

2025 年华数杯全国大学生数学建模竞赛题目

(请先阅读“华数杯数学建模竞赛论文格式规范与提交说明”)

A 题 多孔膜光反射性能的优化与控制

近年来，随着全球气候变暖问题日益严峻，辐射降温技术受到广泛关注。本题的研究对象是通过溶剂模板辅助的蒸发诱导相分离法（EIPS）制备的醋酸纤维素多孔膜，该材料具有良好的太阳光反射性能，是一种极具应用前景的辐射降温材料。然而，当前该类多孔膜存在微观结构调控不精确、其与光学性能及制备条件的关联机制不明等问题，这亟待我们深入研究。

多孔膜的光反射性能由平均反射率表示，而反射率与孔面积占比高度相关，孔面积占比即 SEM 图像（电子扫描显微镜（SEM）拍摄样品图像）中孔的总面积与图像涵盖的总面积之比。因此孔面积占比是研究多孔膜光反射性能的关键变量，通过调控孔面积占比可实现对多孔膜光反射性能的优化。

附件 1 详细描述了该多孔膜的制备过程，涉及温度、湿度、固含量三个制备条件，具体包括五个核心环节：DMF 的蒸发速度调控、环丁砜与纤维素因溶解度变化产生的析出、环丁砜小液滴的布朗运动、小液滴碰撞形成大液滴，以及大液滴通过吸收小液滴进一步增大。这五个环节分别对应五类数学模型：蒸发速度环节采用动力学模型，环丁砜与纤维素的析出环节采用质量平衡数学模型，环丁砜小液滴的布朗运动环节采用粒子扩散动力学模型，环丁砜大液滴的形成及增大环节均采用粒子碰撞动力学模型。对于模型参数，例如环丁砜和醋酸纤维素的析出模型中，参数有环丁砜在 DMF 中的溶解度、醋酸纤维素在 DMF 中的溶解度等。

请你查阅相关文献，建立数学模型，回答下列问题：

问题一：附件 1 中给出了多孔膜的制备过程。请结合多孔膜的制备过程，从制备材料的蒸发、环丁砜与醋酸纤维素的析出、环丁砜小液滴的布朗运动、大液滴的形成及增大这五个步骤出发，通过机理分析推导描述多孔膜孔面积占比的理论模型。明确模型中各参数的物理意义，并说明建模过程中对复杂物理现象的简化假设及其合理性。

问题二：结合附件 2 数据，求解问题一建立的理论模型的未知参数，构建出完整的应用模型，并检验模型的合理性。

问题三：在问题二应用模型的基础上，想要获得最优多孔膜的孔面积占比，应当如何制定实验室的制备条件？

问题四：在实际科研中，建立机理模型之前，需要进行影响因素分析。请根据附件 2 中的数据，对多孔膜的孔面积占比做影响因素分析，如果模型有变化，重新建立机理模型，重做问题三，并将结果与问题三进行比较。