INSTITUTO FEDERAL
RIO GRANDE DO SUL

Estrutura de Dados II

Estrutura de dados Hierárquicas: **Grafos**

```
#include <iostream>

using namespace std;

int main()
{
    cout << "Hello world!" << endl;
    return 0;
}
```

INSTITUTO FEDERAL
RIO GRANDE DO SUL

Grafos: Motivação

- O problema originário do estudo de grafos é baseado na cidade de Kaliningrado que continha sete pontes.
- Discutia-se nas ruas da cidade a possibilidade de atravessar todas as pontes sem repetir nenhuma.
- Era uma lenda popular a possibilidade da façanha quando Euler, em 1736, **provou que não existia caminho que possibilitasse tais restrições.**

INSTITUTO FEDERAL
RIO GRANDE DO SUL

Grafos: Motivação

• Outro problema conhecido é problema das quatro cores, identificado em meados de *1840 (o de cinco cores foi provado em 1800):*

> *É possível que qualquer mapa desenhado num plano, dividido em regiões, possa ser colorido com apenas quatro cores de tal forma que as regiões vizinhas não partilhem a mesma cor?*

• O teorema das quatro cores foi provado apenas em 1976, após ser desmentido várias vezes.

INSTITUTO FEDERAL
RIO GRANDE DO SUL

Grafos: Motivação

Há diversas maneiras de armazenarmos grafos em computadores:

- **Estruturas do tipo lista**
- **Estruturas do tipo matriz**

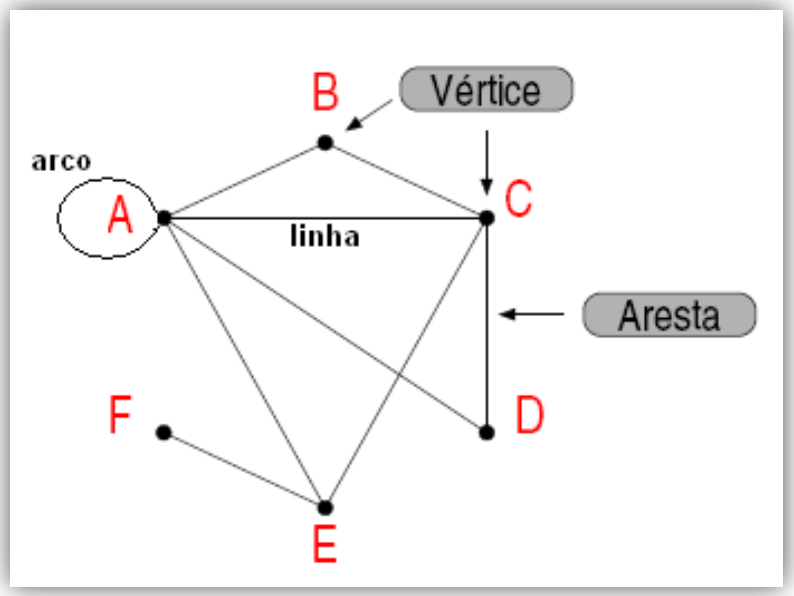
Grafos: Definições

Um grafo **G** é definido como G (V, A) onde V é um conjunto finito e não vazio de **vértices** e A é um conjunto finito de **arestas**, ou seja, linhas, curvas ou setas que **interligam dois vértices**.

– Um **vértice** é representado por um ponto ou círculo representando um nó, nodo ou informação.

– Uma **aresta** pode ser uma reta, seta ou arco representando uma relação entre dois nodos.

– Quando uma **aresta** possui indicação de sentido (uma seta), ela é chamada de **arco**, caso contrário é chamada de **Linha.**

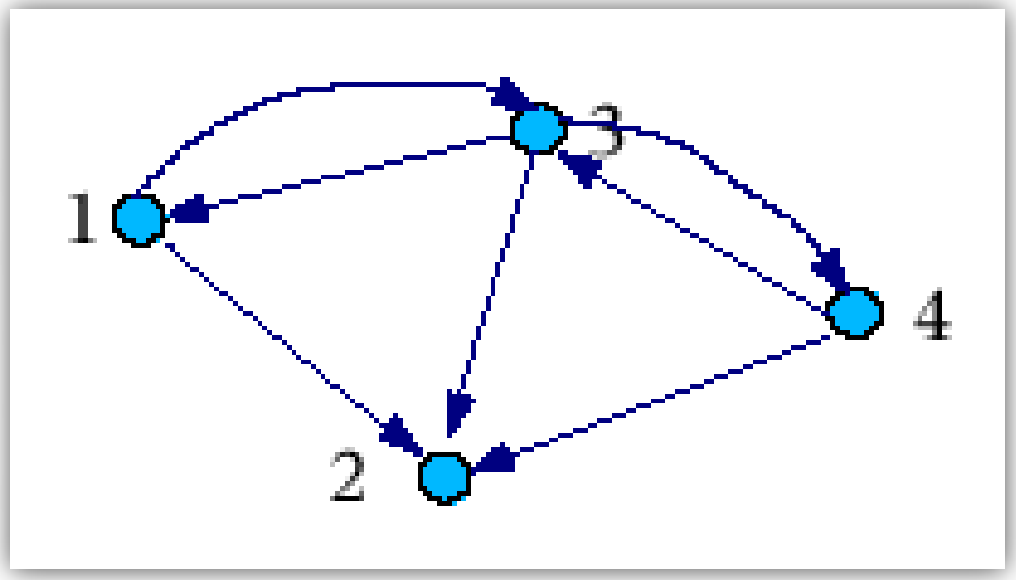


Grafos: Definições

– **Orientação** é a direção para a qual uma seta aponta, um grafo deste tipo é chamado **grafo dirigido** ou **orientado**.

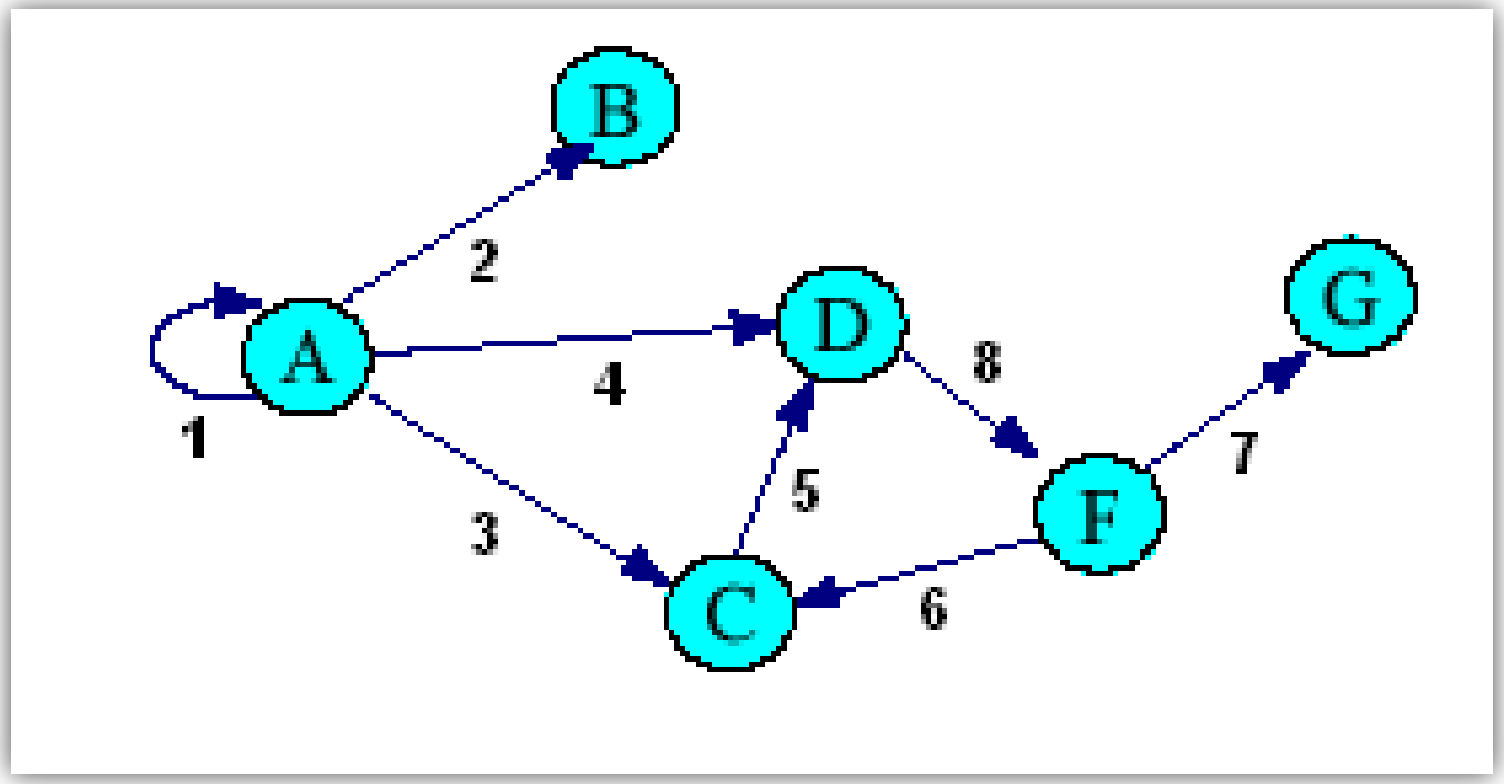
– **Cardinalidade** (ordem) de um conjunto de vértices é igual a quantidade de seus elementos.

– A **ordem** (V) de um grafo G é o número de vértices do grafo enquanto que a **dimensão** (A) é o número de arestas do grafo.



Grafo de 4 vértices e 7 arestas: a ordem do grafo é 4 enquanto que a dimensão é 7.

Grafos: Definições



O conjunto de Arcos

{<A,A>, <A,B>, <A,C>, <A,D>, <C,D>, <F,C>, <F,G>, <D,F>}

1 2 3 4 5 6 7 8

INSTITUTO FEDERAL
RIO GRANDE DO SUL

Grafos: Definições

– **Passeio** é uma seqüência de vértices e arestas onde o caminho é um passeio sem vértices repetidos.

– **Trajeto** é um passeio sem arestas repetidas.

– Um **caminho** é um *passeio* sem vértices repetidos.

– A **dimensão** de um caminho ou trajeto é chamado de **comprimento**.

– **Ciclo** é um caminho de comprimento não nulo fechado, ou seja, tem os vértices extremos iguais

– **Circuito** é um trajeto de comprimento não nulo fechado (é um ciclo sem vértices, com exceção feita a v0 e vk).

Grafos: Definições

– Toda árvore é um grafo, mas nem todo grafo é uma árvore.

– Um grafo onde existe um número associado a cada arco (**peso**) é chamado de **rede** ou **grafo ponderado**.

– Um exemplo deste tipo é um grafo representando cidades e distâncias entre as cidades

MATRIZ DE ADJACÊNCIAS

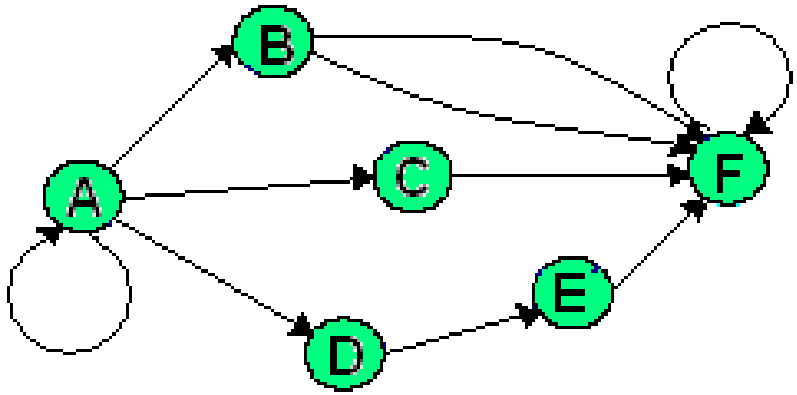
INSTITUTO FEDERAL
RIO GRANDE DO SUL

Matriz de Adjacências

– Um grafo pode ser representado por uma matriz **A** = (a_{ij}), onde a_{ij} representa o número de arestas de v_i **para** v_j.

Matriz de Adjacências

Matriz de Adjacências para um grafo dirigido:

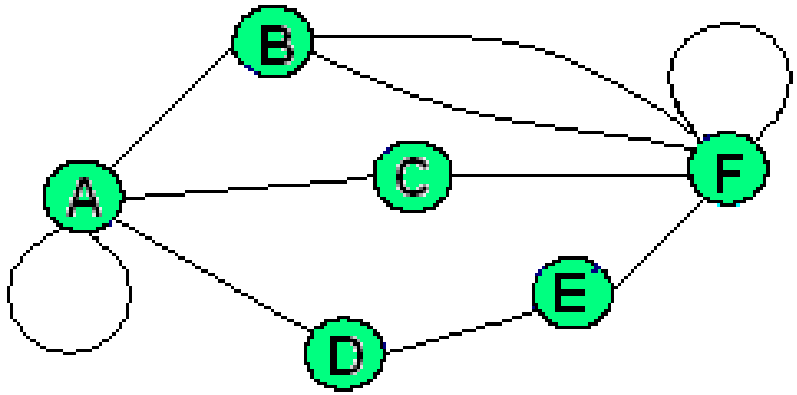


A

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	1	1	0	0
B	0	0	0	0	0	2
C	0	0	0	0	0	1
D	0	0	0	0	1	0
E	0	0	0	0	0	1
F	0	0	0	0	0	1

Matriz de Adjacências

Matriz de Adjacências para um grafo não dirigido:



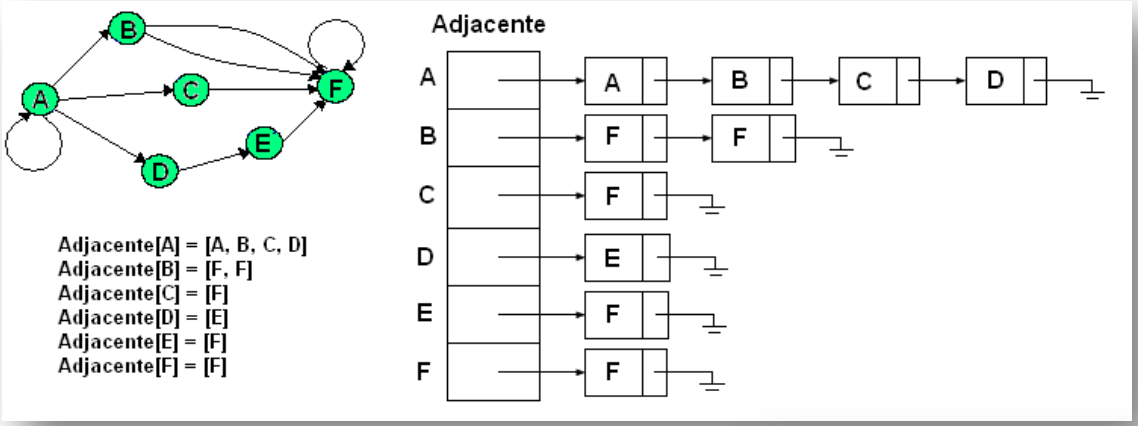
A

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	1	1	0	0
B	1	0	0	0	0	2
C	1	0	0	0	0	1
D	1	0	0	0	1	0
E	0	0	0	1	0	1
F	0	2	1	0	1	1

LISTA DE ADJACÊNCIAS

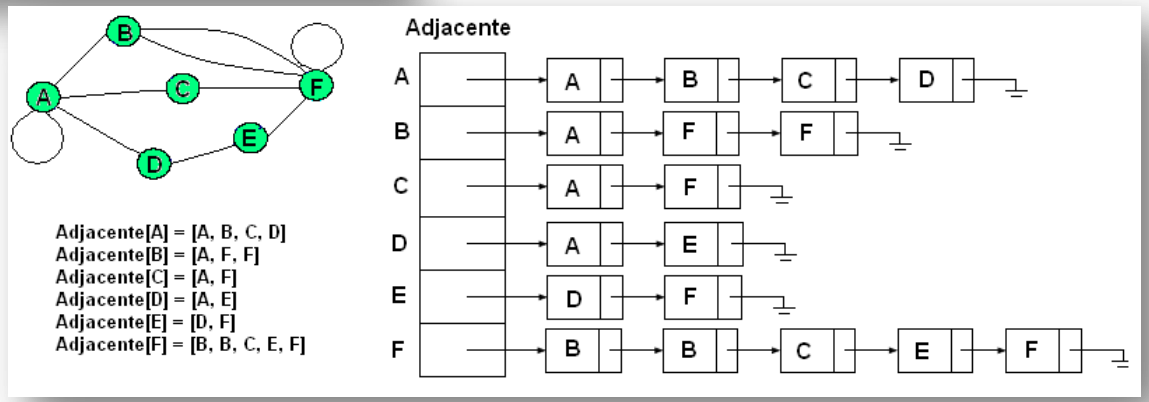
Lista de Adjacências

Um grafo pode ser representado por uma lista **Adjacente**[v_i] = [v_a, v_b] onde v_a, v_b, ... representam os vértices que se relacionam com o vértice v_i



Dirigido

Não Dirigido



PERCURSOS

INSTITUTO FEDERAL
RIO GRANDE DO SUL

Percurso em Amplitude x Profundidade

Existem dois critérios para percorrer grafos:

* **Percurso em Amplitude (BFS)**
* **Percurso em Profundidade (DFS)**.

Em ambos os percursos parte-se de um nodo qualquer escolhido arbitrariamente e visita-se este nodo. A seguir, considera-se cada um dos nodos adjacentes ao nodo escolhido.

INSTITUTO FEDERAL
RIO GRANDE DO SUL

Amplitude x Profundidade

Percurso em amplitude ou caminhamento em amplitude (BFS Breadth-first search)

a) Seleciona-se um vértice para iniciar o caminhamento.

b) Visitam-se os vértices adjacentes, marcando-os como visitados.

c) Coloca-se cada vértice adjacente numa fila.

d) Após visitar os vértices adjacentes, o primeiro da fila torna-se o novo vértice inicial. Reinicia-se o processo.

e) O caminhamento termina quanto todos os vértices tiverem sido visitados ou o vértice procurado for encontrado.

INSTITUTO FEDERAL
RIO GRANDE DO SUL

Amplitude x **Profundidade**

Percurso em profundidade ou caminhamento em profundidade (DFS - Depth-first search)

a) Seleciona-se um vértice para iniciar o caminhamento.

b) Visita-se um primeiro vértice adjacente, marcando-o como visitado.

c) Coloca-se o vértice adjacente visitado numa pilha.

d) O vértice visitado torna-se o novo vértice inicial.

e) Repete-se o processo até que o vértice procurado seja encontrado ou não haja mais vértices adjacentes. Se verdadeiro, desempilha-se o topo e procura-se o próximo adjacente, repetindo o algoritmo.

f) O processo termina quando o vértice procurado for encontrado ou quando a pilha estiver vazia e todos os vértices tiverem sido visitados.

IMPLEMENTAÇÃO

INSTITUTO FEDERAL
RIO GRANDE DO SUL

Implemetação

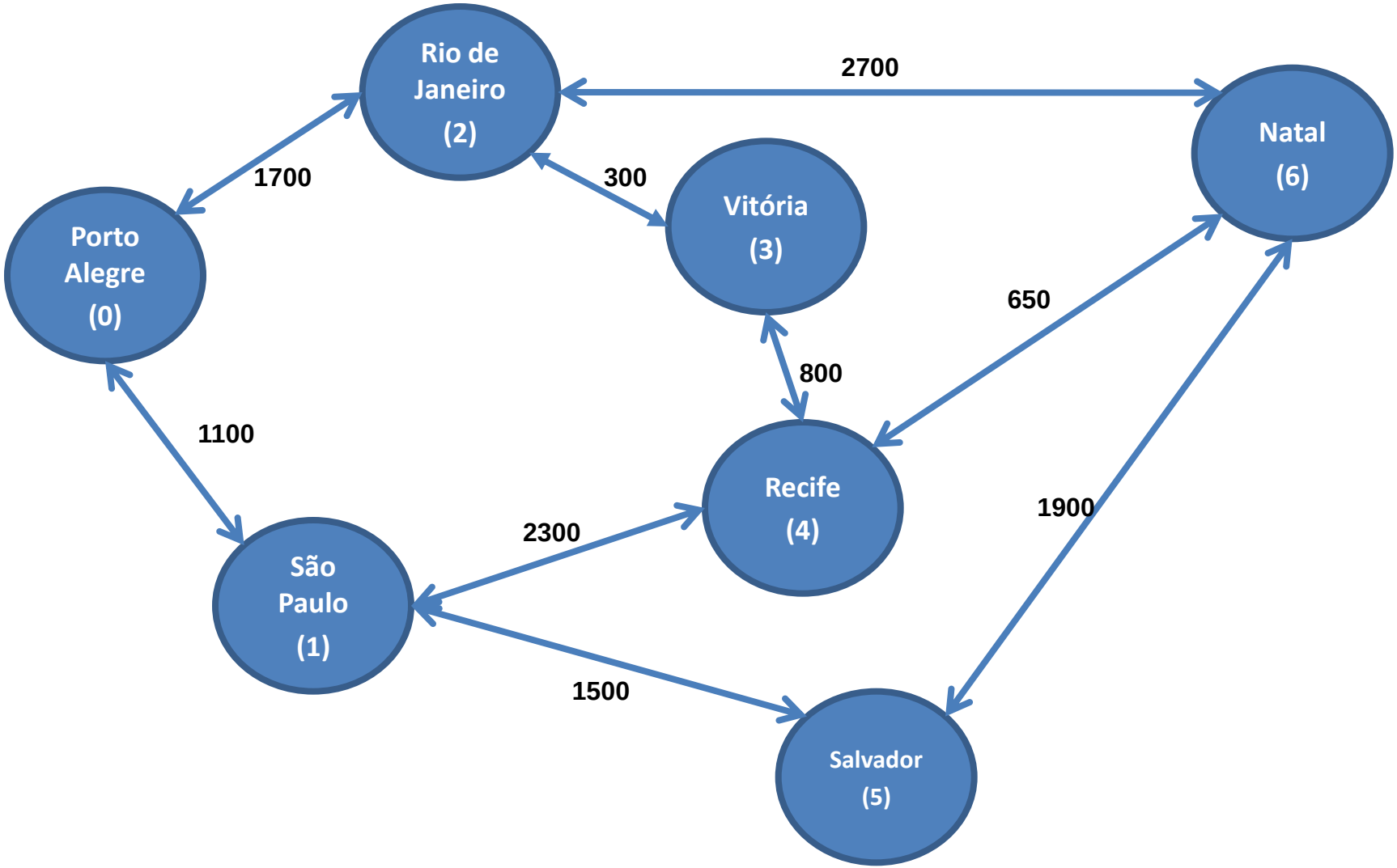
Escreva um programa em C que cria um **grafo** representando a ligação entre sete cidades com suas respectivas distâncias

- Porto Alegre
- *São Paulo*
- *Rio de Janeiro*
- *Vitória*
- *Porto Alegre*
- *Salvador*
- *Natal*.

O programa deve permitir a entrada da cidade origem (0..6) e da cidade destino (0..6) e exibir o caminho mínimo entre estas duas cidades.

INSTITUTO FEDERAL
RIO GRANDE DO SUL

Implementação



INSTITUTO FEDERAL
RIO GRANDE DO SUL

Implementação

	01	02	03	04	05	06	07
01	0						
02		0					
03			0				
04				0			
05					0		
06						0	
07							0