



关于月球对地球的潮汐力

引用这篇文章:H Razmi 2005 Eur. J.物理。 26 927

在线查看[文章](#)用于更新和增强。

你可能也会喜欢

- [潮汐力是引力波](#)

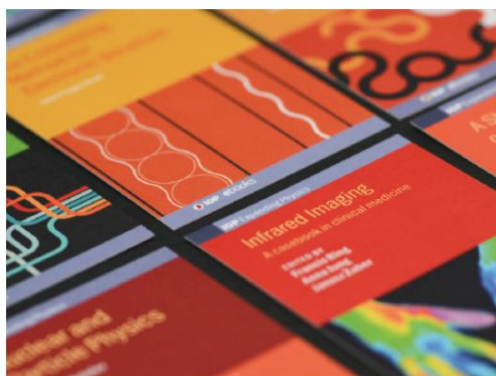
Rituparno Goswami 和 George FR Ellis

- [平衡理论中潮汐力如何引起海潮](#)

吴超景

- [开发和验证概念调查,以评估物理入门学生对磁性的理解](#)

Jing Li 和 Chandreleka Singh



IOP | ebooks™

Bringing together innovative digital publishing with leading authors from the global scientific community.

Start exploring the collection—download the first chapter of every title for free.

关于月球上的潮汐力 地球

H拉兹米

Habibollah Razmi, 37185-359, 库姆, 伊朗伊斯兰共和国和

伊朗伊斯兰共和国库姆大学物理系

电子邮箱: razmiha@hotmail.com 和 razmi@qom.ac.ir

2005年3月4日收到, 最终形式 2005年6月16日 2005

年7月29日出版 在线 stacks.iop.org/EJP/26/927

抽象的

在这里, 首先回顾了具有完全球对称性的潮汐力的静态公式 (另外介绍了一种基于微积分的方法, 以供更熟悉/对数学工具感兴趣的读者使用)。然后, 通过考虑地球的旋转动力学和 (真实的) 扁球体形状, 将结果推广到月球作用在地球上的潮汐力。

一、简介

显然, 人类对潮汐力的了解已有数千年, 而科学家们对潮汐力的解析形式已有数百年的了解 (在牛顿解析力学发现之后)。牛顿一般引力理论的应用之一, 在分析力学、天体力学和几乎所有不同物理领域的许多其他重要应用/结果/预测和结论中, 是潮汐力的分析公式。

潮汐力除了具有理论意义外, 在我们的生活和各种研究中也具有重要意义和应用。几乎所有的天文学入门教科书都包含一些与潮汐有关的部分。建议以前不熟悉潮汐力的读者在阅读本书之前至少阅读其中一本书 (也可以访问互联网站点[1-3])。在[4]中可以找到通过强调对潮汐力的常见误解的详细讨论。还推荐美国物理学杂志上题为“海洋潮汐的动态图” [5]的论文。在下文中, 在其他几个应用中, 介绍了潮汐力的一些影响。

- (1) 虽然我们在地球最靠近月球的一侧有高潮, 但在地球离月球最远的一侧也有高潮。距离的差异, 以及因此引力的差异, 导致水的精确运动。

所以, 每天有两次涨潮。

- (2) 在地球表面（特别是在海洋中），月潮大约是太阳潮的两倍，并且在农历月份，潮汐的强度变化大约为 3 比 1。地球上特别小的海潮当月球与日地线成直角时，发生在农历月初或第三季度的这种情况称为小潮。尤其是在月球和太阳与地球共线的满月或新月时发生的地球上的大洋潮称为大潮。

- (3) 潮汐摩擦/潮汐锁定。潮汐力最有趣/最重要的后果之一是所谓的引力（潮汐）锁定，这是地球-月球系统中月球自转和轨道运动同步的原因[6]。地球正在减速（白昼长度每世纪增加约 0.002 秒）；月球正在慢慢远离地球。最终，地球将被潮汐锁定在月球上。

- (4) 罗氏极限。如果卫星离行星太近，潮汐力可能超过卫星的自引力（可能分解成更小的部分）。与发生这种情况的物体的最小距离取决于卫星的密度（罗氏极限）[7]。

距离小于此限制的土星环可以被视为（一些）示例。

- (5) 潮汐力对大气过程的影响[8]。正如我们的月亮和太阳引起海洋潮汐一样，它们也会在固体地球和大气中引起潮汐。有一个半日潮（每天两次），它是由月球和太阳引力的结合产生的，因此地球在太空中的弯曲路径。当月亮和太阳不在赤道正上方时，还会产生一天一次（昼夜）分量。因为月球每个阴历月绕地球公转一次，所以潮汐也有半月和月度的组成部分。这些成分在整个海洋中或多或少可见，这取决于当地的影响，例如海岸线的形状、当地海洋的深度等。我们希望在大气中也能观察到所有这些相同的潮汐成分，但存在一些差异。大气是一种流体，受月球的影响，导致大气潮汐，一种在大气中传播的波。然而，发生在波前沿的大气压力增加是如此轻微，以至于很难从大气中始终存在的无数其他波中检测到。大气潮汐的一个有趣影响是在金星的自转周期中，金星的大气层比地球密度大得多[9]。

- (6) 陆块也有非常小但可检测的潮汐效应。高精度的重力仪和测距仪器能够探测到这些陆潮。

特别是，由于月球的引力，可以测量地球拓扑结构的新卫星显示出明显的“起伏”。据推测，这些微小的变化可能与地震和/或火山活动有关。

同时，对于我们太阳系中的其他一些天体，潮汐力对陆地的影响非常明显。例如，木星对其卫星木卫一（以及木卫一上的其他木星卫星）施加的潮汐力导致木卫一内部相当大的加热，导致火山活动，并导致该卫星的表面现在看起来像一个大奶酪比萨饼。

- (7) 潮汐力对封闭轨道[10]、海平面[11]上的弹性卫星的影响可被视为其他一些例子。

- (8) 潮汐力不仅限于海/洋的高度。水下地震、坍塌和火山爆发会产生称为海啸的潮汐波。尽管这些波浪在公海/海洋中的振幅很小，但当它们接近浅水时，它们



图 1.地月系统:两个赤道点的潮汐力(未校正相对规模)。

突然破裂并变成涨潮。2004 年 12 月 26 日的破坏性海啸在印度洋可以考虑作为一个例子。

引力与距离的平方成反比;潮汐力作为微分重力应该具有与倒数成比例的函数形式距离的立方。在下一节(第一节)中,这些力的简单推导介绍。对于更熟悉/对数学工具感兴趣的读者,微分 2.2 小节介绍了基于微积分的潮汐力推导。在第 3 节中,潮汐通过考虑旋转动力学和对应于地月系统的力计算出地球的扁球体形状。

2. 潮汐力的解析公式

2.1. 简单的特定配置

潮汐力的产生是因为在非点质量的表面点处的重力(例如地球)与其质心处的力不同。在找到潮汐的一般形式之前,并作为一个简单的特定示例,将两个赤道点的潮汐力视为在图1中。在这些点中的任何一个(两个)的重力差异力(即潮汐力)是最大值。在这两个点上,它都指向远离M的中心(力总是平行或反平行于m)的方向。

质量为m(例如月球)的引力作用在单位质量的元素上M(例如地球)是 $f(d) = -\frac{Gm}{d^2}$ (事实上,这是地球每单位质量的力元素)。因此,引力差(潮汐)力T为

$$T = f(d \mp R) - f(d) = -\frac{Gm}{(d \mp R)^2} + \frac{Gm}{d^2} \quad (1)$$

项的二项式展开

$$\frac{1}{(d \mp R)^2} = \frac{1}{d^2} \frac{1}{1 \mp \frac{R}{d}} = \frac{1}{d^2} \left(1 \mp 2 \frac{R}{d} + 3 \frac{R^2}{d^2} + O\left(\frac{R^3}{d^3}\right) \right) \quad (2)$$

其中由 $O\left(\frac{R^2}{d^2}\right)$ 在我们的意思是二阶和更高阶的项 $\frac{R}{d}$ 。

R/d 的范围内(对于地月系统,这是一个非常好的近似值), (即方程(2)的 O)的二阶和更高阶的项都可以忽略不计。因此,使用潮汐力T直到其一阶项(T 一阶)就足够了。因此,通过(1)和(2),我们发现

$$T_{\text{一阶}} = \mp \frac{2GMR}{d^3} \quad (3)$$

在下一小节中(对于更简单和几何的方法,请参阅[7]),广义将找到对应于图2中配置的上述关系的形式。

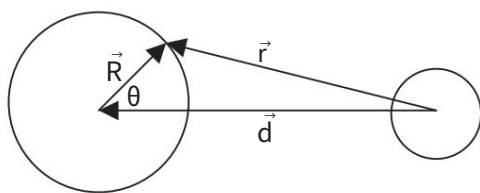


图 2.地月系统（未校正相对比例）。

2.2. 用于一般配置的基于微积分的潮汐力推导

潮汐力是由物体上产生的不同重力产生的,因为不同在距离的任何一边,一颗来自行星或太阳的彗星。考虑的对象体验到“差异力”。因此,我们问题的相应数学模型是:这种“差异力”的功能形式是什么?

因为潮汐力并不唯一地对应于重力并且为简单起见,我们使用具有必要数学条件的任意函数形式的力。例如这些函数相对于它们的论点的可微性(我们知道著名的万有引力平方反比定律,除了原点被排除在外从理论上讲,有一个可微的函数形式),我们可以简单地考虑引力(例如地月系统)。

在微积分的语言中,问题被翻译为:如果我们知道函数 $f(x)$ 在两个已知点 d 和 r 处,之间的“差函数”是什么这两点? (在著名的地月系统问题中, d 是一个固定向量地月系统中心到中心之间(从月球指向地球)和 r 是从月球中心到月球表面任意点的可变量地球。显然, $d = r - R$ 其中 R 是地球的径向矢量(见图2)。认为两点 d 和 r 之间的差向量由向量 R 指定;然后

$$f(r) - f(d) = f(d + R) - f(d). \quad (4)$$

通过三维函数的微分(见附录),我们有

$$f(d + R) = e(R \cdot \nabla_d) f(d) \quad (5)$$

其中运算符 ∇_d 对 d 微分。

在 (5) 中插入 (4) 导致

$$f(r) - f(d) = e(R \cdot \nabla_d) f(d) - f(d), \quad (6)$$

或者

$$f(r) - f(d) = (e(R \cdot \nabla_d) - 1) f(d). \quad (7)$$

根据上面向量 d 和 R 的定义,根据图2,角度它们之间是 $\pi - \theta$ 。因此

$$R \cdot \nabla_d = (\cos(\pi - \theta)) R \frac{\partial}{\partial d} = -(\cos \theta) R \frac{\partial}{\partial d}. \quad (8)$$

月球对地球单位质量元素的引力是

$f(d) = -\frac{GMm}{d^2}$ (M 是月球的质量)。因此,通过 (7) 和 (8),我们发现 d^2 微分力 $T\theta$ (月球对地球单位质量元素的潮汐力在纬度角 θ) 为

$$T\theta = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!} (-\cos \theta) R \frac{\partial^n}{\partial d^n} \left(-\frac{GMm}{d^2} \right). \quad (9)$$

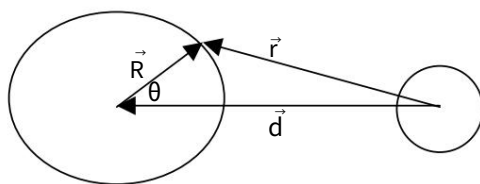


图 3.地球（扁球体）-月球系统（未校正相对比例）。

在 $R \ll d$ 的范围内（如上小节所述），只需考虑上述总和的 $n = 1$ 项并留出高阶可忽略项。所以

$$T(\theta)|_{\text{一阶}} = -(\cos \theta) R \frac{\partial}{\partial d} \left(-\frac{GMm}{d^2} \right) = \frac{-2GMmR \cos \theta}{d^3}. \quad (10)$$

这是(3)的广义（完全球对称的静态）形式，通常是通过几何方法计算。

显然，上述关系描述了一种静态情况。为了包括地球真实的三维构型和旋转动力学，我们应该输入角度

经度 ϕ ($\phi = \omega t$, 其中 ω 是地球自转的角速度)。为此，它足以将点积 $(R \cdot \nabla)$ 在三个维度上写为

$$R \cdot \nabla d = (\cos \phi)(\cos(\pi - \theta)) R \frac{\partial}{\partial d} = -(\cos \phi)(\cos \theta) R \frac{\partial}{\partial d} \quad (11)$$

我们假设地球表面点的经度角在线

在 $t = 0$ 时，连接地心到地月中心是 $\phi = 0$ 。

因此，(10)的更完整形式是

$$T(\theta, \phi)|_{\text{一阶}} = d^3 \frac{-2GMmR(\cos \theta)(\cos \phi)}{d^3} = \frac{-2GMmR(\cos \theta)(\cos \omega t)}{d^3}. \quad (12)$$

项 $(\cos \omega t)$ 向我们表明潮汐力（在任何固定点）变为最大值/每天至少两次。

3. 月球对扁圆形旋转地球的潮汐力

我们知道，不仅地球，而且所有其他行星及其卫星都没有完整的球形有几个原因。地球的主要原因是因为它是不是一个完美的刚体（它的内部含有高密度的液态金属），它的旋转使其赤道部分延长了数亿年。因为事实上，扁率系数 ϵ 定义为

$$\epsilon = \frac{R_e - R_p}{R_e} \quad (13)$$

其中 R_e 和 R_p 分别是地球在赤道和极点处的半径。满的当 $\epsilon = 0$ 时发生球对称。

现在，我们想用扁圆考虑月球作用在地球上的潮汐力形状（见图3）。尽管可以使用扁球坐标来研究这个问题[12]和/或观察一些更专业（数学上更高级）相关的作品

(例如[13]), 我们可以通过对 (12) 的简单修改来解决这个问题, 强调地球的径向矢量现在不仅在方向上改变 (如在完全球对称的情况下) 而且基于关系的大小

$$R = R_e \cos^2 \theta + R_p \sin^2 \theta. \quad (14)$$

因此, 我们发现潮汐力的一阶项有以下表达式

月球作用于具有扁圆形形状的地球的单位质量元素

$$T(\theta, \phi) \text{ 扁圆}^{(1)} = \frac{-2GMm R_e \cos^2 \theta + R_p \sin^2 \theta (\cos \theta)(\cos \phi)}{d^3}, \quad (15)$$

或者

$$T(\theta, \phi) \text{ 扁圆}^{(1)} = \frac{-2GMm R_e \cos^2 \theta + R_p \sin^2 \theta (\cos \theta)(\cos \omega t)}{d^3}. \quad (16)$$

根据上面介绍的扁率系数 ϵ , 我们有

$$T(\theta, \phi) \text{ 扁圆}^{(1)} = \frac{-2GMm \text{Re}(\sqrt{1 - 2\epsilon \sin^2 \theta + \epsilon^2 \sin^2 \theta})(\cos \theta)(\cos \omega t)}{d^3}. \quad (17)$$

显然, 我们可以通过让 (16) 中的 $R_e \rightarrow R_p$ 或 (17) 中的 $\epsilon \rightarrow 0$ (完全球对称) 来恢复 (12)。

4. 结论

结果 (16) 可以被认为关系 (10) 的两步完成形式。第一步是观察地球的旋转动力学, 第二步是考虑它的扁率。

对于赤道 ($\theta = 0, \pi$) 和两极 ($\theta = \pi/2, 3\pi/2$) 的特定点, 结果 (12) 和 (16) 具有相同的最大和最小幅度 $-2GMmR(\cos \omega t)$ 和 0。但当然, 在其他点上, 完全球对称的情况 (12) 和扁圆对称的情况 (17) 之间存在乘积差异 $\sqrt{1 - 2\epsilon \sin^2 \theta + \epsilon^2 \sin^2 \theta}$ 。

例如, 对于纬度角 $\theta \approx 29^\circ$ 的点 (伊朗波斯湾 $1 - (2\epsilon - \epsilon^2)(0.235)$ 的布什尔海滩附近的某处), 存在一个点纬度角 $\theta \approx 45^\circ$ (在纽约某处), 有一个乘法因子的差异 $1 - (2\epsilon - \epsilon^2)(0.500)$ 。乘法因子的差异, 对于一个

事实上, 地球的扁率系数很小 $\epsilon \approx \frac{1}{1298}$ [14], 结果 (17) 仅适用于非常精确的地月系统研究。上述两个示例的乘法差异因子分别仅为约 0.998 和 0.997 (即数量差异约为 1/1000)。当然, 这里使用的公式可以很容易地应用于其他更大扁率的系统 (例如, 我们太阳系的木星行星具有椭圆形, 扁率系数大于地球)。例如, 对于扁率系数 $\epsilon = 0.062$ [7] 和纬度角 $\theta = 45^\circ$ 的木星 (考虑到这颗行星的一颗卫星的潮汐效应), 两者之间差异的乘法因子完全球对称和扁圆形的情况下约为 0.97 (即数量差异为 1/100 量级)。

我们通过提到一个数学点来完成这项工作。我们知道算子 ∇ 可以被认为是一个无坐标的对象 (这个算子在广义曲线坐标系中的一般展开/显式形式可以在 [15] 中找到); 因此, 关系 (7)

在解决具有不同对称性和坐标系的问题时很有用。与通常的几何方法相比,这可以被认为是第 2.2 小节的微分方法的一个优势。

附录

考虑具有泰勒展开的必要条件 (例如可微性)的三维函数 $f(x)$ 。我们想为 $f(x+a)$ 的展开引入一个紧凑的公式,其中 a 是任意展开向量。为简单起见,我们在笛卡尔坐标中工作,但最终结果是一个无坐标的公式,并且可以直接推广到其他坐标系。

由三维函数的微分运算可知

$$f(x+a) = f(x+ax, y+ay, z+az) = f(x, y, z) + ax \frac{\partial}{\partial x} f + ay \frac{\partial}{\partial y} f + az \frac{\partial}{\partial z} f + \frac{1}{2!} \left(ax \frac{\partial}{\partial x} + ay \frac{\partial}{\partial y} + az \frac{\partial}{\partial z} \right)^2 f + \text{高阶项。} \quad (\text{A.1})$$

象征性地和以操作符的形式,我们可以写

$$\left(ax \frac{\partial}{\partial x} + ay \frac{\partial}{\partial y} + az \frac{\partial}{\partial z} \right) f = a \cdot \nabla f \quad (\text{A.2})$$

其中 ∇ 是具有笛卡尔分量的梯度算子因此,通过 (A.1),我们发现

$$f(x+a) = f(x, y, z) + [(a \cdot \nabla)] f + \frac{1}{2!} (a \cdot \nabla)^2 f + \text{高阶项} \\ = e^{a \cdot \nabla} f = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(a \cdot \nabla)^n}{n!} f \quad (\text{A.3})$$

其中 $e^{a \cdot \nabla}$ 是单位操作符。

再次象征性地并以操作符的形式,使用 Maclurian 展开式指数函数,我们有

$$e^{a \cdot \nabla} f = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(a \cdot \nabla)^n}{n!} f = e^{a \cdot \nabla} f_0 \quad (\text{A.4})$$

因此,通过 (A.3)和 (A.4),我们发现

$$f(x+a) = e^{a \cdot \nabla} f \quad (\text{A.5})$$

参考

- [1] <http://www.es.flinders.edu.au/~mattom/IntroOc/lecture11.html> [2] <http://www.bakeru.edu/faculty/rsivron/pc140/tides> [3] <http://www.gettysburg.edu/academics/physics/clea/A101o117.html> [4] <http://www.lhup.edu/~dsimanek/scenario/tides.htm> [5] Butikov EI 2002 Am. J. 物理。 70 1001-11 [6] <http://csep10.phys.utk.edu/astr161/lect/moon/tidal.html> [7] Zeilik M 和 Gregory SA 1998天文学和天体物理学导论 (第一部分) (宾夕法尼亚州费城:桑德斯)
- [8] 维斯瓦纳坦 TR 1996 年星期一。 Weather Rev. 94 307 [9] <http://www.imcce.fr/Equipes/ASD/Venus/venus1.en.htm> [10] Koenders MA 1998 Eur. J. 物理。 19 265

-
- [11] Pugh D 2004 改变海平面 :潮汐、天气和气候的影响 (剑桥:剑桥大学
按)
- [12] <http://mathworld.wolfram.com/OblateSpheroidalCoordinates.html>
- [13] <http://www.apl.ucl.ac.uk/lectures/3c37/3c37-6.html>
- [14] Unsold A and Baschek B 2002 The New Cosmos 第 5 版 (柏林:施普林格)第 52 页
- [15] Arfken G 和 Weber H 2001 物理学家数学方法第 5 版 (纽约:学术)第 2 章