

Giải quyết vấn đề 0-1 Knapsack bằng Dynamic Programming

1. Vấn đề 0-1 knapsack

$$\begin{array}{ll} \text{maximize} & \sum_{i=1}^n v_i x_i \\ \text{subject to} & \sum_{i=1}^n w_i x_i \leq W \text{ and } x_i \in \{0, 1\}. \end{array}$$

2. Các trạng thái

- Các trạng thái được xác định bằng bằng 2 tham số: i, w
- $M[i, w]$ là giá trị lớn nhất có thể đạt được với khối lượng nhỏ hơn hoặc bằng w sử dụng i món đồ đầu tiên.
- Trạng thái cần tìm: $M[n, W]$

3. Base case và mối liên hệ giữa những trạng thái

- Base case: $M(i, w) = 0$ nếu $i=0$ hoặc $w=0$, với
 - o $0 \leq i \leq n$
 - o $0 \leq w \leq W$
 - o i, w là số nguyên
- mối liên hệ giữa những trạng thái
 - o $M[i, w] = M[i-1, w]$ nếu $w_i > w$

$$M[i, w] = \max(M[i-1, w], M[i-1, w-w_i] + v_i) \text{ nếu } w_i \leq w$$

Giải thích:

Giả sử đã tìm được $M[i-1, W]$, thì giá trị lớn nhất có thể đạt được từ n món đồ là một trong hai giá trị sau:

- Giá trị lớn nhất thu được từ $n-1$ món đồ và khối lượng W (không bao gồm món đồ thứ n)
- Giá trị của món đồ thứ n cộng với giá trị lớn nhất thu được bởi $n-1$ món đồ và khối lượng W trừ đi khối lượng của món đồ thứ n (bao gồm món đồ thứ n)