

上机实习二：插值方法

练习 1 (Runge 现象)

- (1) 编写 **Python** 函数, 命名为 **lagrange**

$$yy = \text{lagrange}(x, y, xx),$$

其中 x 是已知节点, y 是对应的函数值

$$x = [x_0, \dots, x_n], \quad y = [y_0, \dots, y_n].$$

xx 为插值点, yy 为用 Lagrange 插值法计算出来的函数值.

- (2) 利用 **lagrange** 函数, 在以下节点上

$$x_i = -5 + ih,$$

做函数

$$f(x) = \frac{1}{1+x^2}$$

的插值多项式, 其中 $h = 10/n$, 且 $n = 4, 10, 14, 20$. 将插值多项式和原函数 f 画在同一幅图象中.

- (3) 用 Chebyshev 节点重复以上的插值问题, 其中 Chebychev 节点为:

$$x_i = \frac{b-a}{2}z_i + \frac{a+b}{2}, \text{ with } z_i = \cos\left(\frac{\pi}{2} \frac{2i+1}{n+1}\right) \text{ and } a = -5, b = 5.$$

- (4) 用 Newton 插值法重复以上练习.

练习 2 (分段插值)

用下列分段插值方法重复练习 1(2) 中的插值问题:

- (1) 分段线性插值方法;
- (2) 分段 3 次 Hermite 插值方法;
- (3) 三次 (固支) 样条插值方法.

将插值多项式和原函数 f 画在同一幅图象中.

练习 3 (物体的轨迹)

用插值方法画出物体运动的轨迹.

物体运动的轨迹点分别为:

时间	坐标
0	(0,0)
1	(1,2)
2	(4,4)
3	(3,1)
4	(0,0)

应用下列方法画出物体的轨迹:

- (1) 分段线性插值方法;
- (2) 三次 (周期) 样条插值方法.

练习 4 (二元插值) (选做)

已知二元函数 $f(x, y) = \sin(2\pi x) \cos(\pi y)$, $(x, y) \in [-1, 1]^2$, 分别取 $n_x = n_y = 8, 16, 32, 64$ 做函数 $f(x, y)$ 的分段线性插值和三次 (固支) 样条插值.

1. 分别画出插值函数.
2. 检验两种方法的收敛阶数.