

ОТЧЕТ

Выполнили

Студенты НИУ ВШЭ

Добряев Иван 19ПМИ-2 и

Дмитрий Малинин 19ПМИ-2.

Формулировка Мат. Модели:

Bulk Service является односерверной экспоненциальной системой, которая может обслуживать k запросов одновременно из неограниченной очереди. Поэтому, если запросов в очереди меньше, чем k , то сервер обслуживает всех сразу.

Пусть:

- λ - интенсивность прихода потребителей.
- μ - интенсивность обслуживания сервера.

- $\Omega = \{\omega = (\omega_0, \omega_1, \dots, \omega_i, \dots) \mid \omega_i \in \{0, 1, 2, \dots\}\}$, где ω_i - кол-во требований в очереди.

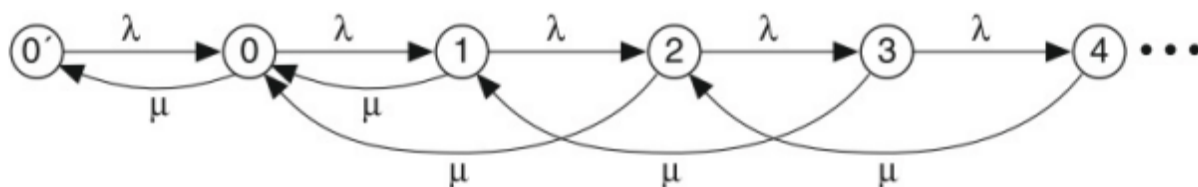
- $F = 2^\Omega$

- $P(\omega_{i+1} = a + 1 \mid \omega_i = a) = \frac{\lambda}{\lambda + \mu}$

- $P(\omega_{i-1} = a - 1 \mid \omega_i = a) = \frac{\mu}{\lambda + \mu}$

- $P(\omega_{i+1} = a + 1 \mid \omega_i = a, \omega_{i-1} = a - 1, \dots, \omega_0 = a_0) = P(\omega_{i+1} = a + 1 \mid \omega_i = a)$

- $P(\omega_i + 1 = 1 \mid \omega_i = 0) = 1$



Система Bulk Service с $k = 2$

Каждое состояние описывает кол-во запросов находящихся в очереди:

0 - очередь пуста.

$N > 0$ - в очереди находятся n запросов соответственно.

Составим уравнение баланса и найдем эргодическое распределение.

$$\begin{cases} \lambda \cdot \Pi_0 = \mu \cdot \Pi_1 + \mu \cdot \Pi_2 \\ (\lambda + \mu) \cdot \Pi_n = \lambda \cdot \Pi_{n-1} + \mu \cdot \Pi_{n+2}, n \geq 1 \end{cases}$$

$(\lambda + \mu) \cdot \Pi_n = \lambda \cdot \Pi_{n-1} + \mu \cdot \Pi_{n+2}$ - рекуррентное соотношение. Решив его через производящую функцию или другим удобным вам методом получим:

$$\Pi_n = \alpha^n \cdot \Pi_0, \text{ где } \alpha = \frac{\sqrt{1 + 4\frac{\lambda}{\mu}} - 1}{2}$$

Т.к. $\sum_{i=0}^{\infty} \Pi_i = 1$, подставив полученное значение на прошлом шаге получаем:

$$\Pi_0 \cdot (1 + \sum_{i=1}^{\infty} \alpha^i) = \Pi_0 \cdot (\frac{1}{1 - \alpha}) = 1.$$

Откуда:

$$\Pi_0 = 1 - \alpha$$

Тогда $\Pi_n = \alpha^n \cdot (1 - \alpha), n \geq 0$

Вычисление параметров:

- Среднее кол-во запросов в системе:

$$L_q = \sum_{n=1}^{\infty} \Pi_n \cdot n = (1 - \alpha) \cdot \sum_{n=1}^{\infty} n \cdot \alpha^n, \sum_{n=1}^{\infty} n \cdot \alpha^n \text{ сходится и равен } \frac{\alpha}{(1 - \alpha)^2}$$

$$\text{тогда } L_q = \frac{\alpha}{1 - \alpha}$$

- Среднее время нахождения в очереди:

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda}$$

- Среднее время обслуживания в системе:

$$W_s = W_q + \frac{1}{\mu}$$

- $L_s = \lambda \cdot W_s$

Описание работы программы:

Нами была написана программа моделирующая процесс обработки запросов в системе Bulk Service. На вход подаются такие параметры как:

λ - интенсивность поступления потока запросов.

μ - интенсивность выходного потока обслуженных запросов.

k - кол-во запросов, которое система может обслужить за один раз.

Time - время, которое будет осуществляться работа системы.

Также были сгенерировано 500 примеров входных данных, на которых проводилось тестирование программы. Все тесты были пройдены успешно, из чего следует корректность работы модуляции.

Исходный код и тесты можно найти по этой [ссылке](#).