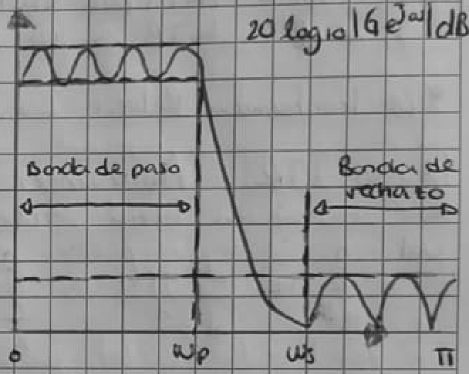
Tarea 2 Filtros IIR - FIR

- El diseño de un filtro se lleva a cabo en 3 pasos
  - Especificaciones: Antes de diseñar el filtro, se deben de tener las especificaciones determinadas por la aplicación.
- Aproximaciones: Una vez definidas las esp. se usan herramientas matemáticas para establecer la descripción del filtro
- Implementación: Se describe el filtro en forma de F de transferencia, ecuaciones de diferencia o respuesta impulsiva.

- Dependiendo de la aplicación, se le dará más o menos importancia al comportamiento del filtro en el dominio del T o de la Frecuencia

$\omega p = 2\pi f_p T \qquad \omega_s = 2\pi f_s T$

donde f_p y f_s son frecuencia de paso y de corte respectivamente y $T = 1/F_T$ y F_T es frecuencia de muestreo



Filtro IIR (Respuesta al impulso infinito)
Filtro FIR (Respuesta al impulso finito)

I, ventajas: Orden del filtro menor al del FIR equivalente
F, ventajas: Fase lineal, estable con coeficientes cuantificados

- El método de diseño de un filtro $\boxed{FIR}$ es por aproximación directa de la respuesta en magnitud a través de la respuesta al impulso, usando
  - ventanas
  - Muestreo en frecuencia
  - Invariancia al impulso
  - Transformación bilineal

El método de diseño de un filtro $\boxed{IIR}$ está basado en filtros analógicos

Filtro IIR: Ya determinada la función de transferencia, se transforma a filtro digital para eso, se propone la transformación del dominio S de la T de L y z de la T Z, (mapeo).

- El eje imaginario $(j\Omega) \rightarrow$ circulo unitario $(e^{j\omega})$ de S a Z.
- Una FTAE se convierte en una FTDE.
- El orden depende de $Ha(s)$ a $G(z)$ siendo analógico y digital

- Diseño: Método Invarianza al impulso

La función de mapeo es: $z = e^{sT}$ y se basa en tomar como respuesta al impulso del filtro digital, una versión muestreada de la respuesta al impulso $h[n] = K \cdot ha(n \cdot T)$

En este método, el solapamiento, es inevitable (aliasing) por lo que no se prefiere

Diseño IIR. Transformación bilineal

Dicho método, busca obtener una respuesta en frecuencia aproximada a la respuesta en frecuencia de la función de transferencia analógica prototipo.
La función de mapeo es: $s = (2/T)((1 - z^{-1})/(1 + z^{-1}))$ ①

La relación entre funciones de T D y A está dada por ② $G(z) = H_a(s)\Big|_{s = ①}$

- Procedimiento
  1. Se aplica la TBI a las especificaciones del filtro para obtener las especificaciones del filtro analógico prototipo. $H_a(s)$
  2. Se diseña $H_a(s)$ para satisfacer el punto anterior
  3. Se aplica la TB a ② para obtener $G(z)$

! La transformación Bilineal Inversa está dada por $z = \frac{1+s}{1-s}$

Diseño IIR / Aproximación por derivadas

Para convertir un filtro analógico en digital, es aproximado la ecuación diferencial

$$\sum_{k=0}^{N} a_k \frac{d^k y(t)}{dt^k} = \sum_{k=0}^{M} \beta_k \frac{d^k x(t)}{dt^k} \qquad \left.\frac{dy(t)}{dt}\right|_{t=nT} = \frac{y(nT) - y(nT - T)}{T}$$

Para la derivada $dy(t)/dt$ evaluada en $t = nT$ se sustituye

así se tiene $y(n) \rightarrow \boxed{H(z) = \frac{1 - z^{-1}}{T}} \rightarrow \frac{y(n) - y(n-1)}{T}$

$$s = \left(\frac{1 - z^{-1}}{T}\right)^k \qquad H(z) = H_a(s)\Big|_{s = \frac{(1 - z^{-1})}{T}}$$

Diseño FIR Ventanas

Para diseñar los filtros FIR, se tienen que truncar la serie infinita de los coeficientes de Fourier en una serie finita. Esto da el efecto de Gibbs.

Se debe buscar la TF^{-1} de la respuesta deseada, y a partir de ésta, obtener los coeficientes del filtro para posteriormente, acotarlo con un determinado tipo de ventana.

Muchas veces se debe truncar $h(n)$ y retardarlo hasta hacerlo causal.

Con $h(n)$ finito, se aplica la ventana $w(n)$ más adecuada

$$h(n) = \underset{\text{ideal}}{h_d(n)}\; w(n) \qquad M = \frac{A - 8}{2.285\,\Delta\omega}$$

ventana rectangular $= 1$

Bartlett $= 1 - \frac{2\left|n - \frac{M-1}{2}\right|}{M-1}$

$\Delta\omega = \pi\gamma^2\omega_s - \omega_p$

$A = -20\log_{10} f_{min}$

Hamming $= 0.54 - 0.46\cos(2\pi n / M-1)$

Hanning $= 1/2\,(1 - \cos(2\pi n / M-1))$

Mead

Tarea 3 Filtros

$F_s = 60.1 kHz$

$f_p = 3.0 kHz$

$f_s = 8.0 kHz$

$\alpha_p < 3 dB$

$\alpha_s > 25 dB$

$$\omega_p = 2\pi\left(\frac{3000}{601000}\right) = 9.98 \times 10^{-3}\pi$$

$$\omega_s = 2\pi\left(\frac{8000}{601000}\right) = 26.62 \times 10^{-3}\pi$$

$\omega_p = 2\pi(f_p / F_s) =$

$\omega_s = 2\pi(f_s / F_s) =$

$\alpha_p = -20 \log_{10}(1 - \delta_p)$

$\alpha_s = -20 \log_{10}(\delta_s)$

$$\Omega = \left(\frac{2}{T_s}\right)\tan\left(\frac{\omega}{2}\right)$$

$$\delta_s = 10^{-\alpha p/20} = 0.05623$$

$$\delta_p = 1 - 10^{(-\alpha p/20)} = 0.2920$$

$\Omega_p = 0.00499$

$\Omega_s = 0.01331$

$$N = \frac{1}{2}\,\frac{\log\left(\frac{1}{(1-\delta_p)^2} - 1\right) - \log\left(\frac{1}{\delta_s^2} - 1\right)}{\log\left(\frac{\Omega_p}{\Omega_s}\right)} = 2.9343 \approx 3$$

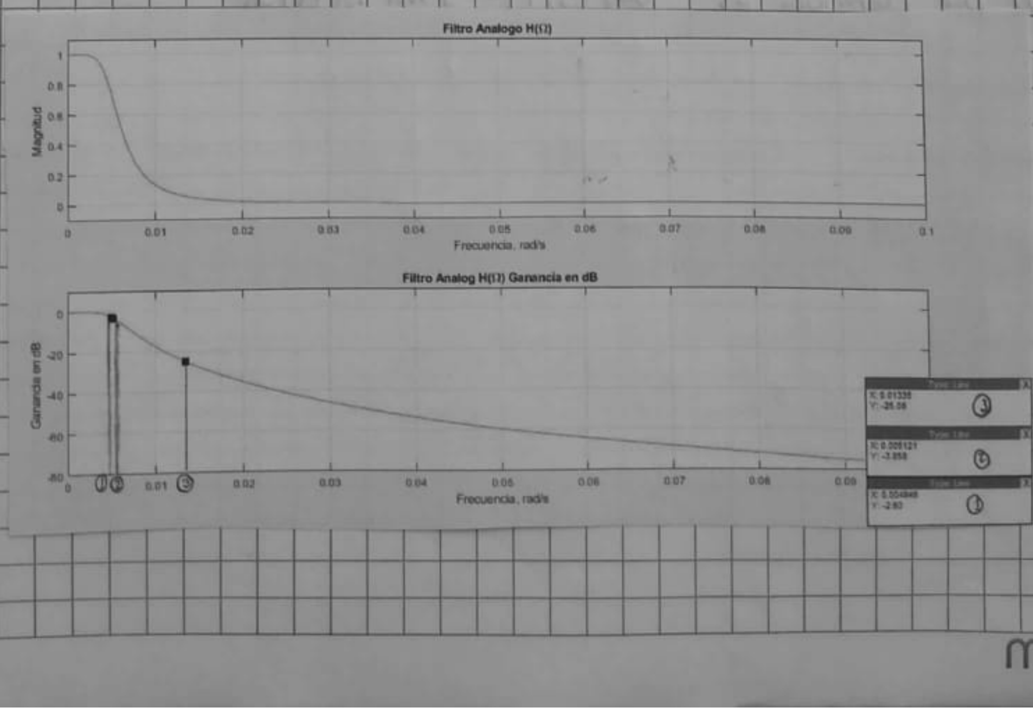
frecuencia de corte

$$\Omega_c = \frac{\Omega_p}{\left(\frac{1}{(1-\delta_p)^2} - 1\right)^{1/2N}} = 0.005024 \approx 0.0051$$

Con matlab TF $\Rightarrow$

$$H(s) = \frac{1.268 \times 10^{-7}}{s^3 + 0.01005 s^2 + 5.048 \times 10^{-5} s + 1.268 \times 10^{-7}}$$

$$H(z) = \frac{1.268 \times 10^{-7}}{\left(\frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}\right)^3 + 0.0105\left(\frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}\right)^2 + 5.048 \times 10^{-5}\left(\frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}\right) + 1.268 \times 10^{-7}}$$



Transformada wavelet

La transformada wavelet, permite hacer un análisis de múltiples frecuencias manteniendo la información basándose en el escalamiento y corrimiento.

Generalidades y antecedentes

- Se trabaja sobre el espacio $L^2[-\infty, \infty]$ de Hilbert, que tiene elementos pertenecientes al plano complejo $\mathbb{C}$. Con cierta métrica y producto interno.
- Dos vectores dentro del espacio Hilbert, son ortogonales si su producto interno es cero $\langle x,y\rangle = 0$ si además $\|x\| = \sqrt{\langle x,x\rangle} = 1$, son ortonormales.

¿Porque no usar Fourier?

- Dada la naturaleza de Fourier, sólo da resultados satisfactorios si son funciones periódicas.
- Detecta la presencia de la frecuencia, pero no da más información acerca de la evolución con el tiempo tales como el inicio y el fin de una señal finita.

Fourier con ventanas

Realiza un análisis espectral dependiente del tiempo, se divide la señal en una secuencia de segmentos (casi estacionarios) entonces, la TF se aplica a cada segmento. De esta manera, se logra una mejor localización de singularidades, pero no es así si se encuentran muy cerca unas de otras.
Por lo mismo, se pierde información cuando se destransforma la señal.

La TW

La transformada wavelet, puede concentrarse en fenómenos transitorios y de alta frecuencia, ya que tiene un tamaño de ventana adaptable. No se pierde información al destransformar.

Para obtener toda la información de la función, se usan proyecciones de funciones llamadas wavelets generadas a partir de las wavelets madre

- $\psi_{jk}(t) = 2^{-j/2}\psi(2^{-j}t - k)$ Se forma una base ortonormal cuando la TF de la wavelet madre satisface la condición de ortogonalidad.

La TW por definición es $W_f(s,\tau) = \int f(t)\,\psi^*_{s\tau}(t)\,dt$

wavelet madre $\psi_{(s,\tau)}(t) = \frac{1}{\sqrt{s}}\,\psi\left(\frac{t-\tau}{s}\right)$ donde s es la escala y τ la traslación

dada una función $f(t)$ su desplazamiento b y su escalamiento a aplicando

$f\left(\frac{t-b}{a}\right) = f_a^b(t)$ asumiendo que es ortonormal

$$\psi_a^b(t) = \frac{1}{\sqrt{a}}\,\psi\left(\frac{-b+t}{a}\right)$$

$$CWT = \frac{1}{\sqrt{a}}\int_{-\infty}^{\infty} s(t)\,\psi^*\left(\frac{t-b}{a}\right) dt$$

Wavelets y familias [Coiflets, Symmlet y Daubechies]

Coiflets: Tienen soporte compacto. Wavelets con el mayor número de momentos de desvanecimiento tanto para reconstrucción como para descomposición para un ancho de ventana dado.

Familia	Coiflet	Symlets	Daubechies
Nombre abreviado	Coif	Sym	db
Orden	N = 1, 2, 3, 4, 5	N = 2, 3, ...	N (entero positivo)
Ejemplos	Coif1, Coif4	Sym2, Sym8	db1 (Haar), ..., db10
Ortogonal	✓	✓	✓
Biortogonal	✓	✓	✓
Soporte compacto	✓	✓	✓
DWT	✓	✓	✓
CWT	✓	✓	✓
Ancho de ventana	6N − 1	2N − 1	(2N − 1)
Longitud del filtro	6N	2N	2N
Simetría	Casi simétrica	casi simétrica	Poco simétrica
Número de momentos de desvanecimiento.	2N − 1	N	N
Derivabilidad			≈ 0.2N para N grande

Symlets: Tienen soporte compacto. Es la wavelet con menos simetría y el mayor número de momentos de desvanecimiento para ancho de banda dado. Los filtros de escalado asociados son casi filtros de fase lineales.

Daubechies: Soporte compacto, wavelet con el mayor número de desvanecimiento para un determinado ancho de banda. Los filtros de escalado asociados son filtros de fase mínima.

Mead