

上海交通大学试卷

(2017 至 2018 学年 第 2 学期 2018 年 05 月 16 日)

班级号 _____ 学号 _____ 姓名 _____

课程名称 《数学分析荣誉(2)》 (致远学院期中考试) 成绩 _____

题号	一	二	三	四	五	六	总分
满分	16	15	9	16	36	8	100
得分							

一、填空题 (每小题 4 分, 共 16 分)

1. 二次积分 $\int_0^1 dy \int_y^1 e^x dx =$ _____.
2. 设 $f(u, v)$ 可微, $z = z(x, y)$ 由方程 $(x+1)z - y^2 = x^2 f(x-z, y)$ 确定, 则 $dz|_{(0,1)} =$ _____.
3. 设平面域 $D: x^2 + y^2 \leq 1$, 则二重积分 $\iint_D (x-2y)^2 dx dy =$ _____.
4. 设空间曲线 $L: \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 1 \\ x + y + z = 0 \end{cases}$, 则曲线积分 $\int_L xy ds =$ _____.

二、单项选择题 (每小题 3 分, 共 15 分)

5. 设函数 f 定义在 $D = [0, 1] \times [0, 1]$ 上, $f(x, y) = \begin{cases} 1, & x \in \mathbb{Q}^c \\ 2y, & x \in \mathbb{Q} \end{cases}$, 则 f 在 D 上()
(A)可积, 两个二次积分存在且相等. (B)可积, 仅一个二次积分存在.
(C)不可积, 两个二次积分存在但不相等. (D)不可积, 仅一个二次积分存在.
6. 设 $f(x, y) = x^4 + x^2 y - 2y^2$, 则下列结论错误的是 ()
(A) $(0, 0)$ 是 $f(x, y)$ 的极小值点. (B) $x = 0$ 是 $f(x, 0)$ 的极小值点.
(C) $y = 0$ 是 $f(0, y)$ 的极大值点. (D) $x = 0$ 是 $f(x, kx) (k \neq 0)$ 的极大值点.
7. 函数 $f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy^2}{x^2 + y^2}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$ 在 $(0, 0)$ 沿 $l = (1, 2)$ 的方向导数为 ()
(A) 0. (B) $\frac{2}{5\sqrt{5}}$. (C) $\frac{4}{5\sqrt{5}}$. (D) 不存在.

8. 设有方程 $x^2 + y + \sin xy = 0$, 则在 $(0,0)$ 的某邻域内 ()

(I) 上述方程能确定唯一的隐函数 $y = y(x)$ 满足 $y(0) = 0$.

(II) 上述方程能确定唯一的隐函数 $x = x(y)$ 满足 $x(0) = 0$.

(A) I 不正确, II 正确.

(B) I 正确, II 不正确.

(C) I 和 II 都正确.

(D) I 和 II 都不正确.

9. 设曲线积分 $I = \oint_C \frac{xdx + ydy}{x^2 + y^2}$, 其中 C 是平面上任意一条不经过原点的正向光滑

闭曲线, 则 ()

(A) $I = 0$.

(B) $I = 2\pi$.

(C) 若 C 环绕原点, 则 $I = 2\pi$, 若 C 没有环绕原点, 则 $I = 0$.

(D) 以上结论均不正确.

三、(本题共 9 分)

10. 设函数 $f(x, y) = \begin{cases} x - y + \frac{x^2 y}{x^2 + y^2}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$

(1) 证明: $f(x, y)$ 在 $(0,0)$ 处连续, 可偏导;

(2) 判断 $f(x, y)$ 在 $(0,0)$ 处的可微性, 并说明理由.

四、(每小题 8 分, 共 16 分)

11. 设 $f(u, v)$ 具有二阶连续偏导数, $z = f(x^2 y, x + 2y)$, 求 z_x, z_{xy} .

12. 将长为 2m 的铁丝分成三段, 分别围成圆、正方形与正三角形. 问三个图形的面积之和是否存在最小值? 若存在, 求出最小值.

五、计算下列积分 (每小题 9 分, 共 36 分)

13. 设平面闭域 D 由闭曲线 $(x + y + 1)^2 + (x - y - 2)^2 = 1$ 围成, 计算二重积分

$$I = \iint_D [(x + y + 1)^2 + (x - y - 2)^2] dx dy.$$

14. 计算曲线积分

$$I = \int_L \frac{xdy - ydx}{2x^2 + y^2},$$

其中 L 是起点为 $(1,0)$ 经抛物线 $y = 1 - x^2$ 至终点 $(-1,0)$ 的曲线弧.

15. 设 Σ 是一光滑封闭曲面, 方向朝外. 给定曲面积分

$$I = \iint_{\Sigma} (x^3 - x)dydz + (2y^3 - y)dzdx + (3z^3 - z)dxdy$$

试确定曲面 Σ , 使得积分 I 的值最小, 并求该最小值.

16. 设 S 是曲线 $\begin{cases} x^2 + 3y^2 = 1 \\ z = 0 \end{cases}$ 绕 y 轴旋转所成椭球面的上半部分 ($z \geq 0$), Π 为 S 在

$P(x, y, z)$ 点处的切平面, $\rho(x, y, z)$ 是原点到切平面 Π 的距离, 计算曲面积分

$$I = \iint_S z\rho(x, y, z)dS.$$

六、(本题共 8 分)

17. 设二元可微函数 F 在直角坐标系下可写成 $F(x, y) = f(x)g(y)$, 在极坐标系下可写成 $F(r \cos \theta, r \sin \theta) = h(r)$, 并且 $F(x, y)$ 无零点, 求 $F(x, y)$ 的表达式.