厦门大学《微积分 I-2》课程期末试卷

试卷类型：理工类　　A 卷（ √ ）B 卷（　）

学年学期：2023-2024 第二学期 考试时间：2024.6.12

得　分	
评阅人	

一、选择题：（**每小题 4 分，共 16 分**）

1. 设 $D=\{(x,y)\,|\,x^2+y^2\le 1, x\ge 0\}$，则 $\iint_D (x+y)\,\mathrm{d}\sigma=$（　　）。

（A）0；　（B）1；　（C）$\frac{2}{3}$；　（D）2。

2. 设 Ω 是由曲面 $z=\sqrt{2-x^2-y^2}$ 及 $z=x^2+y^2$ 所围成的闭区域，则 $\iiint\limits_{\Omega} z\,\mathrm{d}v=$（　　）。

（A）$\int_0^{2\pi}\mathrm{d}\theta\int_0^1\mathrm{d}\rho\int_{\rho^2}^{\sqrt{2-\rho^2}} z\,\mathrm{d}z$；　（B）$\int_0^{2\pi}\mathrm{d}\theta\int_0^1\mathrm{d}\rho\int_{\rho^2}^{\sqrt{2-\rho^2}} \rho z\,\mathrm{d}z$；

（C）$\int_0^{2\pi}\mathrm{d}\theta\int_0^1\mathrm{d}\rho\int_0^{\sqrt{2-\rho^2}} z\,\mathrm{d}z$；　（D）$\int_0^{2\pi}\mathrm{d}\theta\int_0^1\mathrm{d}\rho\int_0^{\sqrt{2-\rho^2}} \rho z\,\mathrm{d}z$。

3. 下列的级数中为条件收敛的是（　　）。

（A）$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}$；　（B）$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{1}{2^n}$；　（C）$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{\sin n}{n^2}$；　（D）$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{1}{\ln(n+1)}$。

4. 已知幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty}a_n x^n$ 在点 $x=2$ 处收敛，则对于该级数，下列说法正确的是（　　）。

（A）收敛半径为 2；（B）收敛域为 $[-2,2]$；（C）在 $x=1$ 处绝对收敛；（D）在 $x=-2$ 处收敛。

二、填空题：（**每小题 4 分，共 20 分**）

得　分	
评阅人	

1. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{n}{2^n}=$________________________。

2. 设 Γ 为球面 $x^2+y^2+z^2=5$ 与平面 $x+z=\sqrt{2}$ 的交线，则 $\int_\Gamma (x^2+y^2+z^2)\,\mathrm{d}s=$__________。

3. 设 Γ 为从点 $(1,3,2)$ 到点 $(0,0,0)$ 的直线段，则对坐标的曲线积分 $\int_\Gamma y\,\mathrm{d}x+x\,\mathrm{d}z=$__________。

4. 设 Σ 为平面 $z=1$ 在 $0\le y\le x$，$0\le x\le 1$ 的部分的下侧，则 $\iint\limits_{\Sigma} x\mathrm{d}y\mathrm{d}z+z\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y=$__________。

5. 已知 $(6xy^2-y^3)\mathrm{d}x+(6x^2y+\lambda xy^2)\mathrm{d}y$ 是某个二元函数的全微分，则常数 $\lambda=$____________。

得　分	
评阅人	

三、（本题 10 分）计算由平面 $z=0$，$z=y$，$y=1$ 以及抛物柱面 $y=x^2$ 所围成的立体的体积 V。

得　分	
评阅人	

四、（本题 10 分）设 L 为在抛物线 $2x=\pi y^2$ 上由点 $(0,0)$ 到 $(\frac{\pi}{2},1)$ 的一段有向弧，计算对坐标的曲线积分：

$$I=\int_L (2xy^3-y^2\cos x)\mathrm{d}x+(1-2y\sin x+3x^2y^2)\mathrm{d}y。$$

五、（本题 10 分）计算对面积的曲面积分$\iint\limits_{\Sigma}(2x+z)\,\mathrm{d}S$，其中$\Sigma$为平面$2x+2y+z=6$在第一卦限中的部分。

得　分	
评阅人	

六、（本题 10 分）设Ω是上半球体$0\le z\le\sqrt{4-x^2-y^2}$，$x^2+y^2\le 4$，$\Sigma$为$\Omega$的整个边界曲面的外侧。计算对坐标的曲面积分$\oiint\limits_{\Sigma}x^3\,\mathrm{d}y\mathrm{d}z+y^3\,\mathrm{d}z\mathrm{d}x+(2x+z^3)\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y$。

得　分	
评阅人	

七、（每小题 7 分，共 14 分）判别下列级数的敛散性：

得　分	
评阅人	

1. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^2}{(n-1)!}$；

2. $\sum_{n=1}^{\infty}\ln(1+\frac{1}{n^2})$。

八、（本题 10 分）将函数 $f(x)=(1-x)\ln(1+x)$ 展开成 x 的幂级数。

得　分	
评阅人	