Sylvain, Raphaël
(111 124 564)

Conception et analyse d'algorithmes
IFT-3001

Travail 2

Travail présenté à
Yanick Ouellet

Département d'informatique et de génie logiciel
Univesité Laval
Hiver 2019

Sylvain, Raphaël
111 124 564

Question 1

Algorithme 1

Le temps d'exécution de l'algorithme dépend de la taille de l'instance n (nombre d'élément dans le vecteur d'entrée A) et de la valeur de k généré aléatoirement.

L'opération de base est l'affectation affectation à c dans la boucle `pour`.

Il n'y a pas de pire ou de meilleur cas, car l'algorithme ne dépend pas du contenu du vecteur (à l'exception de $n = 1$, où la valeur $A[0] = 0$ où la conditionnelle s'exécutera toujours et où $A[0] = 1$ ou elle ne s'éxécutera jamais).

Désignons la valeur de $A[0]$ par a

La complexité de l'algorithme dans tous les cas est donc la suivante :

$$
\begin{aligned}
& C(n) \\
= \quad & \langle \text{ Définition de l'algorithme } \rangle \\
& E_a \left[E_k \left[C(n, k, a) \right] \right] \\
= \quad & \langle \text{ Étendre les espérences } \rangle \\
& \sum_a \rho(a) \sum_k \rho(k) \, C(n, k, a) \\
= \quad & \langle \text{ Valeur de } a \text{ possible est de } [0..1] \ \rangle \\
& \sum_{a=0}^{1} \rho(a) \sum_k \rho(k) \, C(n, k, a) \\
= \quad & \langle \text{ Valeur de } k \text{ possible est de } [0..n-1] \ \rangle \\
& \sum_{a=0}^{1} \rho(a) \sum_{k=0}^{n-1} \rho(k) \, C(n, k, a) \\
= \quad & \langle \text{ Toutes les possibilités d'avoir une valeur } a \\
& \quad \text{sont équiprobables. Donc } \rho(a) = \tfrac{1}{2} \ \rangle \\
& \sum_{a=0}^{1} \tfrac{1}{2} \sum_{k=0}^{n-1} \rho(k) \, C(n, k, a) \\
= \quad & \langle \text{ Toutes les possibilités d'avoir une valeur } k \\
& \quad \text{sont équiprobables. Donc } \rho(a) = \tfrac{1}{n} \ \rangle
\end{aligned}
$$

$$\sum_{a=0}^{1} \tfrac{1}{2} \sum_{k=0}^{n-1} \tfrac{1}{n} C\left(n,k,a\right)$$

$=$ ⟨ Mettre en évidance les constantes ⟩

$$\tfrac{1}{2}\tfrac{1}{n} \sum_{a=0}^{1} \sum_{k=0}^{n-1} C\left(n,k,a\right)$$

$=$ ⟨ Étendre partiellement la sommation de k ⟩

$$\tfrac{1}{2}\tfrac{1}{n} \sum_{a=0}^{1} \left(C\left(n,0,a\right) + C\left(n,1,a\right) + \sum_{k=2}^{n-1} C\left(n,k,a\right) \right)$$

$=$ ⟨ Selon le tableau plus bas, $\forall k \geq 2 : C\left(n,k,a\right) = 0$ ⟩

$$\tfrac{1}{2}\tfrac{1}{n} \sum_{a=0}^{1} \left(C\left(n,0,a\right) + C\left(n,1,a\right) \right)$$

$=$ ⟨ Étendre la sommation de a ⟩

$$\tfrac{1}{2}\tfrac{1}{n} \left(C\left(n,0,0\right) + C\left(n,1,0\right) + C\left(n,0,1\right) + C\left(n,1,1\right) \right)$$

$=$ ⟨ Selon le tableau plus bas ⟩

$$\tfrac{1}{2}\tfrac{1}{n} \left(100n + 0 + 0 + 100n\right)$$

$=$ ⟨ Simplification ⟩

$$\tfrac{1}{2}\tfrac{1}{n} \left(200n\right)$$

$=$ ⟨ Simplification ⟩

$$\tfrac{1}{2} \left(200\right)$$

$=$ ⟨ Simplification ⟩

$$100$$

$\in$ ⟨ Définition de $\Theta\left(1\right)$ ⟩

$$\Theta\left(1\right)$$

Analysons $C\left(n,k,a\right)$

	$C(n,k,a)$				
a	$C(n,0,a)$	$C(n,1,a)$	$C(n,2,a)$	$C(n,i,a)$	$C(n,n,a)$
$a=0$	$100 \cdot n$	0	0	0	0
$a=1$	0	$100 \cdot n$	0	0	0

Algorithme 2