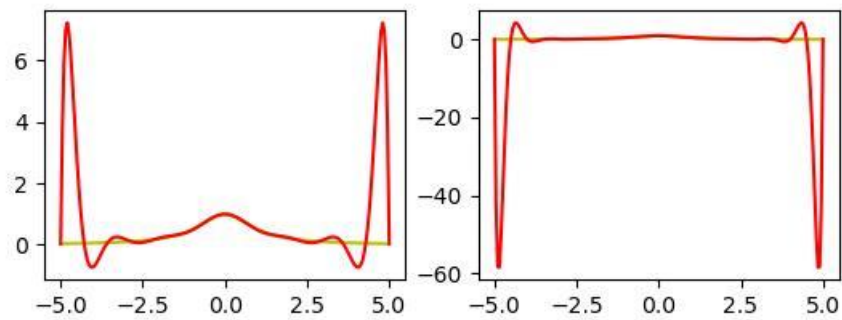


图 3: chebyshev 节点差值

2 习题二 分段差值

1. 分段线性插值方法

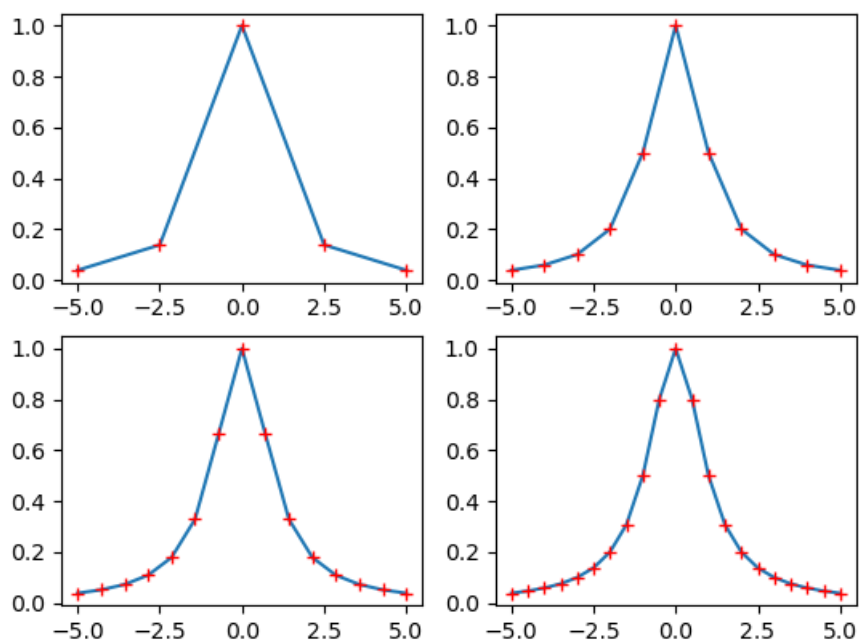


图 4: 分段线性插值方法

2. 分段 3 次 Hermite 插值方法

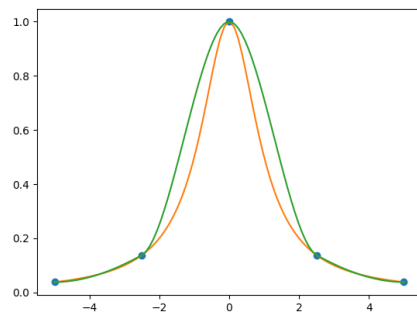
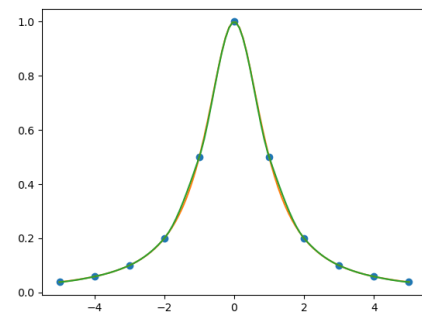
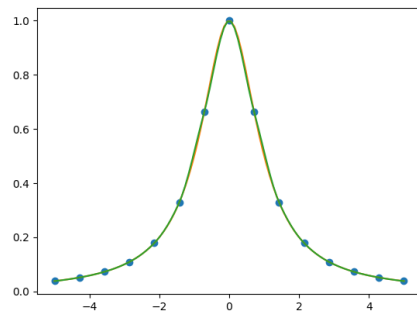
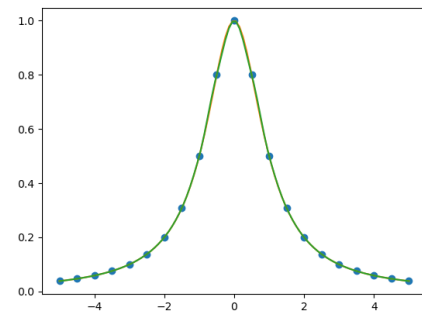
(a) $n = 4$ (b) $n = 10$ (c) $n = 14$ (d) $n = 20$

图 5: 分段 3 次 Hermite 插值方法

3. 三次样条插值方法

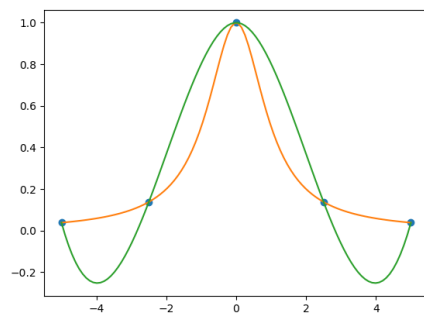
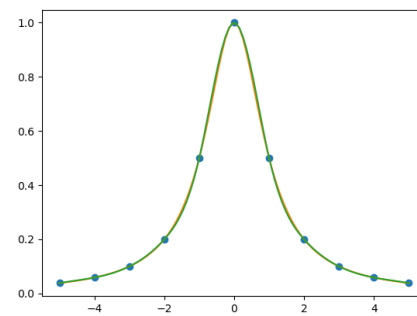
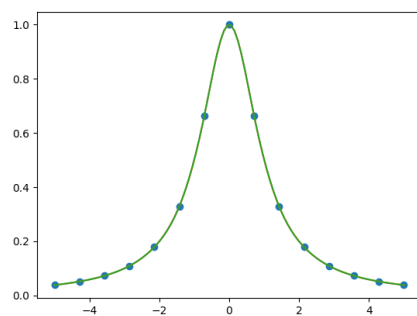
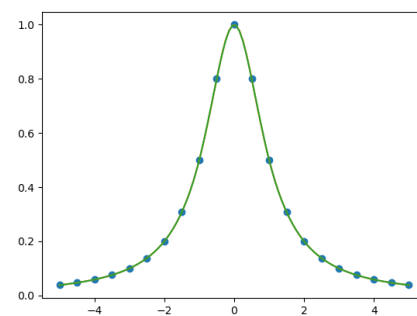
(a) $n = 4$ (b) $n = 10$ (c) $n = 14$ (d) $n = 20$

图 6: 三次样条插值方法

3 习题三 物体轨迹

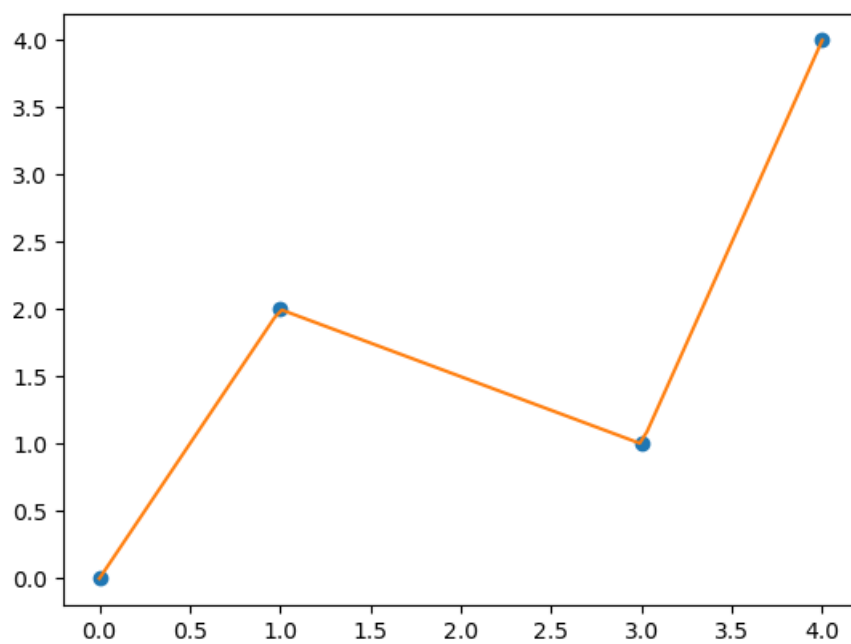


图 7: 分段线性插值方法

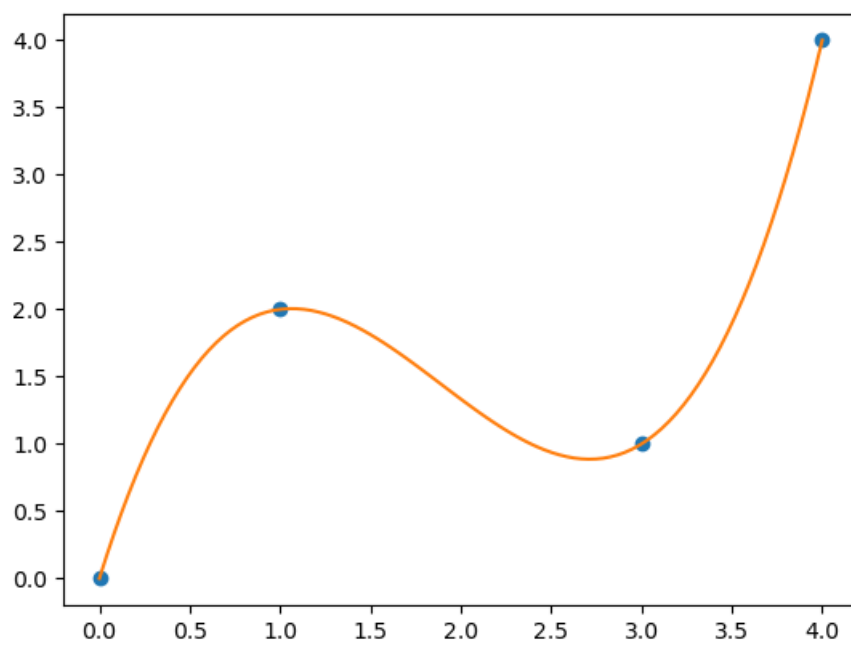


图 8: 三次样条插值方法