厦门大学《微积分 I-2》课程期中试卷

试卷类型：理工类　　A 卷（ √ ）B 卷（　）

学年学期：2023-2024 第二学期 考试时间：2024.4.27

得　分	
评阅人	

一、选择题：（每小题 4 分，共 20 分）

1. 函数 $f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{xy}{x^2+y^2} & (x,y)\neq 0\\ 0 & (x,y)=0\end{cases}$ 在点 $(0,0)$ 处（　　）。

（A）连续且偏导数存在；　（B）连续但偏导数不存在；

（C）不连续但偏导数存在；　（D）不连续且偏导数不存在。

2. 微分方程 $y''+y=-2\sin x$ 的一个特解为（　　）。

（A） $y=\cos x$；　（B） $y=x\sin x$；　（C） $y=(x+1)\cos x$；　（D） $y=x\cos x+e^{-x}$。

3. 原点 $(0,0,0)$ 到直线 $\dfrac{x-3}{4}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{1}$ 的距离为（　　）。

（A）1；　（B）2；　（C）$\sqrt{2}$；　（D）$2\sqrt{2}$。

4. 曲线 $\begin{cases}x^2+y^2+z^2=6\\ x+y+z=0\end{cases}$ 在点 $(-1,2,-1)$ 的切线必定平行于平面（　　）。

（A） $x=0$；　（B） $y=0$；　（C） $z=0$；　（D） $x+y-z=0$。

5. 函数 $f(x,y)=(6x-x^2)(4y-y^2)$ 的极大值点为（　　）。

（A） $(0,0)$；　（B） $(0,4)$；　（C） $(6,0)$；　（D） $(3,2)$。

二、填空题：（每小题 4 分，共 20 分）

得　分	
评阅人	

1. $\lim\limits_{(x,y)\to(0,1)}\dfrac{2-\sqrt{xy+4}}{xy}=$______________。

2. 设 $z=\arctan\dfrac{y}{x}$，则 $dz|_{(1,1)}=$______________________。

3. xOy 面上的双曲线 $4x^2-9y^2=36$ 绕 y 轴旋转一周的曲面方程为______________。

4. 球心在 $(1,1,1)$ 且与平面 $x+2y+2z=8$ 相切的球面方程为______________。

5. 函数 $u=xy^2z$ 在点 $(3,1,0)$ 处沿着方向 $\vec{l}=(2,1,2)$ 的方向导数为______________。

三、求解下列微分方程：（**每小题 8 分，共 24 分**）

得　分	
评阅人	

1. 求微分方程 $\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}=\dfrac{\sin x-y}{x}$ 的通解；

2. 求满足初始条件 $y(0)=1$，$y'(0)=\mathrm{e}$ 的微分方程 $y''=\mathrm{e}^{2y}$ 的特解；

3. 求微分方程 $y''-2y'-3y=x\mathrm{e}^{x}$ 的通解。

得　分	
评阅人	

四、（9 分）已知平面 Π 过直线 $L:\begin{cases} x+5y+z=0 \\ x-z+4=0 \end{cases}$，且与平面 $x-4y-8z+12=0$ 的夹角为 $\dfrac{\pi}{4}$。试求该平面 Π 的方程。

得　分	
评阅人	

五、（9 分）证明函数 $f(x,y)=\sqrt{|xy|}$ 在 $(0,0)$ 点处不可微，但在该点处沿着任何方向的方向导数都存在。

六、(9 分)设 $z=z(x,y)$ 是由方程 $F(x+\frac{z}{y}, y+\frac{z}{x})=0$ 所确定的隐函数。

得　分	
评阅人	

证明：$x\frac{\partial z}{\partial x}+y\frac{\partial z}{\partial y}=z-xy$。

七、(9 分)求平面 $\frac{x}{3}+\frac{y}{4}+\frac{z}{5}=1$ 和柱面 $x^2+y^2=1$ 的交线上与 xOy 平面距离最短的点。

得　分	
评阅人	