

## ОТЧЕТ

Выполнили

Студенты НИУ ВШЭ

Добряев Иван 19ПМИ-2 и

Дмитрий Малинин 19ПМИ-2.

## Формулировка Мат. Модели:

Bulk Service является односерверной экспоненциальной системой, которая может обслуживать  $k$  запросов одновременно из неограниченной очереди. Поэтому, если запросов в очереди меньше, чем  $k$ , то сервер обслуживает всех сразу.

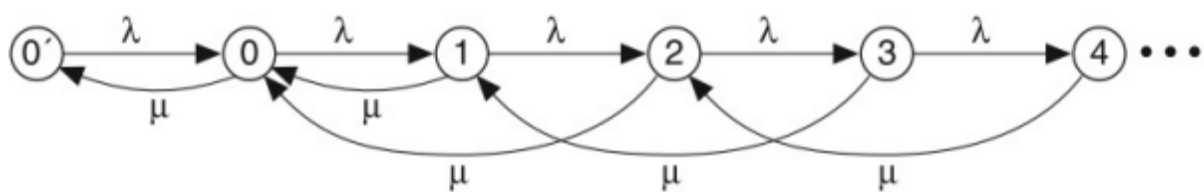
Пусть:

- $\lambda$  - интенсивность прихода потребителей.
- $\mu$  - интенсивность обслуживания сервера.

- $\Omega = \{\omega = (\omega_0, \omega_1, \dots, \omega_i, \dots) \mid \omega_i \in \{0, 1, 2, \dots\}\}$ , где  $\omega_i$  - кол-во требований в очереди.

- $F = 2^\Omega$

- $P(\omega_{i+1} = a + 1 \mid \omega_i = a) = \frac{\lambda}{\lambda + \mu}; P(\omega_{i-1} = a \mid \omega_i = a) = \frac{\mu}{\lambda + \mu}.$



Система Bulk Service с  $k = 2$

Каждое состояние описывает кол-во запросов находящихся в очереди:

0 - очередь пуста.

$N > 0$  - в очереди находятся  $n$  запросов соответственно.

**Составим уравнение баланса и найдем эргодическое распределение.**

$$\begin{cases} \lambda \cdot \Pi_0 = \mu \cdot \Pi_1 + \mu \cdot \Pi_2 \\ (\lambda + \mu) \cdot \Pi_n = \lambda \cdot \Pi_{n-1} + \mu \cdot \Pi_{n+2}, n \geq 1 \end{cases}$$

$(\lambda + \mu) \cdot \Pi_n = \lambda \cdot \Pi_{n-1} + \mu \cdot \Pi_{n+2}$  - рекуррентное соотношение. Решив его через производящую функцию или другим удобным вам методом получим:

$$\Pi_n = \alpha^n \cdot \Pi_0, \text{ где } \alpha = \frac{\sqrt{1 + 4\frac{\lambda}{\mu}} - 1}{2}$$

Т.к.  $\sum_{i=0}^{\infty} \Pi_i = 1$ , подставив полученное значение на прошлом шаге получаем:

$$\Pi_0 \cdot (1 + \sum_{i=1}^{\infty} \alpha^i) = \Pi_0 \cdot (\frac{1}{1 - \alpha}) = 1.$$

Откуда:

$$\Pi_0 = 1 - \alpha$$

Тогда  $\Pi_n = \alpha^n \cdot (1 - \alpha), n \geq 0$

**Вычисление параметров:**

- Среднее кол-во запросов в системе:

$$L_q = \sum_{n=1}^{\infty} \Pi_n \cdot n = (1 - \alpha) \cdot \sum_{n=1}^{\infty} n \cdot \alpha^n, \sum_{n=1}^{\infty} n \cdot \alpha^n \text{ сходится и равен } \frac{\alpha}{(1 - \alpha)^2}$$

$$\text{тогда } L_q = \frac{\alpha}{1 - \alpha}$$

- Среднее время нахождения в очереди:

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda}$$

- Среднее время обслуживания в системе:

$$W_s = W_q + \frac{1}{\mu}$$

- $L_s = \lambda \cdot W_s$

## Описание работы программы:

Нами была написана программа моделирующая процесс обработки запросов в системе Bulk Service. На вход подаются такие параметры как:

$\lambda$  - интенсивность поступления потока запросов.

$\mu$  - интенсивность выходного потока обслуженных запросов.

$k$  - кол-во запросов, которое система может обслужить за один раз.

Time - время, которое будет осуществляться работа системы.

Также были сгенерировано 500 примеров входных данных, на которых проводилось тестирование программы. Все тесты были пройдены успешно, из чего следует корректность работы модуляции.

Исходный код и тесты можно найти по этой [ссылке](#).