



《科学计算与数学建模》

课程作业 - 1

一、 填空题

1. 采用秦九韶算法计算 5 次多项式函数值至多需要_____次乘法和_____次加法。
2. 设 x 的相对误差为 2%，则 x^n 的相对误差为_____。
3. 设观测数据 x_1, x_2, x_3 的绝对误差限为 0.001，那么 $x_1 + x_2 - x_3$ 的绝对误差限为_____。
4. 设 $f(x)=x^2$ ，则 $f(x)$ 关于节点 $x_0=0$ ， $x_1=2$ ， $x_2=4$ 的二阶向前差分为_____。
5. 设 $S(x)$ 是函数 $f(x)$ 在区间 $[0, 2]$ 上的三次样条函数

$$S(x)=\begin{cases} 1+2x-x^2, & 0 \leq x \leq 1 \\ 2+b(x-1)+c(x-1)^2+(x-1)^3, & 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$$

则系数 $b = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $c = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

6. Newton-Cotes 求积公式的系数和 $\sum_{k=0}^n C_k^{(n)}$ 为_____。
7. 采用复合 Simpson 求积公式将步长缩小到原步长一半时，新近似值的余项约为原近似值的余项的_____倍。
8. $n+1$ 个节点的 Gauss 求积公式的代数精度至少为_____。
9. 用列主元消去法解方程组
$$\begin{cases} 4x_1 - 12x_2 + 3x_3 = 2 \\ -5x_1 + 6x_2 - 7x_3 = 3 \\ -3x_1 - x_2 + 2x_3 = -4 \end{cases}$$
，进行第一次消元时，

应选择主元为_____。



二、计算题

1. 已知函数 $y=f(x)$ 的函数值如下表

x	-1	1	2	3
y	2	8	14	22

在区间 $[-1,3]$ 上求三次样条函数 $S(x)$ ，使其满足边界条件

$$S''(-1)=6, \quad S''(3)=30.$$

2. 根据下列表中数据，利用最小二乘法拟合求出一个二次多项式 $P_2(x)$ ，并计算误差。

x	1	2	3	4	5
y	6.1	16.8	34.1	57.1	85.8

3. 采用复合梯形公式计算积分

$$I = \int_0^1 \frac{10}{1+x^2} dx$$

的近似值，使其误差不超过 2×10^{-3} （计算结果保留小数点后四位）。

4. 采用 Newton 法求解非线性方程

$$x^2 + x - 6 = 0$$

的一个根（要求：给出包含根的区间并合理选取可行初始点，写出迭代前 3 步）。



5. 采用弦截法求解非线性方程

$$x^3 + 8x^2 - 20 = 0$$

的一个根，当 $|x_k - x_{k-1}| < 10^{-3}$ 时终止迭代（要求：给出包含根的区间并合理选取可行初始点）。

6. 采用列主元消去法求解线性方程组

$$\begin{cases} x_1 + 4x_2 + 11x_3 = 16 \\ 13x_1 + 5x_2 + 2x_3 = 20 \\ 2x_1 - 12x_2 + 3x_3 = -7 \end{cases}$$

（要求：需要给出详细的行交换、乘数值及计算步骤）。

7. 采用直接 LU 三角分解方法解线性方程组

$$\begin{cases} 2x_1 + x_3 = 1 \\ 20x_1 + x_2 + 9x_3 = 13 \\ 10x_1 + 7x_2 - x_3 = 25 \end{cases}$$