期中复习题

一、选择题：

1.设A为n阶可逆矩阵，则下列结论恒成立的是________

（A）$(2A)^{-1}=2A^{-1}$；　　（B）$(2A^{-1})^T=(2A^T)^{-1}$；

（C）$((A^T)^T)^{-1}=((A^{-1})^{-1})^T$；　　（D）$((A^{-1})^{-1})^T=((A^T)^{-1})^{-1}$。

2. 已知A,B为四阶方阵，$|A|=-2$，$|B|=-2$，则 $\left|A^*(2B)^{-1}\right|=$_______

（A）$\dfrac{1}{4}$；　（B）$-\dfrac{1}{4}$；　（C）2；　（D）8。

3.设n阶可逆方阵A的伴随矩阵是A^*，实常数$k\neq 0$。则$(kA)^*$＝_______

（A）kA^*；　　（B）$k^{n-1}A^*$；

（C）k^nA^*；　　（D）$k^{-1}A^*$。

4.设A为n阶非奇异矩阵$(n>2)$，A^*为A的伴随矩阵，则_________

（A）$(A^*)^*=|A|^{n-1}A$；　　（B）$(A^*)^*=|A|^{n+1}A$；

（C）$(A^*)^*=|A|^{n-2}A$；　　（D）$(A^*)^*=|A|^{n+2}A$。

5.设三阶矩阵$A=\begin{pmatrix} a & b & b \\ b & a & b \\ b & b & a \end{pmatrix}$，已知伴随矩阵$A^*$的秩为1，则必有________

（A）$a\neq b$且$a+2b\neq 0$；　　（B）$a\neq b$且$a+2b=0$；

（C）a＝b或$a+2b\neq 0$；　　（D）$a=b$或$a+2b=0$。

6.设$A=(a_{ij})_{3\times 3}$满足$A^*=A^T$，若$a_{11}=a_{12}=a_{13}=a$，$a>0$，则$a=$____

（A）$1/\sqrt{3}$；　　（B）$\sqrt{3}$；

（C）$1/3$；　　（D）3。

7. 已知 $\beta_1, \beta_2, \alpha_1, \alpha_2$ 为 3 维列向量组，行列式 $|A| = |\alpha_1, \alpha_2, \beta_1| = -4$，

$|B| = |\alpha_2, \alpha_1, \beta_2| = 1$，则行列式 $|\alpha_1 + \alpha_2, -2\alpha_1 + \alpha_2, \beta_1 - 2\beta_2| =$ ________

(A) －6；　　(B) 6；

(C) －18；　　(D) 18。

8. 设 A, B 为 n 阶方阵，且 $r(A) = r(B)$，则 ____________

(A) $r(A-B) = 0$；　　(B) $r(A+B) = 2r(A)$；

(C) $r(A, B) = 2r(A)$；　　(D) $r(A, B) \le r(A) + r(B)$。

9. 向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_s\ (s \ge 2)$ 线性无关，且可由向量组 $\beta_1, \beta_2, \cdots, \beta_s$ 线性表示，则以下结论中不能成立的是______

(A) 向量组 $\beta_1, \beta_2, \cdots, \beta_s$ 线性无关；

(B) 对任一个 $\alpha_j\ (0 \le j \le s)$，向量组 $\alpha_j, \beta_2, \cdots, \beta_s$ 线性相关；

(C) 存在一个 $\alpha_j\ (0 \le j \le s)$，向量组 $\alpha_j, \beta_2, \cdots, \beta_s$ 线性无关；

(D) 向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_s$ 与向量组 $\beta_1, \beta_2, \cdots, \beta_s$ 等价。

10. 向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_t\ (t \ge 2)$ 可线性表示向量组 $\beta_1, \beta_2, \cdots, \beta_s$，则______

(A) 当 $t < s$ 时，向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_t$ 必线性相关；

(B) 当 $t < s$ 时，向量组 $\beta_1, \beta_2, \cdots, \beta_s$ 必线性相关；

(C) 当 $t > s$ 时，向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_t$ 必线性相关；

(D) 当 $t > s$ 时，向量组 $\beta_1, \beta_2, \cdots, \beta_s$ 必线性相关。

11. 设 A 为 $m \times n$ 矩阵，$b \ne 0$，且 $r(A) = n$，则线性方程组 $Ax = b$ ________.

(A) 有唯一解；　　(B) 有无穷多解；　　(C) 无解；　　(D) 可能无解。

12. 已知矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & k \\ 3 & 6 & 9 \end{pmatrix}$，$B = (b_{ij})_{3\times3} \ne 0$，且 $AB = 0$，则____________

(A) 当 $k = 6$ 时，必有秩 $r(B) = 1$；　　(B) 当 $k = 6$ 时，必有秩 $r(B) = 2$；

(C) 当 $k \ne 6$ 时，必有秩 $r(B) = 1$；　　(D) 当 $k \ne 6$ 时，必有秩 $r(B) = 2$。

13. 设$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_s$为$n$维列向量组，矩阵$A=(a_{ij})_{m\times n}$，下列选项中正确的是 ________

(A) 若$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_s$线性相关，则$A\alpha_1,A\alpha_2,\cdots,A\alpha_s$线性无关；

(B) 若$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_s$线性相关，则$A\alpha_1,A\alpha_2,\cdots,A\alpha_s$线性相关；

(C) 若$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_s$线性无关，则$A\alpha_1,A\alpha_2,\cdots,A\alpha_s$线性无关；

(D) 若$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_s$线性无关，则$A\alpha_1,A\alpha_2,\cdots,A\alpha_s$线性相关。

14. 设A,B为n阶矩阵（$n\geq 2$），且$AB=0$，$B\neq 0$，则必有__________

(A) $|A^*|=0$；　(B) $|B^*|=0$；　(C) $|B|=0$；　(D) $A=0$。

15. 已知$P=\begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&0\\1&0&0\end{pmatrix}$，$A=\begin{pmatrix}a_{11}&a_{12}&a_{13}\\a_{21}&a_{22}&a_{23}\\a_{31}&a_{32}&a_{33}\end{pmatrix}$，若$P^mAP^n=A$，则以下选项中正确(　　)

(A) $m=5$，$n=4$；　(B) $m=5$，$n=5$；

(C) $m=4$，$n=5$；　(D) $m=4$，$n=4$。

16. 设线性空间R^n中向量组$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$线性无关，则$R^n$的下列生成子空间中，维数为3的生成子空间是______________

(A) $L(\alpha_1+\alpha_2,\alpha_2+\alpha_3,\alpha_3-\alpha_1)$；　(B) $L(\alpha_1+\alpha_2,\alpha_2-\alpha_3,\alpha_3+\alpha_1)$；

(C) $L(\alpha_1-\alpha_2,\alpha_2+\alpha_3,\alpha_3+\alpha_1)$；　(D) $L(\alpha_1+\alpha_2,\alpha_2+\alpha_3,\alpha_3+\alpha_1)$。

17. 已知A为n阶可逆矩阵（$n\geq 2$），交换A的第1，2列得B，则__________

(A) 交换伴随矩阵A^*的第1，2行得B^*；

(B) 交换伴随矩阵A^*的第1，2行得（$-B^*$）；

(C) 交换伴随矩阵A^*的第1，2列得B^*；

(D) 交换伴随矩阵A^*的第1，2列得（$-B^*$）。

18. n 维向量$\alpha_1,\alpha_2,\cdots\alpha_s$ $(3\le s\le n)$线性无关的充要条件是　（　　）

（A）存在不全为零的数$k_1,k_2,\cdots k_s$，使$k_1\alpha_1+k_2\alpha_2+\cdots+k_s\alpha_s\ne 0$；

（B）$\alpha_1,\alpha_2,\cdots\alpha_s$ 中任意两个向量都线性无关；

（C）$\alpha_1,\alpha_2,\cdots\alpha_s$ 中任意一个向量都不能用其余向量线性表示；

（D）$\alpha_1,\alpha_2,\cdots\alpha_s$ 中存在一个向量，它不能用其余向量线性表示。

19. 设矩阵$A_{m\times n}$，$B_{n\times m}$，且$m<n$，则以下结论一定正确的是　（　　）

（A）方程组$ABx=0$有非零解；　　　　（B）方程组$BAx=0$有非零解；

（C）方程组$ABx=0$只有零解；　　　　（D）方程组$BAx=0$只有零解。

20. 以下命题一定成立的是（　　　）

（A）设向量组$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$是齐次线性方程组$Ax=0$的基础解系，向量组$\beta_1,\beta_2,\beta_3$可由$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$线性表示，则$\beta_1,\beta_2,\beta_3$也是$Ax=0$的基础解系；

（B）设向量组$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$是齐次线性方程组$Ax=0$的基础解系，$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$可由向量组$\beta_1,\beta_2,\beta_3$线性表示，则$\beta_1,\beta_2,\beta_3$也是$Ax=0$的基础解系；

（C）设A是$m\times n$矩阵，$m<n$时，非齐次线性方程组$Ax=b$一定有解；

（D）若齐次线性方程组$Ax=0$只有零解，则非齐次线性方程组$Ax=b$必有唯一解。

21. 设A为n阶方阵，且$A^2+2E=3A$，则　（　　　）

（A）$r(A-E)+r(A-2E)=0$；　　　　（B）$r(A-E)+r(A-2E)=n$

（C）$0<r(A-E)+r(A-2E)<n$；　　　　（D）以上都有可能。

22. 设矩阵$A_{m\times n}$，已知存在矩阵$B_{n\times m}\ne 0$，使$AB=0$，则必有　（　　　）

（A）$r(A)<n$；　　　　（B）$r(A)=n$；

（C）$r(A)<m$；　　　　（D）$r(A)=m$。

23. 设α，β是非齐次线性方程组$(\lambda E-A)x=b$的两个不同的解，则以下选项中一定是A对应特征值λ的特征向量为（　　）

(A) $\alpha+\beta$；　　(B) $\alpha-\beta$；　　(C) α；　　(D) β。

24. 设A为n阶方阵，λ_1，λ_2是矩阵A的两个特征值，α_1，α_2是矩阵A的对应到这两个特征值的特征向量，下列说法正确的是（　　）

（A） 若$\lambda_1=\lambda_2$，那么α_1和α_2对应分量成比例；

（B）若$\lambda_1\neq\lambda_2$，且若$\lambda_3=\lambda_1+\lambda_2$也是矩阵$A$的特征值，那么对应的特征向量是$\alpha_1+\alpha_2$；

（C） 若$\lambda_1\neq\lambda_2$，那么$\alpha_1+\alpha_2$不可能是矩阵A的特征向量；

（D） 若$\lambda_1=0$， 那么$\alpha_1=0$。

25. 设n维向量$\alpha=(1,1,\cdots,1)$，$n\geq 2$，矩阵$A=E-\alpha^T\alpha$，则A^{-1}为　（　　）

（A）$E-(n-1)\alpha^T\alpha$；　　（B）$E-\dfrac{1}{n-1}\alpha^T\alpha$；

（C）$E-n\alpha^T\alpha$；　　（D）$E-\dfrac{1}{n}\alpha^T\alpha$。

二、填空题：

1. 设行列式

$$D=\begin{vmatrix}1&1&3&1\\1&0&0&0\\2&1&0&3\\4&5&1&2\end{vmatrix}$$，A_{ij}是D中元素a_{ij}的代数余子式，则

$A_{41}+A_{42}=$________________。

2. 已知 $-a_{32}a_{1k}a_{41}a_{2l}$是 4 阶行列式$|a_{ij}|_4$的展开式中的某一项。则$k=$__________。

3. 设A是n阶方阵，且行列式$|A|=3$，则$|(-6^{-1}A)^{-1}+A^*|=$___________。

4. 设$A=\begin{pmatrix}1&1&1\\a_1&a_2&a_3\\a_1^2&a_2^2&a_3^2\end{pmatrix}$，$b=\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}$，其中$a_i$互不相同，$i=1,2,3$，则线性方程组$A^Tx=b$的解是________________。

5. 设行列式 $D=\begin{vmatrix}0&1&0\\2&0&0\\0&0&3\end{vmatrix}$，$A_{ij}$是$D$中元素$a_{ij}$的代数余子式，则

$\sum\limits_{i=1}^{3}\sum\limits_{j=1}^{3}A_{ij}=$______________。

6. 设A,B为n阶方阵，$C=\begin{pmatrix}0&A\\B&0\end{pmatrix}$，则其伴随矩阵$C^*=$___________。

7. 设n阶方阵 $A=\begin{pmatrix}1&2&\cdots&n-1&n+a_1\\1&2&\cdots&(n-1)+a_2&n\\\vdots&\vdots&&\vdots&\vdots\\1&2+a_{n-1}&\cdots&n-1&n\\1+a_n&2&\cdots&n-1&n\end{pmatrix}$，则$|A|=$___________。

8. 设$a \neq b$，设 $D_n = \begin{vmatrix} a+b & ab & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 1 & a+b & ab & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & a+b & ab & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & a+b & ab \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & a+b \end{vmatrix}$，则

（1）行列式D_k与D_{k-1}（$k=2,3,\cdots,n$）之间的递推关系式为____________；

（2）$|D_n|$=____________。

9. 设常数$k \neq 0$，向量$\alpha=(a_1,a_2,\cdots,a_n)\neq 0$，$\beta=(1,1,\cdots,1)$，矩阵$A=kE+\beta^T\alpha$，则$|A|$=____________。

10. 设矩阵$A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$, 则逆阵$A^{-1}=$____________。

11. 设矩阵$A=\begin{pmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & a_0 \\ a_1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & a_2 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & a_n & 0 \end{pmatrix}$, $a_i \neq 0, i=0,1,2,\cdots,n,$

则矩阵$A^{-1}=$__________。

12. 设$A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & 4 \end{pmatrix}$，$\alpha=\begin{pmatrix} a \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$，已知向量$A\alpha$与$\alpha$线性相关，则$a=$__________。

13. 设$A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & a \\ 1 & a & 1 \\ a & 1 & 1 \end{pmatrix}$, $\beta=\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$, 已知线性方程组$Ax=\beta$有解但不唯一，则$a=$_____。

14. 设A是4×5矩阵，且秩为 2。矩阵B是 5 阶方阵，且B的列向量都是齐次线性方程组$Ax=0$的解，则矩阵B的秩$r(B)$的最大值为______________。

15. 已知 4 阶矩阵 A 的秩 $r(A)=3$，则齐次线性方程组 $A^*x=0$ 的基础解系含____________个线性无关的解向量。

16. 已知A为n阶方阵，$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_n$是$A$的列向量组，行列式$|A|=0$，其伴随矩阵

$A^*\neq 0$，则齐次线性方程组$A^*x=0$的解空间为________________。

17. 设n阶向量$\alpha=(x,0,\cdots,0,x)^T$，$x<0$；矩阵 $A=E-\alpha\alpha^T$，且 $A^{-1}=E+\dfrac{1}{x}\alpha\alpha^T$，

则$x=$____________。

18. 列向量$\alpha=\begin{pmatrix}1\\1\\-1\end{pmatrix}$ 是矩阵$A=\begin{pmatrix}2&-1&2\\5&a&3\\-1&b&-2\end{pmatrix}$ 的对应特征值λ的一个特征向量.

则$\lambda=$________，$a=$_________，$b=$________。

19. 设A为 3 阶矩阵，且行列式$|A-2E|=0$，$|3A+E|=0$，$|A+2E|=0$，则行列式

$|A^2+A|=$ ________________。

20. 若三阶方阵A有特征值 1, 1, 2，则行列式$\left|A^{-1}+2A^*\right|=$________。

21. 设 3 阶方阵A 的特征值为 1，2，3，且A相似于B，则行列式$|B^2+E|=$_____。

22. 设$A=(a_{ij})_{3\times3}$满足$A^2-7A+12E=0$，且迹 $tr(A)=\sum_{i=1}^{3}a_{ii}=10$。

则$|A|=$____________。

23. 列向量$\alpha=\begin{pmatrix}1\\1\\-1\end{pmatrix}$ 是矩阵$A=\begin{pmatrix}2&-1&2\\5&a&3\\-1&b&-2\end{pmatrix}$ 的对应特征值λ的一个特征向量.

则$\lambda=$________，$a=$_________，$b=$________。

24. 设 4 阶矩阵A满足行列式$|2E+A|=0$，$AA^T=3E$，$|A|<0$，则其伴随矩阵

A^*必有一个特征值为 _________。

25. 设n阶可逆矩阵A的各行元素的和都等于k，且$8A^2+A^{-1}$的各行元素的和都等于零，则$k=$__________。

期中复习题答案

选择题

DABCB AADBB ACBAD DBCBB BABCB

填空题

(1) -9

(2) 4

(3) $(-1)^n 3^{n-1}$

(4) $(1,0,0)^T$

(5) -11

(6) $(-1)^{n^2}\begin{pmatrix} 0 & |A|B^* \\ |B|A^* & 0 \end{pmatrix}$

(7) $(-1)^{\frac{n(n-1)}{2}}(\prod_{i=1}^n a_i+\sum_{j=1}^n \frac{s_j}{j}), s_j=a_1\cdots a_{j-1}a_{j+1}\cdots a_n$

(8) 略

(9) $k+a_1+a_2+\cdots+a_n$

(10) $\begin{pmatrix} 0 & 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 & -1/2 \\ 1/2 & 0 & -1/2 & 0 \\ 1/2 & -1/2 & -1/2 & 1/2 \end{pmatrix}$

(11) 略

(12) -1

(13) -2

(14) 3

(15) 3

(16) $L(\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_n)$

(17) -1

(18) -1，-3，0

(19) $-\frac{8}{3}$

(20) $\frac{125}{2}$

(21) 100

(22) 36

(23) 略

(24) $\frac{9}{2}$

(25) $-\frac{1}{2}$