

ΘΕΩΡΙΑ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΣ

20 Οκτωβρίου 2021

Σειρά 1

Άσκηση 1 Μια τυχαία μεταβλητή X παίρνει τις τιμές $-3, -1, 0, 1, 2, 3, 4$ με πιθανότητες $1/8, 1/2, 1/8, 1/24, 1/24, 1/24, 1/8$ αντίστοιχα.

1. Να υπολογίσετε την $H(X)$.
2. Αν $Y = X^3$, να υπολογίσετε την $H(Y)$.
3. Αν $Z = X^4$, να υπολογίσετε την $H(Z)$.

Άσκηση 2 Δυο τυχαίες μεταβλητές X, Y παίρνουν και οι δύο τις τιμές $1, 2, 3$ και έχουν από κοινού συνάρτηση μάζας πιθανότητας $p_{XY}(x, y) = p(x, y)$ ως εξής:

$$\begin{array}{lll} p(1, 1) = 0.20 & p(1, 2) = 0.00 & p(1, 3) = 0.15 \\ p(2, 1) = 0.20 & p(2, 2) = 0.05 & p(2, 3) = 0.20 \\ p(3, 1) = 0.15 & p(3, 2) = 0.01 & p(3, 3) = 0.04 \end{array}$$

Να υπολογίσετε τα εξής:

1. $H(X, Y)$,
2. $H(X), H(Y)$,
3. $H(X|Y), H(Y|X)$,
4. $H(X|Y = 1), H(X|Y = 2), H(X|Y = 3)$,
5. $H(Y) - H(Y|X)$,
6. $D[p_X(x)||p_Y(x)], D[p_Y(x)||p_X(x)]$
7. $I(X; Y)$.

Άσκηση 3 Η τυχαία μεταβλητή X παίρνει τις τιμές $1, 2, 3, 4$ και έχει συνάρτηση μάζας πιθανότητας $p(x)$ ως εξής:

$$p(1) = 0.1, p(2) = 0.2, p(3) = 0.3, p(4) = 0.4$$

Η τυχαία μεταβλητή Y παίρνει επίσης τις τιμές $1, 2, 3, 4$ και έχει συνάρτηση μάζας πιθανότητας $q(x)$ ως εξής:

$$q(1) = 0.2, q(2) = 0.3, q(3) = 0.4, q(4) = 0.1$$

Η τυχαία μεταβλητή Z παίρνει επίσης τις τιμές $1, 2, 3, 4$ και έχει συνάρτηση μάζας πιθανότητας $r(x)$ ως εξής:

$$r(1) = 0.4, r(2) = 0.1, r(3) = 0.2, r(4) = 0.3$$

Να υπολογίσετε τα εξής:

1. Τις εντροπίες $H(X), H(Y), H(Z)$,
2. Τις αποστάσεις Kullback-Leibler $D(p||q), D(q||p), D(p||r)$ και $D(r||p)$.
3. Να σχολιάσετε αν για την εντροπία έχουν σημασία οι τιμές της τυχαίας μεταβλητής. Κατόπιν να σχολιάσετε αν έχουν σημασία για την απόσταση Kullback-Leibler.