

· 处理方法 ·

声波方程完全匹配层吸收边界

王 守 东*

(石油大学·北京)

摘 要

王守东. 声波方程完全匹配层吸收边界. 石油地球物理勘探, 2003, 38(1): 31~ 34

本文针对声波方程, 给出了完全匹配层吸收边界方法. 其基本思想是在所研究区域的边界上引入吸收层, 波由研究区域边界传到吸收层时不产生任何反射, 在吸收层内按传播距离的指数规律衰减, 不产生反射, 从而达到吸收边界的效果. 文中给出了完全匹配层方法的基本原理, 导出了声波方程完全匹配层的控制方程, 并给出了令人满意的数值模拟结果.

关键词 正演 数值模拟 完全匹配层 吸收边界

引 言

地震资料的数值模拟在地震勘探处理方法研究中起着非常重要的作用. 一方面可以利用数值模拟地震记录检验处理结果的好坏, 处理方法的有效性, 另一方面正演模拟可以作为反演研究的基础. 利用声波方程模拟地震记录时, 吸收边界条件是非常重要的. 在一个有限的区域中, 利用有限差分进行计算时, 如果不对边界进行处理, 就会产生边界反射. 现有许多方法, 用以消除边界反射. Cerjan 等人^[1]通过在计算边界附近引入损耗介质来衰减向外传播的波. 由于在两个具有不同吸收系数的损耗介质的界面上会产生反射, 这就要求有较多的吸收层, 才能有较好的吸收效果, 而较多的吸收层意味着较大的计算量. 另一种比较著名的吸收边界条件是 Clayton 吸收边界条件^[2], 该吸收边界条件在旁轴近似理论的基础上导出, 在特定的入射角和频率范围内, 具有较好的吸收效果. 近年来, Berenger^[3]针对电磁波传播情况, 给出了一种高效的完全匹配层吸收边界条件, 并在理论上证明该方法可以完全吸收来自各个方向、各种频率的电磁波, 而不产生任何反射. 目前已将完全匹配层的思想引入到弹性介质中^[4], 并建立了弹性介质中的完全匹配层吸收边界条件. 本文针对声波方程, 导出了完全匹配层的控制方程, 并做

了相应的数值模拟.

一维声波方程完全匹配层

我们首先以一维声波方程为例, 说明完全匹配层的基本思想. 在一维声波介质中, 波的传播可以用如下方程来描述

$$\frac{1}{V^2(x)} \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2} \quad (1)$$

式中: $u(x, t)$ 表示位移; $V(x)$ 表示速度. 通过引入变量, 此方程也可写为两个一阶偏微分方程的形式

$$\frac{\partial u(x, t)}{\partial t} = V^2(x) \frac{\partial A(x, t)}{\partial x} \quad (2)$$

$$\frac{\partial A(x, t)}{\partial x} = \frac{\partial u(x, t)}{\partial x} \quad (3)$$

其中 $A(x, t)$ 是引入的中间变量. 很容易验证, 式(2)、式(3)和式(1)是等价的. 由式(2)和式(3)我们构建新的方程组

$$\frac{\partial u^*(x, t)}{\partial t} + d(x) u^*(x, t) = V^2(x) \frac{\partial A^*(x, t)}{\partial x} \quad (4)$$

$$\frac{\partial A^*(x, t)}{\partial t} + d(x) A^*(x, t) = \frac{\partial u^*(x, t)}{\partial x} \quad (5)$$

式中: $u^*(x, t)$ 表示新方程的解; $d(x)$ 为一个函数.

下面研究式(2)、式(3)的解 $u(x, t)$ 和式(4)、式(5)的解 $u^*(x, t)$ 的关系. 首先对式(4)、式(5)做关

* 本文于 2002 年 4 月 3 日收到, 修改稿于同年 8 月 23 日收到.

于时间的 Fourier 变换得

$$i\omega \hat{u}^*(x, \omega) + d(x) \hat{u}^*(x, \omega) = V^2(x) \frac{\partial \hat{u}^*(x, \omega)}{\partial x} \quad (6)$$

$$i\omega \hat{A}^*(x, \omega) + d(x) \hat{A}^*(x, \omega) = \frac{\partial \hat{u}^*(x, \omega)}{\partial x} \quad (7)$$

其中, $\hat{u}^*(x, \omega)$ 、 $\hat{A}^*(x, \omega)$ 分别代表 $u^*(x, \omega)$ 、 $A^*(x, \omega)$ 的 Fourier 变换。对 x 做坐标变换

$$\tilde{x}(x) = x - \frac{i}{\omega} \int_0^x d(s) ds \quad (8)$$

则有

$$\frac{\partial \tilde{u}^*(\tilde{x})}{\partial \tilde{x}} = 1 - \frac{id(x)}{\omega} \quad (9)$$

$$\frac{\partial \hat{u}^*(x)}{\partial x} = \frac{\partial \hat{u}^*(\tilde{x})}{\partial \tilde{x}} \frac{\partial \tilde{x}(x)}{\partial x} \quad (10)$$

$$\frac{\partial \hat{u}^*(x)}{\partial x} = \frac{\partial \hat{u}^*(\tilde{x})}{\partial \tilde{x}} \frac{\partial \tilde{x}(x)}{\partial x} = \frac{i\omega + d(x)}{i\omega} \frac{\partial \hat{u}^*(\tilde{x})}{\partial \tilde{x}} \quad (11)$$

将式(10)、式(11)分别代入式(6)、式(7)并整理得

$$i\omega \hat{u}^*(\tilde{x}, \omega) = V^2(\tilde{x}) \frac{\partial \hat{u}^*(\tilde{x}, \omega)}{\partial \tilde{x}} \quad (12)$$

$$i\omega \hat{A}^*(\tilde{x}, \omega) = \frac{\partial \hat{u}^*(\tilde{x}, \omega)}{\partial \tilde{x}} \quad (13)$$

对式(12)和式(13)做关于时间的 Fourier 逆变换, 可得

$$\frac{\partial u^*(\tilde{x}, t)}{\partial \tilde{x}} = V^2(\tilde{x}) \frac{\partial A^*(\tilde{x}, t)}{\partial \tilde{x}} \quad (14)$$

$$\frac{\partial A^*(\tilde{x}, t)}{\partial \tilde{x}} = \frac{\partial u^*(\tilde{x}, t)}{\partial \tilde{x}} \quad (15)$$

现在来比较式(2)、式(3)和式(14)、式(15), 两对式子(方程组)在形式上完全相同, 所以他们有相同形式的解, 但是是在不同的空间坐标中, 假设式(2)、式(3)的解是 $u(x, t)$, 则式(14)、(15)的解就是 $u(\tilde{x}, t)$, 式(4)、式(5)的解为

$$u \left[x - \frac{i}{\omega} \int_0^x d(s) ds, t \right]$$

也就是说, 可以先求解式(2)和式(3), 然后再对它们的解做坐标变换, 就可得到式(4)和式(5)的解。

现在我们来考察式(4)和式(5)解的性质。式(2)和式(3)在均匀介质中有如下形式的特解

$$u(x, t) = u_0 \exp[-i(k_x x - \omega t)] \quad (16)$$

由上述讨论可知, 对应的式(4)、式(5)的解为

$$u^*(x, t) = u_0 \exp[-i(k_x \tilde{x} - \omega t)] \quad (17)$$

将式(8)代入上式, 并简化可得

$$u^*(x, t) = u_0 \exp[-i(k_x x - \omega t)] \times \exp \left[-\frac{k_x}{\omega} \int_0^x d(s) ds \right] \quad (18)$$

上述解的振幅比为

$$\frac{u^*(x, t)}{u(x, t)} = \exp \left[-\frac{k_x}{\omega} \int_0^x d(s) ds \right] \quad (19)$$

此式说明, 式(4)、式(5)的解是衰减的, 而 $d(x)$ 起到了一个衰减系数的作用, 空间变化并不会使波场产生反射, 波场的衰减 $d(x)$ 按传播距离的指数衰减, 衰减速度很快。

二维声波方程完全匹配层

下面讨论二维情况下的声波方程完全匹配层, 和一维情况完全类似, 二维声波方程为

$$\frac{1}{V^2(x, z)} \frac{\partial^2 u(x, z, t)}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u(x, z, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u(x, z, t)}{\partial z^2} \quad (20)$$

其中: $u(x, z, t)$ 是位移函数; $V(x, z)$ 是介质的速度。此方程可写为

$$u = u_1 + u_2 \quad (21)$$

$$\frac{\partial u_1}{\partial x} = V^2(x, z) \frac{\partial A_1}{\partial x} \quad (22)$$

$$\frac{\partial u_2}{\partial z} = V^2(x, z) \frac{\partial A_2}{\partial z} \quad (23)$$

$$\frac{\partial A_1}{\partial x} = \frac{\partial u_1}{\partial x} + \frac{\partial u_2}{\partial x} \quad (24)$$

$$\frac{\partial A_2}{\partial z} = \frac{\partial u_1}{\partial z} + \frac{\partial u_2}{\partial z} \quad (25)$$

其中: u_1 、 u_2 、 A_1 、 A_2 是引入的中间变量。

相应的完全匹配层控制方程

$$u = u_1 + u_2 \quad (26)$$

$$\frac{\partial u_1}{\partial x} + d_1(x) u_1 = V^2(x, z) \frac{\partial A_1}{\partial x} \quad (27)$$

$$\frac{\partial u_2}{\partial z} + d_2(z) u_2 = V^2(x, z) \frac{\partial A_2}{\partial z} \quad (28)$$

$$\frac{\partial A_1}{\partial x} + d_1(x) A_1 = \frac{\partial u_1}{\partial x} + \frac{\partial u_2}{\partial x} \quad (29)$$

$$\frac{\partial A_2}{\partial z} + d_2(z) A_2 = \frac{\partial u_1}{\partial z} + \frac{\partial u_2}{\partial z} \quad (30)$$

和一维情况相同, 式(26)~(30)的解也是衰减的, $d_1(x)$ 和 $d_2(z)$ 分别为 x 方向和 z 方向的衰减系数, 也就是说 $d_1(x)$ 起到衰减 x 方向传播的波, $d_2(z)$ 起到衰减 z 方向传播的波的作用。对于任意方向传播

的波, 可以通过矢量分解, 分解成 x 方向和 z 方向传播的波, 分别进行衰减。波场是按传播距离的指数规律衰减, 衰减速度很快。当衰减系数 $d_1(x)$ 、 $d_2(z)$ 随空间位置变化时, 不会在介质中产生任何反射。这些性质使得这种介质特别适合作为声波方程的边界吸收介质。

二维声波方程完全匹配层吸收边界

利用完全匹配层作为吸收边界的基本做法是在所研究区域的四周引入完全匹配层。如图 1 所示, 区域 ABCD 为所要研究的区域, 即我们要在此区域中研究波的传播问题。在区域的周围加上完全匹配层, 在区域 1 中, 令 $d_1(x) = 0$; $d_2(z) = 0$, 速度 V 都等于角点的速度。在区域 2 中, 令 $d_1(x) = 0$; $d_2(z) = 0$, 速度 V 在 z 方向为常数, 在 x 方向和边界的速度相等。在区域 3 中, 令 $d_1(x) = 0$; $d_2(z) = 0$, 速度 V 在 x 方向为常数, 在 z 方向和边界的速度相等。这样在计算边界的周围都有完全匹配层吸收介质, 波由区域内通过边界传播到完全匹配层时, 不会产生任何反射。波在完全匹配层中传播时, 不会产生反射, 并且按传播距离的指数规律衰减。当波传播到完全匹配层的边界时, 波场近似为零, 也不会产生反射。

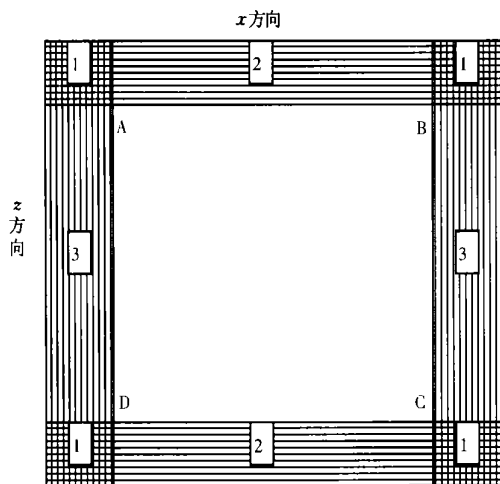


图 1 完全匹配层吸收边界示意图

数值模拟

为了验证方法的有效性, 用一维声波方程验证式(4)和式(5)的吸收性质。假设介质速度为 2000 m/s 的常速, 当 $d(x) = 0$ 时表示是无吸收性介质, 在

$x = 0$ 点加震源, 震源函数 $g(x)$ 如图 2。用式(4)和式(5)合成的各点的振动情况如图 3, 由图中可以看出各点振动的振幅没有变化。当 $d(x)$ 如图 4 变化时, 合成的各点的振动情况如图 5, 图 6 是各点振动振幅的衰减曲线。由图中可以看到当 $d(x)$ 变化时, 不会引起反射, 而且具有很好的吸收性, 使得波传播到边界时由于振幅很小已不会产生边界反射。

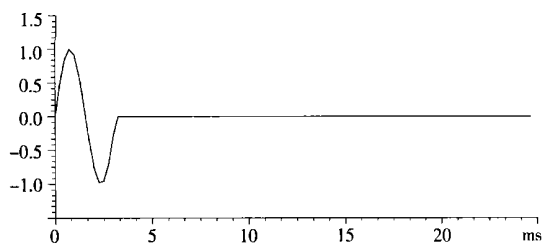


图 2 震源函数 $g(x)$

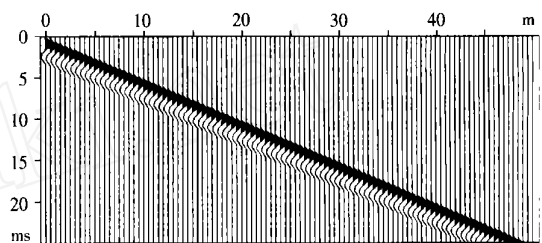


图 3 当 $d(x) = 0$ 时合成的各点的振动记录

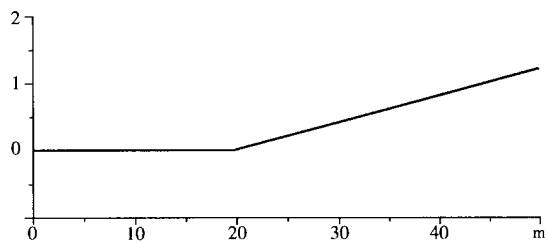


图 4 $d(x)$ 变化曲线

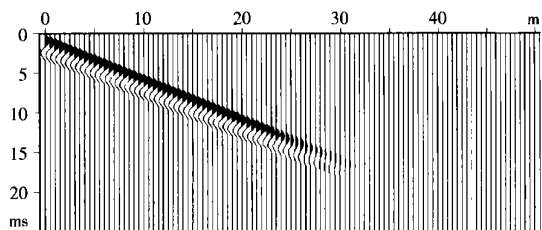


图 5 当 $d(x)$ 如图 4 变化时, 合成的各点的振动记录

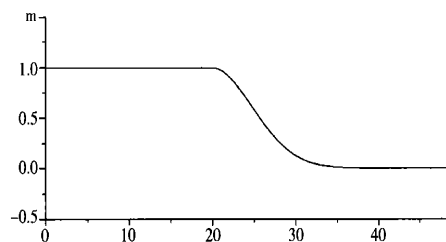


图 6 当 $d(x)$ 如图 4 变化时, 各点振动振幅的衰减曲线

对于二维的情况, 我们做了一个吸收边界的例子, 作为合成地震记录的速度模型(图 7)。炮点坐标为(500m, 100m), 接收点在地表, 检波点间距 2m, 共 501 个检波点。图 8 是用 Clayton 吸收边界条件合成的单炮地震记录, 图 9 是用最佳匹配层吸收边界合成的单炮地震记录。为了观察边界反射的细节, 这两幅图都做了振幅增强的显示, 两幅图中地震记录的最大值都是 1.3, 绘图时选取的剪切值为 0.1, 即绘图时地震记录的值大于 0.1 时, 将它置于 0.1。用 Clayton 吸收边界条件合成的地震记录, 在常

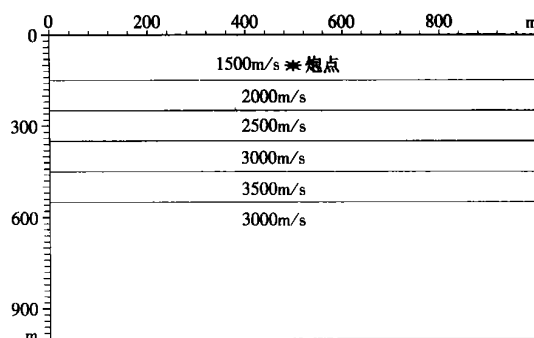


图 7 二维速度模型

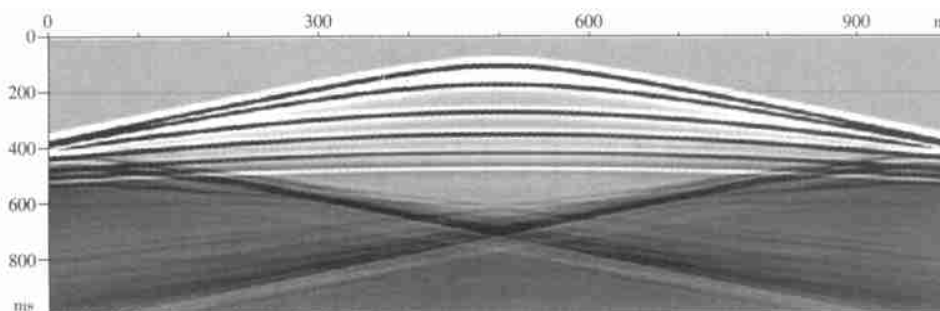


图 8 用常规吸收边界合成的单炮地震记录

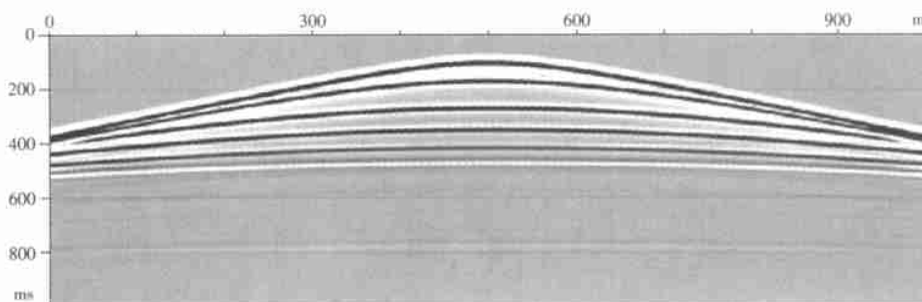


图 9 用最佳匹配层吸收边界合成的单炮地震记录

规的方法显示时, 边界反射很弱, 但用这种振幅增强的方式显示, 它的边界反射却很强。用最佳匹配层吸收边界合成的地震记录, 在振幅增强的方式显示下, 也看不到任何边界反射, 说明最佳匹配层吸收边界比 Clayton 吸收边界效果好。

结 论

本文通过理论推导, 给出了针对声波方程的完全匹配吸收边界条件。从理论上推导了声波方程完全匹配层的控制方程, 并给出了吸收边界条件的计算方法。一维声波方程和二维声波方程的数值模拟结果均验证了完全匹配吸收边界条件方法的有效

性。该方法同样适用于三维声波方程。

参 考 文 献

- [1] Cerjan C, Kosloff D, Kosloff R and Reshef M. A nonreflecting boundary condition for discrete acoustic and elastic wave equation *Geophysics*, 1985, 50(4): 705~708
- [2] Higdon R L. Absorbing boundary condition for elastic waves *Geophysics*, 1991, 56(2): 231~241
- [3] Berenger J P. A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves *J Comput Phys*, 1994, 114: 185~200
- [4] Collino F and Tsogka C. Application of the perfectly matched absorbing layer model to the linear elastodynamic problem in anisotropic heterogeneous media *Geophysics*, 2001, 66(1): 294~307

(本文编辑: 刁文川)

exploration and development phase and aimed at different geologic targets in their exploration and development process, which gained good economic benefits in their early exploration and development

Key words: seismic exploration, neural network, modular recognition, coherent analysis, seismic stratigraphy, 3-D prestack depth migration

Sun Yaohua, Henan Oilfield Branch of SINOPEC, Nanyang City, Henan Province, 473132, China

Estimation of large residual statics in two steps

Jing Xili OGP, 2003, 38(1): 22~ 26

Analyzing the advantages and the shortcomings of linear and non-linear inversion methods, the paper presented a method in two steps for estimation of seismic automatic residual statics. After using non-linear method to obtain initial solution of linear inversion, the method uses linear method to obtain the final high-precision solution. The reduced statics model space has been adopted in non-linear inversion step, accelerating the convergence of non-linear inversion. Model and real data show that the method can better solve the contradiction between desired high-precision statics and poor computational efficiency and can be used for static correction processing of seismic data in the region with more complicated surface-geologic condition.

Key words: static correction, simulated annealing, model, inversion

Jing Xili, Department of Applied Physics, Yanshan University, Qinghuangdao City, Hebei Province, 066004, China

3-D seismic trace interpolation in f - k domain

Zhang Junhua, Tong Zhaoqi, He Chaoguan and Guan Yixian OGP, 2003, 38(1): 27~ 30

Seismic trace interpolation is an important work before migration. On the basis of theoretical study of models, the paper briefly analyzed the problems existed in 2-D interpolation in f - x and f - k domain and gave basic formula of 3-D seismic trace interpolation in f - k domain based on extrapolation of 2-D f - k spectrum. The used algorithm has been programmed by using corresponding serial modular and parallel routine based on high-performance language HPF. The program has been succeeded in realizing on PC group. The processing results of synthetic model

and real data showed that the method can do 3-D wave-field interpolation finely and rapidly.

Key words: 3-D wave-field, spectrum analysis, spatial aliasing, High Performance Fortran Language, seismic trace interpolation, migration

Zhang Junhua, Institute of Earth Resource and Information, China University of Petroleum, Dongying City, Shandong Province, 257026, China

Absorbing boundary condition for acoustic wave equation by perfectly matched layer Wang Shoudong OGP, 2003, 38(1): 31~ 34

Aimed at acoustic wave equation, the paper gave absorbing boundary condition by using perfectly matched layer. The basic ideal of the method is that absorbing layer is added on the boundary of interesting region, no reflection is produced when wave propagates from boundary of studied region to absorbing layer and wave attenuates exponentially with propagation distance. The paper also gave the basic principle of perfectly matched layer, introduced the control equation of perfectly matched layer for acoustic wave equation, and finally showed several satisfactory numerical modeling results.

Key words: forward, numeric simulation, perfectly matched layer, absorbing boundary condition

Wang Shoudong, Institute of Earth Resource and Information, China University of Petroleum, Beijing City, 102249, China

Knowledge of RG line and datum of time-depth conversion Lu Huantong, Zheng Hongming, Zhao Feng and Wei Jinhua OGP, 2003, 38(1): 35~ 37, 57

The precondition of RG line being as datum of time-depth conversion is that the RG line is equivalent to the smooth line of surface elevation. The method was feasible in former exploration of looking for structural trap. The reasons are follows: the surface relief is simple in previous exploration area, RG line can approximately be as smooth line of surface, replacement of elevation of RG line by smooth line of surface makes little errors; the errors of reflection time are only a few ms or even scores ms, having no influence on discovery of anticline structure. Present seismic exploration puts high-resolution and high-precision as its object, so that can find out structural-lithological oil/gas reservoir, such as structure with lower amplitude, fault, fracture and sand

作者介绍

唐建候 男, 1966 年生, 高级工程师。1987 年毕业于西南石油学院物探专业, 一直从事多波勘探方法研究, 主持完成了中国石油天然气总公司“八五”、“九五”两项科技攻关项目。现在成都理工大学攻读地球物理专业博士学位。

刘泰峰 男, 1958 年生, 副教授。1982 年毕业于河北地质学院物探系。现为中国矿业大学地球探测与信息技术专业博士研究生。研究方向为三维地球物理场应用技术研究。

崔兴宝 男, 1967 年生, 工程师。1989 年毕业于长春地质学院物探系, 现于胜利地球物理勘探开发公司技术监督中心任专职物探质量监督。

孙耀华 男, 1963 年生, 高级工程师。1983 年毕业于西南石油学院地质系石油地球物理勘探专业, 1993 年研究生毕业, 获硕士学位, 目前在中国地质大学攻读博士学位。长期从事地震资料的综合解释和特殊处理工作, 发表论文多篇。

井西利 男, 副教授。1988 年毕业于大庆石油学院, 1994 年毕业于哈尔滨工业大学获工学硕士学位, 2001 年于中国科学院地质与地球物理研究所获理学博士学位。现在燕山大学从事教学和地震波场模拟以及信号处理方法研究工作。

张军华 男, 1965 年生, 博士, 副教授, 硕士生导师。1987 年毕业于华东石油学院物探专业, 毕业后留校任教, 曾任物探教研室副主任 5 年。1995 年毕业于石油大学应用地球物理专业, 获硕士学位。2002 年获石油大学地球探测与信息技术专业博士学位, 现致力于地震资料处理方法的研究工作。

王守东 男, 1967 年生, 博士。1989 年毕业于哈尔滨工业大学, 获应用数学专业学士学位, 1995 年在哈尔滨工业大学获得计算数学专业博士学位, 同年进入石油大学博士后流动站, 1997 年出站后一直在石油大学任教。主要从事波动方程正、反演方法、复杂地表地区静校正技术、井间地震等方面的研究, 发表论文 10 余篇。

吕焕通 男, 1955 年生, 高级工程师。1982 年毕业于西南石油学院物探专业, 获学士学位。一直从事勘探生产管理工作, 现任新疆油田分公司物探总工程师。

朱 键 男, 1974 年生, 1997 年毕业于西安交通大学应用物理系。现在西安交通大学理学院光信息科学与技术系任教并攻读在职博士, 主要从事数字信号分析处理方面的研究。

沈建国 男, 1963 年生, 教授。1983 年毕业于华东石油学院测井专业, 1994 年获应用地球物理硕士学位, 2000 年获中国科学院声学博士学位, 2002 年从清华大学物理学博士后流动站出站。现任天津大学药学院检测中心教授, 主要从事声学检测原理与技术研究。

李正文 男, 1939 年生, 教授, 博士生导师。长期从事科研和教学工作, 出版了多部专著并发表过多篇论文。现在成都理工大学信息工程学院和“油气藏地质与开发工程”

国家重点实验室从事信号处理、非线性理论与应用、储集层综合识别研究等方面的科研与教学工作。

周玉冰 男, 1971 年生, 工程师。1992 年毕业于中国地质大学应用地球物理专业, 1996 年在中国地质大学应用地球物理专业获硕士学位。已发表论文多篇, 现从事地震资料处理及解释方法研究。

龙建东 男, 1962 年生, 高级工程师。1983 年毕业于华东石油学院物探专业, 1986 年于中国石油勘探开发研究院获硕士学位。毕业后一直从事储层综合研究工作, 发表论文多篇。

贾志斌 男, 1950 年生, 高级工程师。1977 年毕业于华东石油学院石油地质专业。一直从事石油地震地质综合研究工作, 发表过多篇论文。负责并参与省部级和局级科研生产项目十余项, 获各种奖励多次。现任中原油田地质调查处副总工程师。

蒲仁海 男, 1962 年生, 副教授。1983 年毕业于成都理工学院石油系石油地质专业, 1990 年获中国地质大学(北京)能源地质工科硕士学位, 1998 年获西北大学石油地质工科博士学位, 2000-2001 年在加拿大 Regina 大学做博士后。现在西北大学从事层序地层学、综合油气勘探、复杂油藏描述方面的科研与教学工作。

董树政 男, 1966 年生, 高级工程师。1988 年毕业于天津大学(石油分校)石油地质专业, 获局级科研成果 4 项, 现在大港油田从事勘探管理工作。

史松群 男, 1964 年生, 工程师。1987 年毕业于西安地质学院石油物探专业, 现任长庆油田公司研究院地球物理中心副主任。长期从事地震岩性储层预测研究工作。曾先后完成相关领域科研项目 20 余项, 获部级科技进步奖三项、局级科技进步奖 14 项, 公开发表论文 3 篇。

张交东 男, 1968 年生, 工程师。1991 年毕业于成都地质学院石油地质勘查专业, 1995 年获北京石油勘探开发研究院石油地球物理硕士学位。现为中国科技大学地球与空间科学系博士研究生, 从事构造地球物理和构造地球化学研究。

潘祖福 男, 1927 年生, 教授级高级工程师, 著名地球物理学家。1950 年毕业于上海大同大学物理系, 长期从事地震勘探生产管理和方法研究工作。是我国第一个地震队解释组长, 四川省第一个地震队队长。曾任四川石油管理局地质勘探开发研究院及局勘探处副总工程师, 现从事高分辨率地震采集、处理研究工作。

王才志 男, 1970 年生, 工程师。1992 年毕业于西安石油学院, 2001 年毕业于中国石油勘探开发研究院研究生部, 获石油探测与信息处理专业硕士学位。主要从事测井方法的研究与测井综合解释。目前在中国石油勘探开发研究院研究生部攻读博士学位。

郭海洋 男, 1946 年生, 高级工程师。1969 年毕业于武汉测绘学院航空摄影测量系。多年来一直从事石油物探工程测量的生产管理与质量监督工作, 发表论文多篇。现任中国石油天然气集团公司物探监理中心测量总监。