文章编号: 1000-1441(2003)02-0143-06

地震波场数值模拟方法

张永刚
(中国石油化工股份有限公司科技发展部, 北京 100029)

摘要: 简要总结了地震波场数值模拟的各种方法的基本原理及其主要特点, 对最近在该领域出现的一些方法和研究结果做了简要的阐述, 并对比了各种方法的优缺点。在此基础上提出了运用波动方程数值模拟作为基础, 结合射线方法辅助识别波场类型, 用于分析异常波的产生机理和出现特点的基本思想, 这对复杂条件下的地震勘探具有指导和借鉴意义。

关键词: 地震波场; 数值模拟; 射线追踪; 有限元; 伪谱法; 正演模拟
中图分类号: P631.4+1　　　　文献标识码: A

On numerical simulations of seismic wavefield

Zhang Yonggang
(Department of Science and Technology Development, SINOPEC, Beijing 100029, China)

Abstract: This paper reviews the principles and characteristics of various numerical simulations of seismic wavefield, and compares the merits and defects of the simulations. Some newly emerged methods and results are briefly discussed. The author proposes to study the generation mechanism and characteristics of abnormal waves based on wave equation numerical simulation supplemented by ray tracing.

Key words: seismic wavefield; numerical simulation; ray tracing; finite element; pseudo-spectrum; forward modeling

地震波场数值模拟是研究复杂地区地震资料采集、处理和解释的有效辅助手段, 地震波场数值模拟的主要方法包括 2 大类, 即波动方程法和几何射线法。波动方程数值模拟方法实质上是求解地震波波动方程, 因此模拟的地震波场包含了地震波传播的所有信息, 但其计算速度相对于几何射线法要慢。几何射线法也就是射线追踪法, 属于几何地震学方法, 由于它将地震波波动理论简化为射线理论, 主要考虑的是地震波传播的运动学特征, 缺少地震波的动力学信息, 因此该方法计算速度快。因为波动方程模拟包含了丰富的波动信息, 为研究地震波的传播机理和复杂地层的解释提供了更多的佐证, 所以波动方程数值模拟方法一直在地震模拟中占有重要地位。

1 几何射线法

几何射线法又称为射线追踪法, 其主要理论基础是, 在高频近似条件下, 地震波的主能量沿射线轨迹传播。基于这种认识, 运用惠更斯原理和费马原理来重建射线路径, 并利用程函方程来计算射线的旅行时。在旅行时计算中可以应用有限差分等方法, 以期获得快速的解。随着地震勘探技术的发展, 新的射线追踪技术也不断涌现, 以满足大的数据处理(如三维数据)和较高精度要求下对复杂地质体研究的需要。这些技术主要研究焦点是如何精确地划分地质体, 如何实现旅行时场的快速准确的计算以及对已有方法的改良。

射线法的主要优点是概念明确, 显示直观, 运算方便, 适应性强; 其缺陷是应用有一定限制条件, 计算结果在一定程度上是近似的, 对于复杂构造进行两点三维射线追踪往往比较麻烦。为了计算波沿射线的旅行时和波沿射线的振幅变化, 首先都必须知道波的传播路径。所谓射线追踪, 狭义来说指的就是根据地震波的传播规律确定地震波在实际地层中传播的射线路径。

在地震学中, 有 2 类地震射线追踪问题: 一类是 1 点射线追踪, 即已知射线初始点位置和初始出射方向求地震波的传播路径问题; 另一类是 2 点射线追踪, 即已知射线初始点和另一观察点(接收点)的位置, 不知射线初始出射方向, 求 2 点之间的射线路径问题。用射线理论制作 VSP 模型, 不论是

收稿日期: 2003-03-06。
作者简介: 张永刚(1956—), 男, 高级工程师, 现从事科技发展规划和管理工作。

零偏移距或非零偏移距，因为震源和接收点不是同一点(除零偏移距井口记录道外)，遇到的都是2点射线追踪问题。

1）有关初值问题的试射法(Shooting method)。这种方法根据由震源出发的一束射线到达接收点的情况对射线出射角及其密度进行调整，最后由最靠近接收点的2条射线走时内插求出接收点走时。

2）有关边值问题的弯曲法(Bending method)。这种方法从震源与接收点之间的一条假想初始路径开始，根据最小时准则对路径进行扰动，从而求出接收点处的走时及射线路径。

费马时间稳定原理是弯曲法依据的基本原理，即在固定的2个端点之间，波实际传播的路径是在真实射线附近变动的路径中，能使波的旅行时稳定的路径，也就是说，时间取极值(通常是极小值)的路径 。

以上2种方法的局限是难于处理介质中较强的速度变化，难于求出多值走时中的全局最小走时，计算效率低，阴影区内射线覆盖密度不足。仅考虑最小走时具有很大局限性，最近几年在该方面的研究主要关注多值走时计算方面。

20世纪80年代末以来，随着Kirchhoff积分叠前深度偏移在解决复杂构造成像中获得一系列成功，作为其算法基础之一的射线追踪方法也得到了很大的促进和发展，出现了大量不同于传统算法的新型算法。这些算法的主要特点在于不再局限于地震波的路径描述，而是直接从惠更斯原理或费马原理出发，采用等价的波前描述地震波场的特征。近年来随着三维勘探的发展，为了适应三维数据处理和复杂地质体研究，新的射线追踪算法不断涌现。这些改进主要有：在传统的试射法和弯曲法的基础之上产生了很多改进的射线追踪方法，如波前重建法；对最小走时算法的改进，使之可适应多值走时计算，如慢度匹配法。下面对这些方法作一简要的介绍。

1）Vidale方法。与传统方法不同，Vidale方法计算的是波阵面而不是射线路径，以二维情况为例，用正方形的网格对速度模型进行离散化。

2）改进的Vidale方法。当介质中存在较大的速度间断时，Vidale方法会出现不稳定，因此，在Vidale之后，相当一部分关于程函方程有限差分法的研究主要是针对上述问题的。其中，Qin(1992)在Vidale扩展方阵的基础上实现了扩展波前的递推方法，但计算量增加很大；Podvin(1991)也是按扩展方阵的方式求取走时，对每一个网格点，系统地比较来自各个方向的透射波、衍射波和首波。Podvin采用的扩展方阵方式与Vidale方法相同，即从上一方阵面的走时相对极小值点开始到走时相对极大点结束，考虑到这种情况，则只需比较2个可能的首波与1个衍射波，与Vidale方法相比，Podvin的方法同样增加了很多计算量，但其稳定性相当好。

3）Van Trier法。Van Trier(1991)首先将程函方程化为守恒型程函方程，然后用有限差分(上风法)直接求解变换后的方程，进而求出地震波场的最小走时。该算法的主要局限性在于守恒通量的计算，当介质速度梯度较大时，守恒通量可能变为虚数，从而导致计算终止；另外，在实际应用中，常常需要频繁地进行极坐标网格到直角坐标网格的走时转换，这在一定程度上也增加了计算量。这种直接求解守恒型程函方程的思路也可直接在直角坐标系中实现。这样虽不需要进行不同坐标系下走时的转换，但为保证差分格式的稳定性、相容性等又需对源点及计算网格作特殊处理，所以并没有太大的优越性。

4）WFRT法。WFRT方法的基本出发点为惠更斯原理。根据介质的非均匀程度，将所要研究的介质分割成大小相等的矩形网格，每个矩形网格单元内的速度可视为均匀的，称为第一次分割；然后再根据计算精度的要求将每一个矩形网格进一步分成等份的小矩形网格，称为第二次分割。

5）最短路径法。最短路径法的基础是费马原理及图论中的最短路径理论。利用最短路径的思路求解程函方程，很多人都作了大量工作，这些方法的基本思路相同，只不过具体实现步骤上存在差异。

6）HWT(Huygens Wavefront Tracing)法。Sava和Fomel(1998)认为，传统求解射线方程的射线追踪方法虽然能求出多值走时(Vinje，1992；Sun，1992；Lambare，et al，1996)，但缺乏稳健性，程函方程的有限差分法虽具有稳健性，但只能计算最小走时。因此，Sava和Fomel将两者结合起来，提出了一种新方法。

7）慢度匹配(Slowness Matching)法。慢度匹配法的目的仍是求解多值走时问题，Symes(1998)假设地震波的射线都是下行的，该算法的计算量很

大，因此在目前还不是一种可实用化的方法。

8）基于图形结构的三维射线追踪方法。节点走时利用的是 Bresenham 画线算法。最小走时点查寻中运用了快速排序算法，节点设置方式可引入速度界面，可实现反射波射线追踪。

9）三维多值走时地震波场重建及格林函数计算。这种方法根据三维复杂介质地震波传播数值计算中出现的多值走时情况，以及地震波场重建和格林函数计算中的困难，提出在相位空间拉格朗日流形上的波场重建及格林函数计算方法。该方法基于波前重建思路，通过在相位空间中将位形空间中具有多值且不可微的射线参数曲面展为单值可微曲面，以克服地震波场射线解的复杂性态。

10）辛几何算法[1~3]。在非均匀介质中，常常需要用 Maslov 渐进理论解决求地震波路径时出现的焦散问题。Maslov 渐进理论需要对空间坐标进行傅氏变换，即将部分空间坐标变为慢度坐标。因此，在数值计算中，尽量保持位置和慢向量之间的关系是十分重要的。辛几何算法正是保持他们之间关系的算法。

用辛格式计算出的数值解满足一扰动的哈密顿系统，因此总能量的误差不会有很大的变化。由于地震勘探中涉及的介质通常是具有不规则界面和复杂结构的地球介质，而这些介质中的地震波传播过程非常复杂，对其解析求解几乎不可能，一般只能通过数值计算来实现。波场计算方法是整个地震成像技术的基石，也是人们历年来研究的焦点。辛几何算法是在哈密顿体系下表述动力学体系的一种方法。

辛算法是基于如下理念的算法，即动力学系统在哈密顿表述下，能量守恒（也即哈密顿能量守恒）对应的数学表述为系统状态的演化过程是辛变换，因而在计算系统状态时的离散化方程也应该是辛变换，满足这一条件的数值算法统称为辛算法。

比较辛格式与有限差分格式可以看出，有限差分格式变换算子与辛格式的变换算子一样，都满足辛性质。但是，辛格式保持的是相点的辛性质，即 t 时刻的波场和波场的广义动量构成的向量，而有限差分格式保持的不是相点的辛性质，而是 t 时刻的波场和 $t-\mathrm{d}t/2$ 时刻波场的广义动量构成的向量。在计算步长 $\mathrm{d}t$ 较大时，有限差分格式带来的偏差是不可忽视的。但是在大多数情况下，步长很小，t 时刻和 $t-\mathrm{d}t/2$ 时刻的广义动量差别不大，因而有限差分格式是辛格式的一个很好的近似。

2　波动方程法

介质中声波或弹性波场的数值模拟，对于人们理解波动传播规律，解释实际地震资料，表征地下介质结构与岩性以及地球资源开发等，均具有重要的理论和实际意义。地震波动方程的数值模拟方法主要有：有限差分法、有限元法、反射率法、傅里叶伪谱法等，但这些方法都各具优缺点。傅里叶变换法由于利用空间的全部信息对波场函数进行三角函数插值，所以能更加精确地模拟地震波的传播规律。同时，利用快速傅里叶变换（FFT）进行计算，还可以提高运算效率。该方法的主要优点是精度高，占用内存小；缺点是计算速度较慢。波动方程有限元法的主要优点是适宜于模拟任意地质体形态，可以任意三角形逼近地层界面，保证复杂地层形态模拟的逼真性；缺点是占用内存和运算量均较大。有限差分法的主要优点是计算速度快，占用内存小；缺点是精度低，仅适合于相对较简单的地质模型。下面对几种方法的特点及最近的发展作一简要的介绍。

2.1　有限差分方法

有限差分数值仿真技术是声波或弹性波场数值模拟中最为流行的方法之一，然而传统的有限差分方法在求解波动方程时，会产生不期望的数值频散或称网格频散，导致了数值模拟结果分辨率的降低。究其根源，是因为基于波动方程的有限差分求解过程，通常是利用一离散化的有限差分方程去逼近波动方程，从而使得相速度变成了离散空间间隔的函数。因此，当每一波长内空间采样太少（即空间网格太粗）时，就会产生数值频散。

所谓数值频散实质上是一种因离散化求解波动方程而产生的伪波动，这种频散既不同于波动方程本身引起的频散，也不同于因波传播的速度、频率和角度而引起的频散，它是有限差分方法求解波动方程时所固有的本质特征，无法避免。为了消除这种数值频散，人们进行了大量的研究，他们的结论是基本一致的，即为了消除数值频散，在使用二阶有限差分方法时，每个 $1/2$ 功率对应的波长至少必须使用 11 个网格点，而四阶有限差分则可用二阶差分网格点数的一半。王才经[4]（1990）也得到了基本一致的结论。

二阶精度有限差分解实际上是对波动方程中的波函数(位移函数,位函数或其他函数)在其Taylor展开式中略去了二阶以上的高阶项后得到的一种近似表达式。为了提高有限差分的精度,减少数值模拟中频散的发生,需要进一步保留一部分高阶项,也就是说,要保留三阶、四阶甚至更高阶的微量,使差分方程的近似程度更加接近实际的偏微分方程。

同时,波动方程里还含有关于时间的二次导数项,但时间导数项的高精度差分却不能象空间差分那样通过增加参与计算的样点数来得到,因为在时间轴上,函数值是永远向前迭代的,而不能利用下一个时刻或以后几个时刻的函数值。因此,高精度的时间差分难以在时间轴上直接实现。但可以通过适当的变换,借助各空间坐标点上的波场值及导数值的组合,来达到提高差分精度的目的。通常情况下,只取等号右端的前三项,即达到所谓的二阶精度,这也就是关于时间的二阶差分格式。为了提高精度,可以再多取一项或几项,得到具有四阶或更高阶精度的时间差分格式,即通过多步高精度空间差分运算将时间差分的精度也提高到四阶或更高阶。

从上述研究结论中,我们似乎可以得出,通过提高有限差分格式的精度,可充分减少每一个波长内的采样点而不产生数值频散,因此问题可以轻而易举地得到解决。但事实上并非如此,因为再提高差分格式的精度,将会大大增加计算量。因此,不可能无限制地通过提高有限差分格式的精度来消除在粗网格计算条件下的网格频散。

在流体动力学连续方程的求解中,Boris和Book[5](1973),Book[6]等(1975)发展了一种通量校正传输方法(FCT),并将他们的FCT方法应用于声波方程的求解中,有效地压制了在粗网格情况下差分计算产生的数值频散。杨顶辉[7]等(1997)将这种FCT技术与求解各向异性波动方程组的有限差分方法结合,获得了一种适用于求解各向异性介质中二阶声波和弹性波方程的FCT有限差分算法。其过程主要包括3步:有限差分计算、平滑方程的解和反漫射处理。

正如上面所述,在使用有限差分求解波动方程时,如果每一波长的采样点太少,会产生数值频散。因此,为了消除差分计算引起的频散,必须作漫射通量的计算,通过漫射通量来修改差分方程的解(即平滑方程的解)。由于这种平滑处理是对计算区域内的每一个网格点实施的,从而一定程度地压制了真实的波动,造成振幅精度的部分损失。但这种精度的损失并不影响FCT技术的推广,因为损失是不明显的。漫射是以守恒方式实现的,即任何时候在任一点去掉一部分波场时,就必须有相同数量加回到某一地方。因此,一旦解发生漫射,就必须在任何不需要漫射的地方引入反漫射以抵消漫射,使真实波场得到恢复。因此,对解做反漫射修正,比漫射计算更复杂,这通常是通过一非线性局部搜索来实现的。

有限差分法是一种最常用的正演模拟方法,现已比较成熟,正向提高精度的方向发展。1970年,Alterman[8]等首先将有限差分法应用于地震波动方程模拟中,之后,Alford[9]等研究了有限差分法的精度,Virieux[10]提出了稳定的二阶(空间和时间)弹性波有限差分格式,它适用于任何泊松比的介质,Levander将Virieux[10,11]的方法推广到空间四阶、时间二阶的情况。Crase[12]则发展了精度可达任意阶的高阶交错网格法,但其计算量和内存要求比低阶有限差分法大幅度增加。Magnier[13]等提出了最小网格有限差分法,它能压制非最小网格的人为现象。周家纪和贺振华[14]用大网格快速差分算法模拟地震波的传播,其空间网格可以取得很大,达到每最短波长只需3个网格点,大大缩短了计算时间,等等。

2.2 伪谱法

有限差分法的算法简单快速,但难以克服频散效应,而要解决频散问题,须加密数值计算的网格,这势必会导致计算量增加,效率下降。因此,选择一种既能精确计算,又有较高计算效率的方法就显得非常必要,而伪谱法正好符合这种要求。

伪谱法是一种有效的数值模拟方法,权衡精度和效率,有其他方法不可替代的优点。在二维介质中,用伪谱法做波传播的正演数值模拟由来已久,由于条件限制,以前的研究者仅限于二维算法程序的开发和研究。20世纪80年代末,Kosloff[15~18]等人用三维声波方程和三维弹性波方程做均匀各向同性介质中波传播的模拟,并与解析计算结果和超声物理模拟进行比较,证明了方法的正确性。Reshef[18]等用伪谱法作了三维声波模拟,所设计的模型在水平和垂直方向有任意的密度和波速,并应用了吸收边界条件。Nielsen等将伪谱法用到了曲

线网格的二维声波方程的模拟中。Tessmen 等则用伪谱法在存在表面地形的情况下模拟了弹性波的传播。1987 年, Tal-Ezer 等提出了新的快速展开法, 该方法可看作谱法类中的另一种。与伪谱法不同的是, 其时间导数用契比雪夫展开法来计算, 可取较大的时间步长, 当其与高阶的空间微商结合时, 有较高的精度。该方法实质上避免了伪谱法计算中时间精度是二阶而空间精度可达无限阶的不平衡性。但是该法处理吸收边界和自由表面边界条件比较困难, 计算量和占用内存也较大。

张文生等[19] (1998) 用伪谱法进行了二维横向各向同性介质波动方程的正演模拟, 特别是对边界吸收问题作了有效的处理, 证明了伪谱法是有限差分法近似阶数趋于无限时的极限, 它用快速傅氏变换来计算空间导数, 计算精度要高于有限差分法。为满足快速傅氏变换的条件, 伪谱法的空间网格点数必须限制取 2 的正整数幂。反周期扩展法是针对伪谱法提出来的, 因为快速傅氏变换包含着周期性的边界条件, 由此计算的波场有较强的周期性边界反射或一些假像, 这可以通过增加 2 倍的计算量来消除这些效应, 但这种处理不能用于其它的正演模拟方法中。当有必要考虑底面边界反射时, 可采用衰减型吸收边界条件和反周期扩展相结合的方法来消除底边界的效应。同时, 在伪谱法计算中, 震源可更集中于一点, 这对提高精度有好处; 还可取相对较大的空间网格步长, 以便用来减少计算量。另外, 对波动方程系数间断的情况, 伪谱法比有限差分法更有效, 这也是伪谱法比差分法精度高的另一原因。

2.3　有限元及谱元法

有限元法也是正演模拟的有效手段。由于剖分的任意性及它所依据的变分原理, 对含有多种介质和自然边界条件的处理, 非常方便有效, 已成为解决地震波传播数值模拟的一种重要方法。它是目前为止最精确的一种正演模拟方法, 但它对计算机内存要求很高, 计算量大, 让人难以承受。同时, 为满足不同研究的需要, 应当设置不同的边界条件。比如要研究波在界面处的反射强度时, 就应当在界面处加力, 加力的时间为炮点到加力点的走时, 该走时可以由射线追踪来获得。

有限差分法和有限元法的主要缺点在于对高频分辨的限制, 它们对地震勘探中典型的速度和频率, 计算中需要大量的网格点, 而伪谱法则相对更有效。

有限元法的主要优点是适宜于模拟任意地质体形态, 可以任意三角形逼近地层界面, 保证复杂地层形态模拟的逼真性。近年来, 国内外许多著名学者在复杂介质中地震波传播问题的研究方面已作了很多杰出的工作。以吴如山等为代表发展了广义屏方法, 基于 DeWolf 近似推导了双域方程的表达式, 将复杂介质用背景速度和扰动速度近似, 相应的波场用背景场和扰动场近似, 背景场在波数域中延拓, 扰动场在空间域延拓, 同时处理边界等。这种方法对于地下复杂的介质已取得明显的效果。而对于地表复杂的介质也已开始注意。Stig Hetholm 等(1998, 2001)用交错网格高阶有限差分法解速度 - 应力方程, 研究远场 P 波在起伏地表处的散射波和转换波, 关键技术是用仿射坐标变换将直边梯形网格变为直角网格, 将起伏地表的自由边界条件作相应变换, 他们已经证明了该方法是条件稳定的。Dimitri Komatisch 等(1998, 2000)用谱元法实现了起伏地表二维和三维弹性波数值模拟, 讨论了复杂地表引起的各种干扰, 该方法具有费时少、精度高等优点, 并利用该方法模拟了按正弦规律起伏的海底反射、透射特点。流体区域和固体区域分别用速度场的标量方程和位移场的矢量方程来表征, 两区域的交界面处则通过一种边界积分来得到边界条件。模拟记录上波场信息丰富, 包含了反射波、透射波、转换波、首波和多次波等多种成分。作者认为该方法将来可能用于研究其他非均匀流体的波场特征。柯本喜等(2001)用基于混合单元(三角形单元和四边形单元)的有限元法实现了二维起伏地表声波数值模拟, 并给出了较理想的人工边界条件, 理论和实际模型的模拟结果令人鼓舞, 说明有限元法也可用于研究起伏山区波传播问题。他们正在研究, 当表层结构复杂, 存在大速度反差时, 出现的网格频散和计算不收敛问题以及地表引起的强绕射干扰淹没有效反射问题。可以看出, 复杂介质中波的传播问题是当前的一个研究热点, 其中地下复杂问题已取得重大进展, 而地表复杂或地表、地下都复杂的问题虽已引起人们的强烈注意, 但研究程度较低, 地形变化、表层不均匀引起的强绕射干扰、发散等问题尚待解决, 复杂表层问题已成为人们主攻的难点。

3 结束语

射线方法虽然是一种经典的方法,但不能误认为它是低级的和行将被淘汰的方法。近几年射线法更是取得了很多新的发展,例如最近提出的高斯射线束法、傍轴射线法、马斯罗夫渐进理论等就是明显的例证。另外射线法和波动方程理论相结合,解决地震学和地震勘探中的各种正、反演问题,也是目前发展的一种趋势。波动方程法是研究地震波场特点的最根本方法。虽然费时,易引进干扰波,但其波场齐全,信息丰富,因此对于研究复杂条件下的各种波场最为有效,具有广阔的发展前景。随着计算机运算能力的提高和各种新方法的诞生,波动方程法会越来越显示出它的优势。若能2种方法同时运用,便可以结合射线方法简单易行,波场清晰的特点,用于辅助识别波动方程法模拟出的波的类型,分析异常波的产生机理和出现特点。这对于推动地震勘探技术的进一步发展将具有积极的作用。

参 考 文 献

1 陈景波, 秦孟兆. 辛几何算法在射线追踪中的应用[J]. 数值计算与计算机应用, 2000, 43(4): 254~265

2 罗明秋, 刘洪, 李幼铭. 地震波传播的哈密顿表述及辛几何算法[J]. 地球物理学报, 2001, 44(1): 120~127

3 秦孟兆, 陈景波. Maslov 渐近理论与辛几何算法[J]. 地球物理学报, 2000, 43(4): 522~533

4 王才经. 波动方程模拟和偏移的频散分析[J]. 计算地球物理研究文集, 1990, 33: 521~528

5 Boris J P, Book D L. Flux-corrected transport I, SHASTA, A fluid transport algorithm that works[J]. J comput Phys, 1973, 11: 38~69

6 Book D L, Boris J P, Hain K. Flux-corrected transport II, generalization of the method[J]. J comput Phys, 1975, 18: 248~283

7 杨顶辉, 滕吉文. 各向异性介质中三分量地震记录的FCT有限差分模拟[J]. 石油地球物理勘探, 1997, 32(2): 181~190

8 Altermen Z S, Loewenthal D. Seismic wave in a quarter and three quarter plane[J]. Geophysics J Roy Astr Soc, 1970, 20(1): 101~126

9 Alford R M, Kelly K R, Boore D M. Accuracy of finite difference modeling of the acoustic wave equation[J]. Geophysics, 1974, 39(6): 834~842

10 Virieux J. P-SV wave propagation in heterogeneous media: Velocity-stress finite-difference method (shear waves)[J]. Geophysics, 1986, 51(4): 889~901

11 Levander A R. Fourth-order finite-difference P-SV seismograms[J]. Geophysics, 1988, 53(11): 1 425~1 436

12 Crase E. High-order (space and time) finite-difference modeling of elastic wave equation[J]. Expanded Abstacts of 60th SEG Annual Meeting, 1990. 987~991

13 Magnier S A, Mora P, Tarantola A. Finite difference on minimal grids[J]. Geophysics, 1994, 59(9): 1 435~1 443

14 周家纪, 贺振华. 模拟地震波传播的大网格快速差分算法[J]. 地球物理学报, 1994, 37(增刊1): 450~454

15 Kosloff D D, Baysal E. Forward modeling by a Fourier method [J]. Geophysics, 1982, 47(10): 1 402~1 412

16 Kosloff D D, Carcione J M. Three dimension wave propagation simulation in elastic anisotropy media[J]. Expanded Abstracts of 59th SEG Annual Meeting, 1989. 1 016~1 018

17 Reshef M, Kosloff D D. Applications of elastic forward modeling to seismic interpretation[J]. Geophysics, 1985, 50(8): 1 266~1 272

18 Reshef M, Kosloff D D, Edwards M, et al. Three-dimensional acoustic modeling by the Fourier method[J]. Geophysics, 1988, 53(9): 1 175~1 183

19 张文生, 何樵登. 二维横向各向同性介质的伪谱法正演模拟[J]. 石油地球物理勘探, 1998, 33(3): 310~319