

# Note del corso di Fisica dei Continui

trascritte da  
Luca Colombo Gomez

AA 2019/2020

# Indice

<b>1</b>	<b>Memorie della termodinamica</b>	<b>3</b>
1.1	Potenziale di Helmholtz $F$ ( o energia libera di Helmholtz) . . . . .	3
1.2	Entalpia $H$ . . . . .	4
1.3	Potenziale di Gibbs $G$ ( o energia libera di Gibbs) . . . . .	5
1.4	Relazioni di Maxwell . . . . .	6
1.5	Calori specifici . . . . .	7
1.6	Processi adiabatici . . . . .	8
<b>2</b>	<b>Generalità sui continui</b>	<b>9</b>
<b>3</b>	<b>Derivata sostanziale di integrali</b>	<b>10</b>
3.1	Equazione di continuità - condizione analitica di incomprimibilità . . . . .	10
3.2	Leggi in forma integrale e locale . . . . .	10
3.3	Derivata sostanziale degli integrali di linea . . . . .	10
<b>4</b>	<b>Sforzi; fluidostatica: isotropia e continuità della pressione</b>	<b>11</b>
4.1	Tensore degli sforzi . . . . .	11
4.2	Sforzi (stresses) . . . . .	11
4.2.1	Sforzo normale e sforzo tangenziale . . . . .	11
4.3	Fluidostatica . . . . .	11
4.3.1	Isotropia della pressione in equilibrio . . . . .	11
4.3.2	Continuità di $p$ all'interfaccia . . . . .	11
4.3.3	Tensione superficiale . . . . .	11
<b>5</b>	<b>Equazione di Eulero</b>	<b>12</b>
5.1	Appendice: teorema della divergenza per casi particolari . . . . .	12
<b>6</b>	<b>Fluidostatica: equilibrio meccanico, equilibrio e stabilità dell'atmosfera</b>	<b>13</b>
6.1	Ritorno alla fluidostatica . . . . .	13
6.2	Equilibrio dell'atmosfera - stabilità dell'equilibrio . . . . .	13
6.2.1	Equilibrio meccanico + termico (atmosfera isoterma secca) . . . . .	13
6.2.2	Atmosfera isoentropica (secca) . . . . .	13
<b>7</b>	<b>Fluidostatica di fluidi incompressibili</b>	<b>14</b>
7.1	Barometro di Torricelli . . . . .	14
7.2	Vasi comunicanti - fluidi immiscibili . . . . .	14
7.3	Pressa idraulica . . . . .	14
7.4	Forza di Archimede . . . . .	14
7.5	Centro di spinta ed equilibrio . . . . .	14
7.6	Isotropia . . . . .	14

<b>8</b>	<b>Fluidodinamica di fluidi perfetti; flusso di impulso e di energia</b>	<b>15</b>
8.1	Linee di corrente (Stream lines) . . . . .	15
8.2	Flusso di quantità di moto . . . . .	15
8.3	Forza su un tubo a gomito . . . . .	15
8.4	Flusso di energia . . . . .	15
8.4.1	Flusso di energia in campo esterno . . . . .	15
<b>9</b>	<b>Flusso stazionario: equazione di bernoulli e applicazioni</b>	<b>16</b>
9.1	Equazione di Bernoulli . . . . .	16
9.1.1	Fluido incompressibile . . . . .	16
9.1.2	Fluido reale . . . . .	16
9.2	Teorema di Torricelli . . . . .	16
9.2.1	Tubo di Venturi . . . . .	16
9.2.2	Cavitazione . . . . .	16
9.2.3	Tubo di Pitot - sistema Pitot-statico . . . . .	16
9.2.4	Sifone . . . . .	16
9.2.5	Portanza . . . . .	16
9.2.6	Volo aereo . . . . .	16
<b>10</b>	<b>Teorema di Kelvin; flusso potenziale</b>	<b>17</b>
10.1	Teorema di Kelvin - conservazione della circolazione . . . . .	17
10.2	Flusso potenziale . . . . .	17
10.2.1	Flusso attorno ad un ostacolo . . . . .	17
10.3	Condizione di incompressibilità - una prospettiva fisica . . . . .	17
10.3.1	Flusso stazionario . . . . .	17
10.3.2	Flusso non stazionario . . . . .	17
10.4	Forza di resistenza nel flusso potenziale oltre a un corpo . . . . .	17
<b>11</b>	<b>Onde di gravità</b>	<b>18</b>
11.1	Condizioni cinematiche generali . . . . .	18
11.1.1	Fluidi perfetti . . . . .	18
11.2	Condizioni dinamiche generali . . . . .	18
11.2.1	Fluidi perfetti . . . . .	18
11.2.2	Flusso potenziale . . . . .	18
11.3	Linearizzazione delle condizioni all'interfaccia . . . . .	18
11.4	Onde di gravità in un bacino di profondità infinita . . . . .	18
11.5	Onde di gravità in un bacino di profondità finita . . . . .	18
11.6	Onde di gravità tra due fluidi limitati in altezza . . . . .	18
<b>12</b>	<b>Trasporto di energia in onde di gravità; appendici</b>	<b>19</b>
12.1	Appendice - velocità di fase e di gruppo (momento minimo) . . . . .	19
12.2	Appendice - Vademecum minimo di funzioni iperboliche . . . . .	19
<b>13</b>	<b>Fluidi reali: tensori dei gradienti delle velocità e degli sforzi, equazione di Navier-Stokes</b>	<b>20</b>
13.1	Tensore dei gradienti delle velocità - decomposizione e significato geometrico . . . . .	20
13.2	Fluidi reali (viscosi) - relazione di Cauchy . . . . .	20
13.3	Tensore degli sforzi Newtoniano - equazione di Navier-Stokes . . . . .	20

# Capitolo 1

## Memorie della termodinamica

Il primo principio della termodinamica, visto come legge di bilancio energetico, parte dall'energia interna  $U$  di un sistema, la cui equazione  $dU$  è in generale scrivibile come

$$dU = TdS - pdV + \mu dN$$

(con  $\mu$  potenziale chimico e  $N$  numero molare; se ci sono più componenti scriviamo  $\sum_i \mu_i dN_i$ , ma la sostanza è la stessa) e allora per un sistema termostatoato isolato che non scambia altro che calore ( $dV = 0$ ,  $dN = 0$ )

$$\delta Q = dU = TdS \rightarrow dS = \frac{\delta Q}{T}$$

sia la trasformazione reversibile o meno.

È utile osservare di  $U$ , che essa è funzione di  $S, V, N$ , tutte grandezze estensive, ed è essa stessa estensiva, vale a dire

$$U(\lambda S, \lambda V, \lambda N) = \lambda \cdot U(S, V, N) \quad \forall \lambda \in \mathbb{R}^+ \quad (1.1)$$

ovvero  $U$  è una funzione omogenea di grado 1. Per le funzioni omogenee di grado  $n$  si ha  $f(\lambda x) = \lambda^n f(x)$ , o anche, data  $f(x_1, \dots, x_m)$

$$\sum_{i=1}^m x_i \frac{\partial}{\partial x_i} f(x_1, \dots, x_m) = n \cdot f(x_1, \dots, x_m) \quad (1.2)$$

che, applicato a  $U(S, V, N)$ , da

$$U(S, V, N) = \frac{\partial U}{\partial S} S + \frac{\partial U}{\partial V} V + \frac{\partial U}{\partial N} N \quad (1.3)$$

Da  $dU = TdS - pdV + \mu dN$  si ottengono le equazioni di stato

$$T = \frac{\partial U}{\partial S}; \quad p = -\frac{\partial U}{\partial V}; \quad \mu = \frac{\partial U}{\partial N} \quad (1.4)$$

e per confronto con la relazione di Eulero si ha

$$U(S, V, N) = TS - pV + \mu N \quad (1.5)$$

### 1.1 Potenziale di Helmholtz $F$ ( o energia libera di Helmholtz)

$F$  da una misura del lavoro estraibile da un sistema chiuso a  $T, V$  costanti (vediamo sotto). Si ottiene come trasformazione di Legendre di  $U$  rispetto a  $S$ :

$$F \doteq U - \frac{\partial U}{\partial S} S = U - TS \quad (1.6)$$

e si ha, da  $U(S, V, N)$ , una funzione  $F = F(\frac{\partial U}{\partial S} \rightarrow T, V, N)$

Inoltre

$$F = U - TS = TS - pV + \mu N - TS = -pV + \mu N \quad (1.7a)$$

$$dF = dU - TdS - SdT = TdS - pdV + \mu dN - TdS - SdT = -SdT - pdV + \mu dN \quad (1.7b)$$

Possiamo dunque dimostrare l'affermazione iniziale. Preso un sistema S formato da costituenti in contatto termico con un termostato R a temperatura  $T^R$  (reservoir infinito di calore), il lavoro massimo estraibile dal sistema è

$$dL^{max} = -dF^S \quad (1.8)$$

Infatti

$$dL = -dU^S - dU^R \underbrace{=}_{\text{R termostato}} -dU^S - T^R dS^R$$

Poiché il sistema non scambia calore con l'esterno, l'entropia non decresce:

$$dS^S + dS^R \geq 0 \implies -dS^R \leq dS^S$$

$$\implies dL = -dU^S - T^R dS^R \leq -dU^S + T^R dS^S = -d(U^S - T^R S^S) \underbrace{=}_{T^R=T^S(\text{contatto termico})} -d(U^S - T^S S^S)$$

cioè  $dL \leq -dF^S$ , il cui massimo appunto è  $dL^{max} = -dF^S$  (caso di trasformazione reversibile)

Osservazioni:

- ne consegue che lo stato di equilibrio del sistema termostato è quello che minimizza l'energia libera di Helmholtz; (in equivalente è minima U,  $dU = dU^S + dU^R = 0 \implies dF = 0$ , FF stazionaria)
- F (come tutti i potenziali termodinamici) è definito all'equilibrio - altrimenti si deve supporre un insieme di sottosistemi in equilibrio e isotermi;
- esempio di lavoro - energia libera è il lavoro molare di estrazione di un metallo, che è pari alla variazione di F in una mole di  $e^-$  nel passare dal metallo all'esterno

## 1.2 Entalpia H

H da una misura del lavoro estraibile da un sistema chiuso a p costante.

Si ottiene come trasformazione di Legendre di U rispetto a V:

$$H \doteq U - \frac{\partial U}{\partial V} V = U + pV \quad (1.9)$$

e si ha, da  $U(S, V, N)$ , una funzione  $H = H(S, \frac{\partial U}{\partial V} \rightarrow p, N)$

Inoltre

$$\begin{aligned} H &= U + pV = TS - pV + \mu N + pV = TS + \mu N \\ dH &= dU + pdV + Vdp = TdS - pdV + \mu dN + pdV + Vdp = TdS + Vdp + \mu dN \end{aligned} \quad (1.10)$$

Se il sistema è chiuso (non scambia massa) e mantenuto a p costante,  $dH = TdS = \delta Q_{rev}$  il calore assorbito in una trasformazione reversibile è pari alla variazione di H.

Nota: è questo il caso delle trasformazioni fatte a T costante; infatti p è costante, i potenziali chimici sono uguali<sup>1</sup>, e il numero di moli (la massa) nel complesso è conservato ( $dN^{(1)} + dN^{(2)} = 0 \implies Vdp + \sum_i \mu^{(i)} dN^{(i)} = 0$ , da cui vediamo che il calore latente di trasformazione è la differenza di entalpia per unità di massa tra le fasi.

---

<sup>1</sup>ce lo dice Josiah Willard Gibbs alla pagina seguente

Similmente al caso dell'energia libera, si può dimostrare che preso un sistema chiuso S di costituenti mantenuti a p costante da un reservoir di pressione a  $p = p^R$ , il lavoro massimo estraibile da S è

$$dL^{max} = -dH^S$$

e lo stato di equilibrio di un sistema mantenuto a p costante di un reservoir di pressione è quello che minimizza l'entalpia.

Nota: Landau chiama  $w \doteq H/M$  entalpia per unità di massa.  $w = \varepsilon + pv = \varepsilon + p/\rho$ ;  $v \doteq V/M$  volume specifico =  $1/\rho$

### 1.3 Potenziale di Gibbs G ( o energia libera di Gibbs)

G da una misura del lavoro estraibile da un sistema chiuso a T, p costanti. Si ottiene come trasformazione di Legendre di U rispetto a S e V:

$$G \doteq U - \frac{\partial U}{\partial S} S - \frac{\partial U}{\partial V} V = U - TS + pV$$

e si ha, da  $U(S, V, N)$ , una funzione  $H = H(\frac{\partial U}{\partial S} \rightarrow T, \frac{\partial U}{\partial V} \rightarrow p, N)$

Inoltre

$$G = U - TS + pV = TS - pV + \mu N - TS + pV = \mu N \quad (1.11)$$

( $\mu = G/N$  potenziale di Gibbs molare coincide con potenziale chimico)

$$dG = dU - TdS - SdT + pdV + Vdp = TdS - pdV + \mu dN - TdS - SdT + pdV + Vdp = -SdT + Vdp + \mu dN \quad (1.12)$$

Si può dimostrare che preso un sistema chiuso S i cui costituenti sono mantenuti a T e p costanti da reservoir di temperatura (termostato) a  $T^R$  e di pressione a  $p^R$ , il lavoro massimo estraibile da S è

$$dL^{max} \leq -dG^S$$

e lo stato di equilibrio di un sistema a T e p costanti grazie a reservoir ideali di T, p è quello che minimizza il potenziale di Gibbs.

Nota: dato un sistema a due fasi in equilibrio, se una tra p e T è fissata, lo è anche l'altra, e  $\mu^{(1)} = \mu^{(2)}$ . Ciò perchè

$$G = \mu^{(1)} dN^{(1)} + \mu^{(2)} dN^{(2)}$$

e

$$dG = \mu^{(1)} dN^{(1)} + \mu^{(2)} dN^{(2)}$$

ma la massa complessiva non varia  $\implies N^{(1)} + N^{(2)} = cost \iff dN^{(1)} + dN^{(2)} = 0$

$$\implies dG = \mu^{(1)} dN^{(1)} - \mu^{(2)} dN^{(1)} = (\mu^{(1)} - \mu^{(2)}) dN^{(1)}$$

$$\text{Equilibrio} \iff dG = 0 \implies \mu^{(1)}(p, T) = \mu^{(2)}(p, T)$$

Questa, essendo i  $\mu^{(i)}$  rappresentativi di fasi diverse e di funzioni diverse, rappresenta un'espressione implicita della relazione tra p e T; se p fissata  $\implies$  determinata anche T.

Nota: Landau chiama  $\phi \doteq G/M$  energia libera di Gibbs per unità di massa

Poiché

$$G = \sum_i \mu^{(i)} N^{(i)} \implies dG = \sum_i \mu^{(i)} dN^{(i)} + \sum_i N^{(i)} d\mu^{(i)}$$

ma anche da

$$G = U - TS + pV \implies dG = -SdT + Vdp + \sum_i \mu^{(i)} dN^{(i)}$$

Si ottiene l'equazione di Gibbs - Duhem

$$\sum_i N^{(i)} d\mu^{(i)} = -SdT + Vdp \quad (1.13)$$

Si può anche derivare l'equazione di Clausius - Clapeyron, che descrive la pendenza della curva di equilibrio  $dp/dT$  tra due fasi di una sostanza.

Le due fasi in equilibrio, 1 e 2, hanno lo stesso potenziale di Gibbs:

$$\begin{aligned} G_1(T, p) = G_2(T, p) &\implies dG_1(p, T) = dG_2(p, T) \\ &\implies \frac{\partial G_1}{\partial p} dp + \frac{\partial G_1}{\partial T} dT = \frac{\partial G_2}{\partial p} dp + \frac{\partial G_2}{\partial T} dT \end{aligned} \quad (1.14)$$

Da  $dG = -SdT + Vdp + \sum_i \mu^{(i)} dN^{(i)}$ :

$$\begin{cases} \frac{\partial G}{\partial T} = -S \\ \frac{\partial G}{\partial p} = V \end{cases}$$

$$V_1 dp - S_1 dT = V_2 dp - S_2 dT \implies \frac{dp}{dT} = \frac{S_1 - S_2}{V_1 - V_2} \quad (1.15)$$

A T costante

$$S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} = \frac{1}{T} \int_1^2 \delta Q = \frac{\lambda M}{T} \quad (1.16)$$

Con  $\lambda$  calore latente di trasformazione per unità di massa,  $M$ =massa. Detto  $v \doteq V/M$  volume specifico

$$\frac{dp}{dT} = \frac{\lambda}{T(V_2 - V_1)} \quad (1.17)$$

## 1.4 Relazioni di Maxwell

Lavoreremo tipicamente in sistemi senza scambio di massa, ignorando quindi il termine  $\sum_i \mu_i dN_i$

- Dal primo principio della termodinamica

$$U = U(S, V)$$

$$dU = TdS - pdV \implies dU = \underbrace{\frac{\partial U}{\partial S} \Big|_{V=const}}_T dS + \underbrace{\frac{\partial U}{\partial V} \Big|_{S=const}}_{-p} dV$$

$$T = \frac{\partial U}{\partial S} \Big|_{V=const}; \quad p = - \frac{\partial U}{\partial V} \Big|_{S=const}$$

Per il teorema di Schwarz, vale  $\frac{\partial^2 U}{\partial S \partial T} = \frac{\partial^2 U}{\partial T \partial S}$  quindi

$$\frac{\partial T}{\partial V} \Big|_{S=const} = \frac{\partial}{\partial V} \left( \frac{\partial U}{\partial S} \Big|_V \right)_S = \frac{\partial}{\partial S} \left( \frac{\partial U}{\partial V} \Big|_S \right)_V = - \frac{\partial p}{\partial S} \Big|_{V=const}$$

$$\frac{\partial T}{\partial V} \Big|_{S=const} = - \frac{\partial p}{\partial S} \Big|_{V=const} \quad (1.18)$$

- Dal differenziale dell'entalpia

$$H = H(S, p)$$

$$dH = TdS + Vdp \implies dH = \underbrace{\frac{\partial H}{\partial S}\bigg|_{p=\text{cost}}}_T dS + \underbrace{\frac{\partial H}{\partial p}\bigg|_{S=\text{cost}}}_V dp$$

$$T = \frac{\partial H}{\partial S}\bigg|_{p=\text{cost}}; \quad V = \frac{\partial H}{\partial p}\bigg|_{S=\text{cost}}$$

Per il teorema di Schwarz, uguagliando le due derivate parziali miste

$$\frac{\partial T}{\partial p}\bigg|_{S=\text{cost}} = \frac{\partial V}{\partial S}\bigg|_{p=\text{cost}} \quad (1.19)$$

- Dal differenziale del potenziale di Helmholtz

$$F = F(T, V)$$

$$dF = -SdT - pdV \implies dF = \underbrace{\frac{\partial F}{\partial T}\bigg|_{V=\text{cost}}}_{-S} dT + \underbrace{\frac{\partial F}{\partial V}\bigg|_{T=\text{cost}}}_{-p} dV$$

$$S = -\frac{\partial F}{\partial T}\bigg|_{V=\text{cost}}; \quad p = -\frac{\partial F}{\partial V}\bigg|_{T=\text{cost}}$$

Per il teorema di Schwarz, uguagliando le due derivate parziali miste

$$\frac{\partial S}{\partial V}\bigg|_{T=\text{cost}} = \frac{\partial p}{\partial T}\bigg|_{V=\text{cost}} \quad (1.20)$$

- Dal differenziale del potenziale di Gibbs

$$G = G(T, p)$$

$$dG = -SdT + Vdp \implies dG = \underbrace{\frac{\partial G}{\partial T}\bigg|_{p=\text{cost}}}_{-S} dT + \underbrace{\frac{\partial G}{\partial p}\bigg|_{T=\text{cost}}}_V dp$$

$$S = -\frac{\partial G}{\partial T}\bigg|_{p=\text{cost}}; \quad V = \frac{\partial G}{\partial p}\bigg|_{S=\text{cost}}$$

Per il teorema di Schwarz, uguagliando le due derivate parziali miste

$$\frac{\partial S}{\partial p}\bigg|_{T=\text{cost}} = -\frac{\partial V}{\partial T}\bigg|_{p=\text{cost}} \quad (1.21)$$

## 1.5 Calori specifici

la capacità termica  $C$  di una porzione di materia  $M$ , è il rapporto tra calore  $\delta Q$  assorbito e aumento di temperatura  $dT$ . La capacità termica per unità di massa è detta calore specifico  $C \doteq \delta Q/dT$

$$c \doteq \frac{1}{M} \frac{\delta Q}{dT}; \quad \text{oppure per mole} \quad C \doteq \frac{1}{N} \frac{\delta Q}{dT}$$

Questo valore dipende dal tipo di processo in cui avviene lo scambio di  $\delta Q$ , ovvero a pressione o volume costante



$$c_p = \left. \frac{1}{M} \frac{\delta Q}{dT} \right|_{p=\text{cost}} \left( C_p = \left. \frac{1}{N} \frac{\delta Q}{dT} \right|_p \right); \quad c_v = \left. \frac{1}{M} \frac{\delta Q}{dT} \right|_{V=\text{cost}} \left( C_V = \left. \frac{1}{N} \frac{\delta Q}{dT} \right|_V \right)$$

- Dal 1° principio della termodinamica  $dU = \delta Q - pd$ ; per una trasformazione quasi-statica a V costante  $dU = \delta Q$

$$\implies c_V = \left. \frac{1}{M} \frac{\partial U}{\partial T} \right|_V = \left. \frac{1}{M} \frac{\partial \varepsilon}{\partial T} \right|_V$$

avendo  $\varepsilon \doteq U/M$  energia interna per unità di massa

- lavorando a p costante sfruttiamo  $dH = TdS + Vdp$ , e per trasformazione quasi-statica, reversibile,  $dH = TdS = \delta Q$

$$\implies c_p = \left. \frac{1}{M} \frac{\delta Q}{dT} \right|_p = \left. \frac{T}{M} \frac{\partial S}{\partial T} \right|_p = T \left. \frac{\partial s}{\partial T} \right|_p$$

con  $s \doteq S/M$

- Per gas perfetti,  $pV = NRT$ ;  $H = U + pV = U + NRT$  derivando rispetto a T

$$\begin{aligned} \frac{\partial H}{\partial T} &= \frac{\partial U}{\partial T} + NR \\ \implies \frac{1}{N} \frac{\partial H}{\partial T} &= \frac{1}{N} \frac{\partial U}{\partial T} + R \\ C_p &= C_V + R \end{aligned}$$

## 1.6 Processi adiabatici

Una trasformazione è adiabatica quando avviene senza scambio di calore.

Poiché  $\delta Q = 0 \implies dU + pdV = 0$

$$NC_V dT + \frac{NRT}{V} dV = 0$$

dividendo per  $NC_V T$

## Capitolo 2

# Generalità sui continui

## Capitolo 3

# Derivata sostanziale di integrali

**3.1** Equazione di continuità - condizione analitica di incomprimibilità

**3.2** Leggi in forma integrale e locale

contenuto...

**3.3** Derivata sostanziale degli integrali di linea

contenuto...

## Capitolo 4

# Sforzi; fluidostatica: isotropia e continuità della pressione

### 4.1 Tensore degli sforzi

contenuto...

### 4.2 Sforzi (stresses)

#### 4.2.1 Sforzo normale e sforzo tangenziale

### 4.3 Fluidostatica

#### 4.3.1 Isotropia della pressione in equilibrio

contenuto...

#### 4.3.2 Continuità di $p$ all'interfaccia

contenuto...

#### 4.3.3 Tensione superficiale

contenuto...

## Capitolo 5

# Equazione di Eulero

### 5.1 Appendice: teorema della divergenza per casi particolari

## Capitolo 6

# Fluidostatica: equilibrio meccanico, equilibrio e stabilità dell'atmosfera

### 6.1 Ritorno alla fluidostatica

### 6.2 Equilibrio dell'atmosfera - stabilità dell'equilibrio

#### 6.2.1 Equilibrio meccanico + termico (atmosfera isoterma secca)

contenuto...

#### 6.2.2 Atmosfera isoentropica (secca)

contenuto...

## Capitolo 7

# Fluidostatica di fluidi incompressibili

### 7.1 Barometro di Torricelli

contenuto...

### 7.2 Vasi comunicanti - fluidi immiscibili

contenuto...

### 7.3 Pressa idraulica

contenuto...

### 7.4 Forza di Archimede

contenuto...

### 7.5 Centro di spinta ed equilibrio

contenuto...

### 7.6 Isotropia

contenuto...

## Capitolo 8

# Fluidodinamica di fluidi perfetti; flusso di impulso e di energia

### 8.1 Linee di corrente (Stream lines)

contenuto...

### 8.2 Flusso di quantità di moto

contenuto...

### 8.3 Forza su un tubo a gomito

contenuto...

### 8.4 Flusso di energia

contenuto...

#### 8.4.1 Flusso di energia in campo esterno

contenuto...



## Capitolo 9

# Flusso stazionario: equazione di bernoulli e applicazioni

### 9.1 Equazione di Bernoulli

#### 9.1.1 Fluido incompressibile

contenuto...

#### 9.1.2 Fluido reale

contenuto...

### 9.2 Teorema di Torricelli

#### 9.2.1 Tubo di Venturi

contenuto...

#### 9.2.2 Cavitazione

contenuto...

#### 9.2.3 Tubo di Pitot - sistema Pitot-statico

contenuto...

#### 9.2.4 Sifone

contenuto...

#### 9.2.5 Portanza

contenuto...

#### 9.2.6 Volo aereo

contenuto...

## Capitolo 10

# Teorema di Kelvin; flusso potenziale

### 10.1 Teorema di Kelvin - conservazione della circolazione

contenuto...

### 10.2 Flusso potenziale

#### 10.2.1 Flusso attorno ad un ostacolo

contenuto...

### 10.3 Condizione di incomprimibilità - una prospettiva fisica

#### 10.3.1 Flusso stazionario

contenuto...

#### 10.3.2 Flusso non stazionario

contenuto...

### 10.4 Forza di resistenza nel flusso potenziale oltre a un corpo

contenuto...

# Capitolo 11

## Onde di gravità

### 11.1 Condizioni cinematiche generali

#### 11.1.1 Fluidi perfetti

contenuto...

### 11.2 Condizioni dinamiche generali

#### 11.2.1 Fluidi perfetti

contenuto...

#### 11.2.2 Flusso potenziale

contenuto...

### 11.3 Linearizzazione delle condizioni all'interfaccia

contenuto...

### 11.4 Onde di gravità in un bacino di profondità infinita

contenuto...

### 11.5 Onde di gravità in un bacino di profondità finita

contenuto...

### 11.6 Onde di gravità tra due fluidi limitati in altezza

contenuto...

## Capitolo 12

# Trasporto di energia in onde di gravità; appendici

### 12.1 Appendice - velocità di fase e di gruppo (momento minimo)

contenuto...

### 12.2 Appendice - Vademecum minimo di funzioni iperboliche

contenuto...

## Capitolo 13

# Fluidi reali: tensori dei gradienti delle velocità e degli sforzi, equazione di Navier-Stokes

### 13.1 Tensore dei gradienti delle velocità - decomposizione e significato geometrico

contenuto...

### 13.2 Fluidi reali (viscosi) - relazione di Cauchy

contenuto...

### 13.3 Tensore degli sforzi Newtoniano - equazione di Navier-Stokes

contenuto...