Задание 2.

Задание 1.

16- вариант.
Мустафаев Шахрух
МТН-2021.

Определить ранг матрицы, следующими способами:

1) по определению
2) С помощью окаймляющих миноров
3) С помощью элементарных преобразований

1)

$$\begin{pmatrix} 16 & 0 & 32 & 16 & 0 \\ 0 & -16 & -19 & 20 & 0 \\ -16 & 160 & 0 & 0 & 18 \\ -32 & 0 & 14 & 17 & -48 \end{pmatrix}$$

2)   1-ой порядки
   $r \geq 1$ так как есть элементы которые не равны 0.

2-ой порядки.

$$\begin{pmatrix} 16 & 0 \\ 0 & -16 \end{pmatrix} = -256 - 0 = -256 \neq 0 \quad r \geq 2.$$

3-ий порядки.

$$\begin{pmatrix} 16 & 0 & 32 \\ 0 & -16 & -19 \\ -16 & 160 & 0 \end{pmatrix} = 0 + 0 + 0 - 256 \cdot 32 - (-19 \cdot 160 \cdot 16) = 256 \cdot 158 = 40448 \neq 0 \quad r \geq 3.$$

4-ой порядки.

$$\begin{pmatrix} 16 & 0 & 32 & 16 \\ 0 & -16 & -19 & 20 \\ -16 & 160 & 0 & 0 \\ -32 & 0 & 14 & 17 \end{pmatrix} = 6295040 \quad r = 4.$$

3)
$$\begin{pmatrix} 16 & 0 & 32 & 16 & 0 \\ 0 & -16 & -19 & 20 & 0 \\ -16 & 160 & 0 & 0 & 18 \\ -32 & 0 & 14 & 17 & -48 \end{pmatrix} \overset{\cdot 2 + \overline{IV}}{\underset{\cdot 1 + \overline{III}}{}} = \begin{pmatrix} 16 & 0 & 32 & 16 & 0 \\ 0 & -16 & -19 & 20 & 0 \\ 0 & 160 & 32 & 16 & 18 \\ 0 & 0 & 78 & 49 & -48 \end{pmatrix} \overset{\cdot 10 + \overline{IV}}{=} \begin{pmatrix} 16 & 0 & 32 & 16 & 0 \\ 0 & -16 & -19 & 20 & 0 \\ 0 & 0 & -158 & 216 & 18 \\ 0 & 0 & 78 & 49 & -48 \end{pmatrix}$$

Задание 2.

$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ Чредой из вод выходят ясных,

0,3,4,8,14,2,14,1,12,-6,14,5,22,-5,15,-6,7,-1,-3,9,14,-4.

1)

$B \{ 25,18,6,5,16,11,0,10,3,0,3,16,5,0,3,29,23,16,5,33,20,0,33,19,19,29,23,35 \}$

$C = A \cdot B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 25 & 6 & 16 & 0 & 9 & 3 & 5 & 3 & 23 & 5 & 20 & 33 & 19 & 23 \\ 18 & 5 & 11 & 10 & 0 & 16 & 0 & 23 & 16 & 33 & 0 & 19 & 29 & 35 \end{pmatrix} =$

$= \begin{pmatrix} 32 & 7 & 21 & -10 & 18 & -10 & 10 & -23 & 30 & -23 & 40 & 47 & 1 & 11 \\ -7 & -1 & -5 & 10 & -9 & 13 & -5 & 26 & -7 & 28 & -20 & -14 & 14 & 12 \end{pmatrix}$

$C \{ 32,7,21,-10,18,-10,10,-23,30,-23,40,47,1,46,32,-7,7,-1,21,-5,-10,10,18,-9,-19,13,10,-5,$
$-23,26,30,-7,-23,28,40,-20,47,-14,1,14,11,12 \}$

2)

$A^{-1} = \frac{1}{1} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 & 4 & 14 & 14 & 12 & 16 & 22 & 15 & 7 & -3 & 14 \\ 3 & 8 & 2 & 1 & -6 & 1 & -6 & -6 & -1 & 9 & -4 \end{pmatrix} =$

$= \begin{pmatrix} 3 & 12 & 16 & 15 & 6 & 17 & 16 & 9 & 6 & 6 & 10 \\ 6 & 20 & 18 & 16 & 0 & 18 & 10 & 3 & 5 & 15 & 6 \end{pmatrix}$

3, 6, 12, 20, 16, 18, 15, 16, 6, 0, 17, 18, 16, 10, 9, 3, 6, 5, 6, 15, 19, 6.

В Е К Т О Р Н О Е   П Р О И З В Е Д Е Н И Е

Задание 3

1) Составить основную матрицу $A = ?$
2) Составить расширенную матрицу $B = ?$
3) Найти ранг основной матрицы rank$(A) = ?$.
4) Найти ранг расширенной матрицы rank$(B) = ?$.
5) Совместно ли функции?
6) Если система совместна, то решить методом Крамера

a) $\begin{cases} 4x_1 + x_2 - 3x_3 = 5 \\ x_1 + 7x_2 + x_3 = 14 \\ 2x_1 + 15x_2 - 5x_3 = -20 \end{cases}$

б) $\begin{cases} 3x_1 - x_2 + 3x_3 = 2 \\ 3x_1 + 6x_2 + 0 \cdot x_3 = 3 \\ 2x_1 + 0 \cdot x_2 - 5x_3 = -12 \end{cases}$

1) $\begin{pmatrix} 4 & 1 & -3 \\ 1 & -7 & 1 \\ 2 & 15 & -5 \end{pmatrix}$

2) $\begin{pmatrix} 3 & -1 & 3 & 2 \\ 3 & 6 & 0 & 3 \\ 2 & 0 & -5 & -12 \end{pmatrix}$

3) $\begin{pmatrix} 4 & 1 & -3 \\ 1 & -7 & 1 \\ 2 & 15 & -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -7 & 1 \\ 4 & 1 & -3 \\ 2 & 15 & -5 \end{pmatrix}^{(-4)+II}_{(-2)+III} = \begin{pmatrix} 1 & -7 & 1 \\ 0 & 29 & -7 \\ 0 & 29 & -7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -7 & 1 \\ 0 & 29 & -7 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ rank$(A) = 2$. a)

4) $\begin{pmatrix} 3 & -1 & 3 & 2 \\ 3 & 6 & 0 & 3 \\ 2 & 0 & -5 & -12 \end{pmatrix}^{-1+II}_{-\frac{2}{3}+III} = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 3 & 2 \\ 0 & 7 & -3 & 1 \\ 0 & \frac{2}{3} & -7 & -\frac{40}{3} \end{pmatrix}$ rank$(A/B) = 3$. б)

5) $\begin{pmatrix} 4 & 1 & -3 & 5 \\ 1 & -7 & 1 & 14 \\ 2 & 15 & -5 & -20 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -7 & 1 & 14 \\ 4 & 1 & -3 & 5 \\ 2 & 15 & -5 & -20 \end{pmatrix}^{(-4)+II}_{(-2)+III} = \begin{pmatrix} 1 & -7 & 1 & 14 \\ 0 & 29 & -7 & -51 \\ 0 & 29 & -7 & -48 \end{pmatrix}$ rank$(A/B) = 3$.

rank$(A) \neq$ rank(A/B)

Не совместны. a)

$\begin{pmatrix} 3 & -1 & 3 \\ 3 & 6 & 0 \\ 2 & 0 & -5 \end{pmatrix}^{(-1)+II}_{(-\frac{2}{3})+III} = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 3 \\ 0 & 7 & 0 \\ 0 & \frac{2}{3} & -5 \end{pmatrix}$ rank$(A) = 3$.

rank$(A/B) =$ rank(A) б)

Совместны.

6) $\begin{pmatrix} 3 & -1 & 3 & 2 \\ 3 & 6 & 0 & 3 \\ 2 & 0 & -5 & -12 \end{pmatrix}$

$\Delta = \begin{vmatrix} 3 & -1 & 3 \\ 3 & 6 & 0 \\ 2 & 0 & -5 \end{vmatrix} = -90 + 0 + 0 - (36 + 0 + 15) = -141.$

$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 3 & 6 & 0 \\ -12 & 0 & -5 \end{vmatrix} = -60 + 0 + 0 - (-216 + 15 + 0) = -60 + 201 = 141.$

$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 3 & 2 & 3 \\ 3 & 3 & 0 \\ 2 & -12 & -5 \end{vmatrix} = -45 + 0 - 108 - (18 - 30) = -153 + 12 = -141.$

$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 3 & 6 & 3 \\ 2 & 0 & -12 \end{vmatrix} = -216 - 6 + 0 - (24 + 36) = -222 - 60 = -282.$

$x_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{141}{-141} = -1.$

$x_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{-141}{-141} = 1.$

$x_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta} = \frac{-282}{-141} = 2.$