

一阶弹性波方程交错网格高阶差分解法

董良国 马在田 曹景忠 王华忠 耿建华 雷 兵 许世勇

(同济大学教育部海洋地质重点实验室, 上海 200092)

[摘 要] 提高计算精度和运算效率是所有波场正演方法所追求的目标, 本文通过将速度(应力)对时间的奇数阶高阶导数转化为应力(速度)对空间的导数, 运用时间和空间差分精度均可达任意阶的高阶差分法, 通过交错网格技术, 对一阶速度-应力弹性波方程进行了数值求解. 波场快照以及实际模型的正演结果表明, 这种求解一阶弹性波方程的高阶差分解法, 和常规的差分法相比网格频数显著减小, 精度明显提高, 而且可以取较大的空间步长, 提高计算效率.

[关键词] 弹性波方程, 横向各向同性, 高阶差分, 交错网格, 吸收边界条件.

1 引言

在弹性波正演模拟中, 除了使用二阶方程外, 还常常采用一阶速度-应力弹性波方程, 它的主要优点是无需对弹性常数进行空间微分^[1]. 在具体的差分解法上, 除了规则网格外, 一种较为先进的交错网格最早由 Madariaga, R. 提出^[2], Virieux^[1,3] 在模拟各向同性介质中的 SH 波和 P-SV 波时也使用了这种差分网格, 其差分精度为 $O(\Delta t^2 + \Delta x^2)$, 在不增加计算工作量和存储空间的前提下, 和常规网格相比局部精度提高了 4 倍, 收敛速度也较快^[4]. Levander^[5] 又将这种差分网格的精度提高到 $O(\Delta t^2 + \Delta x^4)$, 但精度仍待提高, 空间网格间距也不能太大, 否则影响计算效率.

在解决计算精度和运算效率这一矛盾方面, Dablain^[6] 在求解声波方程时提出了高阶差分方法, 1990 年, Crase^[7] 又将这一方法运用到求解二阶弹性波方程中. 这一方法的最大优点就是可以根据需要采用合适阶数的时间和空间差分精度, 从而可以在保证计算精度的基础上, 尽可能地采用较大空间步长, 提高计算效率.

为了进一步提高差分精度, 减小网格弥散, 本文将速度(应力)对时间的奇数阶高阶导数转化为应力(速度)对空间的导数, 从而在不增加所需内存量的前提下, 将交错网格和高阶差分法有机结合, 成功地运用到求解横向各向同性(TI)介质一阶速度-应力弹性波方程中, 并在实际模型弹性波正演中进行了应用.

[收稿日期] 1999-02-23 收到, 1999-11-30 收到修定稿.

[基金项目] 教育部重点科技基金项目和海洋 863-820 主题青年基金项目.

[作者简介] 董良国, 男, 1966 年生, 1990 年于同济大学勘探地球物理专业毕业后留校任教, 现为该校在职博士研究生. 主要从事地震波的传播以及地震数据处理等方面的教学和科研工作.

2 一阶弹性波方程的高阶差分近似

在二维 TI 介质中,用速度-应力表示的弹性波方程(假定体力为零)为

$$\begin{aligned}\rho \frac{\partial v_x}{\partial t} &= \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z}, \\ \rho \frac{\partial v_z}{\partial t} &= \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z}, \\ \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial t} &= c_{11} \frac{\partial v_x}{\partial x} + c_{13} \frac{\partial v_z}{\partial z}, \\ \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial t} &= c_{13} \frac{\partial v_x}{\partial x} + c_{33} \frac{\partial v_z}{\partial z}, \\ \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial t} &= c_{44} \frac{\partial v_z}{\partial x} + c_{44} \frac{\partial v_x}{\partial z},\end{aligned}\quad (1)$$

其中, v_i 为速度分量, τ_{ij} 为应力, ρ 为密度, c_{ij} 为介质的弹性常数. 在各向同性情况下, $c_{11} = c_{33} = \lambda + 2\mu$, $c_{13} = \lambda$, $c_{44} = \mu$.

2.1 时间上 $2M$ 阶差分近似

在用交错网格法数值求解一阶弹性波方程时,速度和应力分别是在 $t + \frac{\Delta t}{2}$ 和 t 时刻计算的. 为了提高时间差分精度,利用 Taylor 公式,可以得到 $2M$ 阶精度的时间差分近似,如

$$v_x\left(t + \frac{\Delta t}{2}\right) = v_x\left(t - \frac{\Delta t}{2}\right) + 2 \sum_{m=1}^M \frac{1}{(2m-1)!} \left(\frac{\Delta t}{2}\right) \frac{\partial^{2m-1}}{\partial t^{2m-1}} v_x + O(\Delta t^{2M}). \quad (2)$$

其中, Δt 为时间步长. 当 $M=1$ 时, (2) 式即为传统的二阶精度差分近似.

直接计算 (2) 式中的 $\frac{\partial^{2m-1}}{\partial t^{2m-1}} v_x$ 要涉及过多的时间层,需要较大的内存量. 为此,利用

方程 (1) 可以完全准确地将速度对时间的任意奇数阶高阶导数转嫁到应力对空间的导数上去,将应力对时间的任意奇数阶高阶导数转嫁到速度对空间的导数上去. 这样,在计算一个时间层上速度(应力)场时,只需要前一时间层的速度(应力)场,以及之间的应力(速度)场,不需要过多的时间层,从而节省内存.

如 $2M=4$ 时, (2) 式变为,

$$\begin{aligned}v_x\left(t + \frac{\Delta t}{2}\right) &= v_x\left(t - \frac{\Delta t}{2}\right) + \frac{\Delta t}{\rho} \left[\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} \right] + \\ &\quad \frac{\Delta t^3}{24\rho^2} \left[c_{11} \frac{\partial^3 \tau_{xx}}{\partial x^3} + (c_{11} + c_{13} + c_{44}) \frac{\partial^3 \tau_{xz}}{\partial x^2 \partial z} + (c_{13} + c_{44}) \frac{\partial^3 \tau_{zx}}{\partial x \partial z^2} + c_{44} \frac{\partial^3 \tau_{zz}}{\partial x \partial z^2} + c_{44} \frac{\partial^3 \tau_{xz}}{\partial x^3} \right],\end{aligned}\quad (3)$$

同理可得方程 (1) 中其它 4 个方程的四阶时间差分精度近似,

$$v_z\left(t + \frac{\Delta t}{2}\right) = v_z\left(t - \frac{\Delta t}{2}\right) + \frac{\Delta t}{\rho} \left[\frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} \right] + \frac{\Delta t^3}{24\rho^2} \left[c_{44} \frac{\partial^3 \tau_{zx}}{\partial x^3} + (c_{13} +$$

$$c_{13} + c_{44}) \frac{\partial^3 \tau_{xz}}{\partial x \partial z^2} + (c_{13} + c_{44}) \frac{\partial^3 \tau_{xz}}{\partial x^2 \partial z} + c_{44} \frac{\partial^3 \tau_{zz}}{\partial x^2 \partial z} + c_{33} \frac{\partial^3 \tau_{zz}}{\partial z^3} \Big], \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \tau_{xx}(t + \Delta t) = & \tau_{xx}(t) + \Delta t \left[c_{11} \frac{\partial v_x}{\partial x} + c_{13} \frac{\partial v_z}{\partial z} \right] + \frac{\Delta t^3}{24\rho} \left[c_{11}^3 \frac{\partial^3 v_x}{\partial x^3} + (c_{11}c_{13} + \right. \\ & \left. c_{13}c_{44} + c_{13}c_{44}) \frac{\partial^3 v_z}{\partial x^2 \partial z} + (c_{13}^2 + c_{11}c_{44} + c_{13}c_{44}) \frac{\partial^3 v_x}{\partial x \partial z^2} + c_{13}c_{33} \frac{\partial^3 v_z}{\partial z^3} \right], \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \tau_{zz}(t + \Delta t) = & \tau_{zz}(t) + \Delta t \left[c_{13} \frac{\partial v_x}{\partial x} + c_{33} \frac{\partial v_z}{\partial z} \right] + \frac{\Delta t^3}{24\rho} \left[c_{11}c_{13} \frac{\partial^3 v_x}{\partial x^3} + (c_{13}^2 + \right. \\ & \left. c_{13}c_{44} + c_{33}c_{44}) \frac{\partial^3 v_z}{\partial x^2 \partial z} + (c_{13}c_{33} + c_{13}c_{44} + c_{33}c_{44}) \frac{\partial^3 v_x}{\partial x \partial z^2} + c_{33}^2 \frac{\partial^3 v_z}{\partial z^3} \right], \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \tau_{xz}(t + \Delta t) = & \tau_{xz}(t) + \Delta t \left[c_{44} \frac{\partial v_x}{\partial x} + c_{44} \frac{\partial v_z}{\partial z} \right] + \frac{\Delta t^3}{24\rho} \left[c_{44}^3 \frac{\partial^3 v_x}{\partial x^3} + (c_{44}^2 + \right. \\ & \left. c_{11}c_{44} + c_{13}c_{44}) \frac{\partial^3 v_z}{\partial x^2 \partial z} + c_{44}(c_{13} + c_{11} + c_{44}) \frac{\partial^3 v_z}{\partial x \partial z^2} + c_{44}^2 \frac{\partial^3 v_x}{\partial z^3} \right]. \end{aligned} \quad (7)$$

2.2 空间上 2N 阶差分近似

在交错网格技术中,变量的导数是在相应的变量网格点之间的半程上计算的^[4].为此,我们用下式计算方程(3)~(7)中的一阶空间导数,

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{1}{\Delta x} \sum_{n=1}^N C_n^{(N)} \left\{ f \left[x + \frac{\Delta x}{2} (2n-1) \right] - f \left[x - \frac{\Delta x}{2} (2n-1) \right] \right\} + O(\Delta x^{2N}). \quad (8)$$

(8) 式中待定系数 $C_n^{(N)}$ 的准确求取是确保一阶空间导数的 2N 阶差分精度的关键.

将 $f \left[x + \frac{\Delta x}{2} (2n-1) \right]$ 和 $f \left[x - \frac{\Delta x}{2} (2n-1) \right]$ 在 x 处用 Taylor 公式展开后可以发现,通过下列方程组即可求得待定系数 $C_n^{(N)}$.

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 & \cdots & 2N-1 \\ 1^3 & 3^3 & 5^3 & \cdots & (2N-1)^3 \\ 1^5 & 3^5 & 5^5 & \cdots & (2N-1)^5 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1^{2N-1} & 3^{2N-1} & 5^{2N-1} & \cdots & (2N-1)^{2N-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_1^{(N)} \\ C_2^{(N)} \\ C_3^{(N)} \\ \vdots \\ C_N^{(N)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (9)$$

下面列出几种不同空间差分精度的差分权系数,

当 $2N = 4$ 时, $C_1^{(2)} = 1.125$; $C_2^{(2)} = -0.04166667$,

当 $2N = 6$ 时, $C_1^{(3)} = 1.171875$; $C_2^{(3)} = -0.06510416$; $C_3^{(3)} = 0.0046875$,

当 $2N = 8$ 时, $C_1^{(4)} = 1.196289$; $C_2^{(4)} = -0.0797526$; $C_3^{(4)} = 0.009570313$;

$C_4^{(4)} = -0.0006975447$,

当 $2N = 10$ 时, $C_1^{(5)} = 1.211243$; $C_2^{(5)} = -0.08972168$; $C_3^{(5)} = 0.001384277$;

$C_4^{(5)} = -0.00176566$; $C_5^{(5)} = 0.0001186795$,

3 差分格式

我们采用精度较高的交错差分网格,对一阶弹性波方程4阶时间差分精度高阶近似方程(3)~(7),给出 $2N$ 阶空间差分精度的差分格式,相应的差分网格见图1.

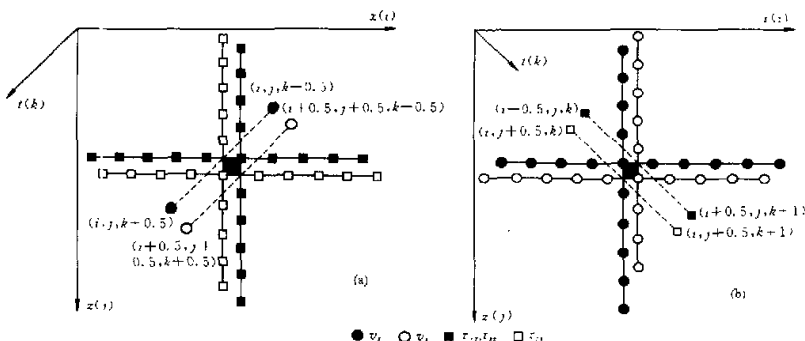


图1 精度为 $O(\Delta t^4 + \Delta x^{10})$ 的交错差分网格

Fig.1 The staggered-grid with the accuracy of $O(\Delta t^4 + \Delta x^{10})$

设 $U_{i,j}^{k+1/2}$, $V_{i+1/2,j+1/2}^{k+1/2}$, $R_{i+1/2,j}^k$, $T_{i+1/2,j}^k$ 和 $H_{i,j+1/2}^k$ 分别是速度 v_x , v_z 与应力 τ_{xx} , τ_{xz} , τ_{yz} 的离散值. 为方便起见,假定 $\Delta x = \Delta z$,则方程(3)的精度为 $O(\Delta t^4 + \Delta x^{2N})$ 的差分格式为

$$U_{i,j}^{k+1/2} = U_{i,j}^{k-1/2} + \frac{\Delta t}{\Delta x \rho_{i,j}} \left\{ \sum_{n=1}^N C_n^{(N)} [R_{i+(2n-1)/2,j}^k - R_{i-(2n-1)/2,j}^k] + \right. \\ \left. \sum_{n=1}^N C_n^{(N)} [H_{i,j+(2n-1)/2}^k - H_{i,j-(2n-1)/2}^k] \right\} + \frac{1}{24\rho_{i,j}^2} \left(\frac{\Delta t}{\Delta x} \right)^3 p,$$

其中,

$$p = p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5,$$

$$p_1 = C_{11} [R_{i+1/2,j}^k - 3R_{i+1/2,j}^k + 3R_{i-1/2,j}^k - R_{i-3/2,j}^k],$$

$$p_2 = (C_{11} + C_{13} + C_{44}) [H_{i+1,j+1/2}^k - H_{i+1,j-1/2}^k - 2H_{i,j+1/2}^k + 2H_{i,j-1/2}^k + H_{i-1,j+1/2}^k - H_{i-1,j-1/2}^k],$$

$$p_3 = (C_{13} + C_{44}) [T_{i+1/2,j+1}^k - T_{i-1/2,j+1}^k - 2T_{i+1/2,j}^k + 2T_{i-1/2,j}^k + T_{i+1/2,j-1}^k - T_{i-1/2,j-1}^k],$$

$$p_4 = C_{44} [R_{i+1/2,j-1}^k - R_{i-1/2,j-1}^k - 2R_{i+1/2,j}^k + 2R_{i-1/2,j}^k + R_{i+1/2,j+1}^k - R_{i-1/2,j+1}^k],$$

$$p_5 = C_{44} [H_{i,j+3/2}^k - 3H_{i,j+1/2}^k + 3H_{i,j-1/2}^k - H_{i,j-3/2}^k].$$

其它4个方程的精度为 $O(\Delta t^4 + \Delta x^{2N})$ 的差分方程同理可得,这里从略.

4 稳定性及吸收边界条件

通过傅里叶分析方法,得到了这种解法不同差分精度统一的稳定性条件,见(10)式.可以看出,三维TI介质中一阶弹性波方程高阶差分精度法的稳定性条件由弹性波在 x , y , z 三个方向上的 Courant 数共同决定,表示如下:

$$\begin{aligned}
 0 &\leq \sum_{m=1}^M \frac{(-1)^{m-1}}{(2m-1)!} L_x^{2m} d^{2m} \leq 1, \\
 0 &\leq \sum_{m=1}^M \frac{(-1)^{m-1}}{(2m-1)!} L_y^{2m} d^{2m} \leq 1, \\
 0 &\leq \sum_{m=1}^M \frac{(-1)^{m-1}}{(2m-1)!} L_z^{2m} d^{2m} \leq 1.
 \end{aligned} \tag{10}$$

其中,

$$\begin{aligned}
 L_x &= \sqrt{\frac{\Delta t^2}{\Delta x^2} \frac{C_{11}}{\rho} + \frac{\Delta t^2}{\Delta y^2} \frac{C_{66}}{\rho} + \frac{\Delta t^2}{\Delta z^2} \frac{C_{44}}{\rho}}, \\
 L_y &= \sqrt{\frac{\Delta t^2}{\Delta x^2} \frac{C_{66}}{\rho} + \frac{\Delta t^2}{\Delta y^2} \frac{C_{11}}{\rho} + \frac{\Delta t^2}{\Delta z^2} \frac{C_{44}}{\rho}}, \\
 L_z &= \sqrt{\frac{\Delta t^2}{\Delta x^2} \frac{C_{44}}{\rho} + \frac{\Delta t^2}{\Delta y^2} \frac{C_{44}}{\rho} + \frac{\Delta t^2}{\Delta z^2} \frac{C_{33}}{\rho}}, \\
 d &= \sum_{n=1}^N C_n^{(N)} (-1)^{n-1}.
 \end{aligned}$$

关于稳定性条件的讨论将另文发表^[8]. 这里列出几种差分精度的稳定性条件, 见表 1. 可以发现, 这种交错网格高阶差分解法和传统的差分精度为 $O(\Delta t^2 + \Delta x^2)$ 的解法相比, 随着差分精度的提高, 解法的稳定性要求略有提高. 这就是说, 没有必要为提高差分精度而加密差分网格影响计算效率, 因此是一种精确高效的弹性波数值模拟方法.

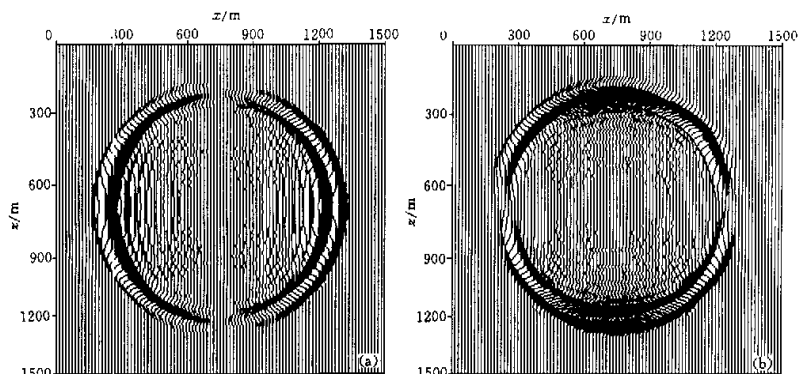
表 1 几种差分精度的稳定性条件

Table 1 The stability conditions of different differential accuracies		
差分精度 (2M, 2N)	d	L_x, L_y, L_z
(2, 2)	1	≤ 1
(2, 4)	7/6	$\leq 6/7$
(4, 6)	1.24166666	≤ 0.90687182
(4, 8)	1.28630946	≤ 0.87539782
(4, 10)	1.30423330	≤ 0.86336739

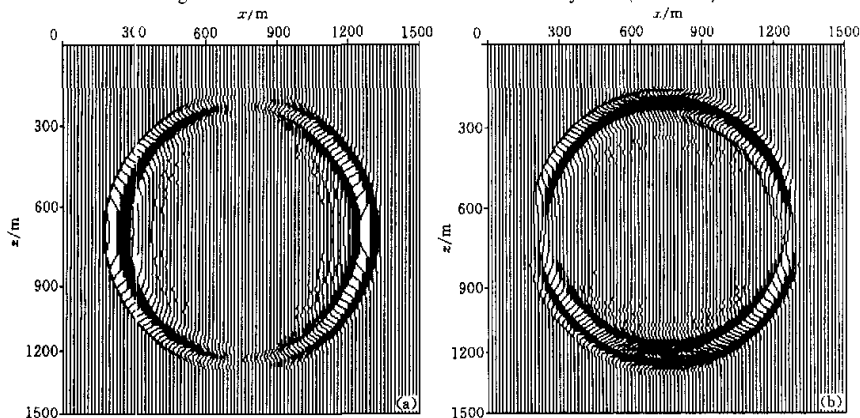
在计算过程中, 使用了一种新的吸收边界条件. 基于一阶双曲型方程特征分析方法, 不仅得到了各边的吸收边界条件, 同时可以得到各个角点处的吸收边界条件, 防止了因角点处理不当对正演结果的影响. 有关该吸收边界的详细情况可参见文献 [9].

5 计算实例

对一个均匀各向同性介质模型 ($V_p = 3000 \text{ m/s}$, $V_s = 1800 \text{ m/s}$), 模拟了其中的弹性波场. 计算区域为 $1000 \text{ m} \times 1000 \text{ m}$, 纵波源位于 $(500 \text{ m}, 500 \text{ m})$ 处, 空间网格间距为 10 m , 时间步长 1 ms , 所用 Ricker 子波的主频为 30 Hz .

图2 差分精度为 $O(\Delta t^2 + \Delta x^4)$ 时的瞬时波前

(a) X分量; (b) Z分量.

Fig.2 The instantaneous wavefront with accuracy of $O(\Delta t^2 + \Delta x^4)$ 图3 差分精度为 $O(\Delta t^4 + \Delta x^{10})$ 时的瞬时波前

(a) X分量; (b) Z分量.

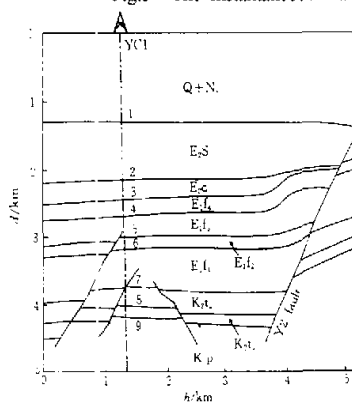
Fig.3 The instantaneous wavefront with accuracy of $O(\Delta t^4 + \Delta x^{10})$ 

图4 地震地质模型

(图中数字1—9表示9层地层分界面)

Fig.4 A seismic geological model

图2(a, b) 分别是用精度为 $O(\Delta t^2 + \Delta x^4)$ 的常规差分法计算的 $T = 250\text{ms}$ 时的瞬时波前. 图3(a, b)是用本文的精度为 $O(\Delta t^4 + \Delta x^{10})$ 的高阶差分法计算的同一时刻的瞬时波前. 可以发现, 高阶差分法模拟的波场精度明显高于常规差分方法, 网格频散得到显著改善.

图4是某地区过YC1井的某测线地震地质模型, 共有多个地层分界面(层速度见表2). 设爆炸震源位于井口, 用10m的空间网格间距, 1ms的时间步长, 主频为30Hz的Ricker子波, 对该模型用精度为 $O(\Delta t^4 + \Delta x^{10})$ 的一阶弹性波方程交错网格高阶差分

法,模拟了地面炮记录以及 YC1 井的零井源距 VSP 记录. VSP 观测井段从地面至井下

表 2 图4模型层速度
Table 2 The interval velocities of the model in Fig.4

地层	Q+N ₁	E ₂ S	E ₂ d	E ₁ f ₄	E ₁ f ₃	E ₁ f ₂	E ₁ f ₁	K ₂ t ₂	K ₂ t ₁	K ₂ p
$V_p/(m \cdot s^{-1})$	2128	2787	3029	2842	3269	3371	3618	3797	4118	4500
$V_s/(m \cdot s^{-1})$	824	1323	1326	1409	1483	1799	1897	1950	2120	3100*

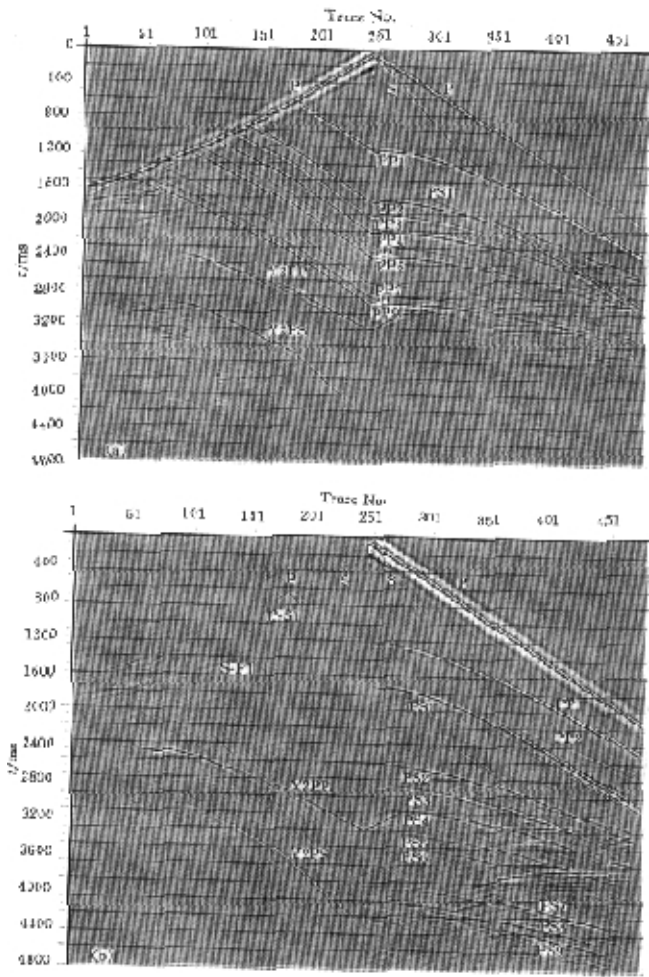


图 5 模拟地震记录

(a) Z分量; (b) X分量.

(左边为VSP记录,右边为地面单炮记录)

Fig.5 The simulated seismic records (a) Z-component (b) X-component

4800 m, 点距 20 m; 地面炮记录的道间距为 20 m, 检波器排列位于震源右侧。

从模拟记录(图 5)上可以看出:

1 下行纵波, 以及上行 PP、PS 反射波均异常清晰(由于使用的是爆炸震源, 在 VSP 记录的 X 分量上主要接收到的是 Y2 断层的断面波)。

2 X 、 Z 两个分量上均能接受到浅部各界面的 PP、PS 反射波, 但 Z 分量上以 PP 反射波为主, X 分量上以 PS 转换波为主。在深部, Z 分量上基本上为各界面的 PP 反射波, X 分量上基本上是 PS 转换波。

3 由于 Y2 断层断距大、产状陡, 其断面波(反射波 Y2PP、转换波 Y2PS)和深部界面的反射波相互干涉, 必然影响速度分析, 影响深部界面的成像效果。这也说明了在构造复杂地区的地震数据处理中叠前深度偏移的必要性。

4 由于表层横波速度较低, 其下界面成为一个强转换界面。从 X 分量的 VSP 记录上(图 5b)可以看到, 爆炸震源产生的下行纵波以及同时产生的较弱的下行横波在遇到低速带界面时, 分别产生了较强的 PS 和 SP 下行以及上行转换波。

6 结 论

通过以上波场快照以及实际模型的弹性波正演结果表明, 在求解一阶双曲型弹性波方程中, 将高阶差分解法和交错网格差分技术相结合, 可以显著削弱数值分散, 有效地提高计算精度。同时, 在保证一定的精度前提下, 可以采用较大的空间网格间距, 提高计算效率。另外, 由于是速度、应力交错显式递推, 所需的时间高阶导数可以通过空间导数计算, 只涉及前一时间层, 所以不增加所需内存量。

本文所述的高阶差分解法同样适应于求解二维或三维任意介质情况下由速度-应力表示的弹性波方程。

参 考 文 献

- [1] Virieux J. SH-wave propagation in heterogeneous media: velocity-stress finite-difference method. *Geophysics*, 1984, 49(1): 1933—1957.
- [2] Madariaga R. Dynamics of an expanding circular fault. *BSSA*, 1976, 66(3): 639—666.
- [3] Virieux J. P-SV Wave Propagation in Heterogeneous Media: Velocity-stress Finite Difference Method. *Geophysics*, 1986, 51(4): 889—901.
- [4] Igel H, Rioulet B, and Mora P. Accuracy of staggered 3-D finite-difference grids for anisotropic wave propagation. 62th Ann. Internat. Mtg. Soc. Expl. Geophys., Expanded Abstracts, 1992, 1244—1246.
- [5] Levander A R. Four-order finite-difference P-SV seismograms. *Geophysics*, 1988, 53(11): 1425—1436.
- [6] Dahlain M A. The application of high-differencing to the scalar wave equation. *Geophysics*, 1986, 51(1): 54—66.
- [7] Crase E. High-order (space and time) finite-difference modeling of the elastic equation. 60th Ann. Internat. Mtg. Soc. Expl. Geophys., Expanded Abstracts, 1990, 987—991.
- [8] 董良国, 刁在田, 曹景忠等. 一阶弹性波方程交错网格高阶差分解法稳定性研究. 地球物理学报, (待刊).
DONG Lang-Guo, MA Zai-Tian, CAO Jing-Zhong, et al. The stability study of the staggered-grid high-order difference method of first-order elastic equation. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese), (in press)

- [9] 董良国. 弹性波数值模拟中的吸收边界条件. 石油地球物理勘探, 1999, 34(1): 45—56.
DONG Liang-Guo. Absorptive boundary condition in elastic-wave numerical Modeling. *Oil Geophysical Prospecting*, 1999, 34(1): 45—56.
- [10] 靳平, 徐果明, 楼涛涛. 点力源在横向各向同性介质中激发的弹性波. 地球物理学报, 1998, 41(4): 525—536.
JIN Ping, XU Guo-Ming, LOU Wei-Tao. Elastic waves from a point source in transversely media. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese), 1998, 41(2): 525—536.

A STAGGERED-GRID HIGH-ORDER DIFFERENCE METHOD OF ONE-ORDER ELASTIC WAVE EQUATION

DONG LIANG-GUO MA ZAI-TIAN CAO JING-ZHONG WANG HUA-ZHONG
GENG JIAN-HUA LEI BING XU SHI-YONG

(Laboratory of Marine Geology of NDE, Tongji University, Shanghai 200092, China)

[Abstract] All methods of seismic wave-field simulation are trying to improve their computational accuracy and efficiency. After transforming the odd higher-order time derivatives of velocity (stress) to spatial derivatives of stress (velocity) in the high-order finite difference method, we can use any order of the temporal and spatial difference accuracy and staggered-grid technique for numerical calculation of the one-order elastic wave equations expressed with velocity and stress. The snapshots and simulated results of an actual model show that this method is more accurate and can decrease the grid dispersion in conventional difference method. Meanwhile, bigger grid space can be used in order to raise the computational efficiency.

[Key words] Elastic wave equation, TI media, High-order finite difference, Staggered-grid, Absorbing boundary conditions, Stability.