

Nama: Muhammad Romadhoni Al-bukhori
Kelas: TI-C
NIM: 240535600335

Hal yang baik selalu diawali dengan kebaikan, semoga tiap hal baik yang saya usahakan dalam ujian ini akan membawakan kebaikan nantinya, begitu pula sebaliknya, saya ikhlas.

Soal 1: Diferensial

Sebuah Perusahaan Software ingin mengetahui titik maksimum dan minimum dari fungsi biaya pengembangan perangkat lunak yang didefinisikan sebagai

$$C(x) = 2x^3 - 15x^2 + 24x + 8$$

Dengan x adalah jumlah fitur tambahan yang dikembangkan.

- a. Hitung titik kritis (titik stasioner) fungsi tersebut menggunakan konsep turunan titik stasioner

$$C'(x) = \frac{d}{dx} (2x^3 - 15x^2 + 24x + 8) = 6x^2 - 30x + 24$$

titik kritis

$$6x^2 - 30x + 24 = 0$$

$$x^2 - 5x + 4 = 0$$

$$(x-4)(x-1)$$

$$\cancel{x} (x-4)(x-1) = 0 \Rightarrow x = 4 \text{ dan } x = 1$$

Untuk $x=4$:

$$C(4) = 2(4)^3 - 15(4)^2 + 24(4) + 8$$

$$C(4) = 2(64) - 15(16) + 96 + 8$$

$$C(4) = 128 - 240 + 96 + 8$$

$$C(4) = -8$$

Titik Stasioner Pertama $(4, -8)$

Untuk $x=1$

$$C(1) = 2(1)^3 - 15(1)^2 + 24(1) + 8$$

$$C(1) = 2 - 15 + 24 + 8$$

$$C(1) = 19$$

Titik Stasioner kedua $(1, 19)$

b. Tentukan jenis titik kritisnya (maksimum, minimum atau saddle)
gunakan kedua

$$C''(x) = \frac{d}{dx} (6x^2 - 30x + 24) = 12x - 30$$

$$x=9$$

$$\begin{aligned} C''(9) &= 12(9) - 30 \\ &= 98 - 30 \\ &= 68 \end{aligned}$$

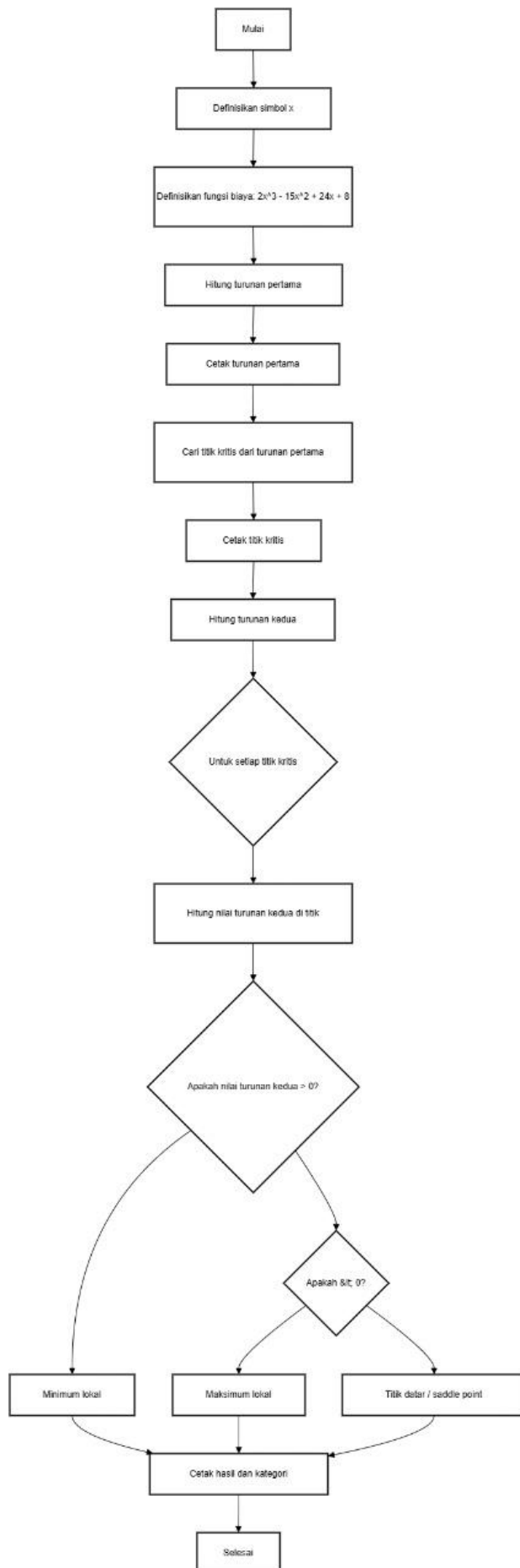
$C''(9) > 0$, maka titik $(9, -8)$ = titik minimum lokal

$$x=1$$

$$\begin{aligned} C''(1) &= 12(1) - 30 \\ &= 12 - 30 \\ &= -18 \end{aligned}$$

$C''(1) < 0$, maka titik $(1, 19)$ = titik maksimum lokal

c. Tuliskan algoritma (pseudocode atau flowchart) untuk mencari titik kritis Fungsi



D. Implementasikan algoritma tersebut dalam bahasa pemrograman Python.

```
import sympy as sp

x = sp.symbols('x')

C = 2*x**3 - 15*x**2 + 24*x + 8

C_prime = sp.diff(C, x)
print("Turunan pertama C'(x):", C_prime)

titik_kritis = sp.solve(C_prime, x)
print("Titik kritis:", titik_kritis)

C_double_prime = sp.diff(C_prime, x)

for titik in titik_kritis:
    nilai_turunan_kedua = C_double_prime.subs(x, titik)
    if nilai_turunan_kedua > 0:
        jenis = "Minimum lokal"
    elif nilai_turunan_kedua < 0:
        jenis = "Maksimum lokal"
    else:
        jenis = "Saddle point"

    print(f"x = {titik}, C''(x) = {nilai_turunan_kedua}, Jenis: {jenis}")
```

Soal 2: Integral

Pada kompresi data, seringkali kita memerlukan estimasi luas daerah tertentu sebagai bagian dari metode evaluasi performansi algoritma. Hitunglah luas daerah di bawah kurva dari fungsi berikut menggunakan metode integral numerik (Trapezoidal Rule)

$f(x) = e^{-x^2}$ Pada interval $[0, 1]$
Gunakan 10 subinterval

a. Jelaskan secara matematis metode Trapezoidal Rule

Metode Trapezoidal Rule (Aturan Trapezium) adalah metode numerik yang berguna aproksimasi nilai integral dari fungsi. Integral tentu $\int_a^b f(x) dx$ dapat diaproksimasi dengan membagi interval integrasi $[a, b]$ menjadi n subinterval yang sama lebarnya. Di setiap subintervalnya, $f(x)$ diaproksimasi dengan garis lurus yang menghubungkan titik-titik $(x_i, f(x_i))$ dan $(x_{i+1}, f(x_{i+1}))$. Area di bawah garis lurus membentuk trapezium

Rumus umum Aturan trapesium

$$\int_a^b f(x) dx \approx \frac{h}{2} [f(x_0) + 2f(x_1) + 2f(x_2) + \dots + 2f(x_{n-1}) + f(x_n)]$$

a = batas bawah integral

b = batas atas integral

n = jumlah subinterval

h = lebar tiap subinterval, dihitung sebagai $h = \frac{b-a}{n}$

x_i = titik diskrit pada interval dihitung sebagai $x_i = a + i \cdot h$ untuk $i = 0, 1, \dots, n$

B. Tuliskan pseudocode atau flowchart algoritma metode tersebut.

Algoritma Trapezoidal Rule

1. Masukkan batas interval $[a, b]$ dan jumlah subinterval n

2. Hitung lebar subinterval: $h = (b - a) / n$

3. Inisialisasi variabel $sum = 0$

4. Untuk $i = 1$ sampai $n-1$:

- Hitung $x_i = a + i * h$

- Tambahkan $f(x_i)$ ke sum : $sum = sum + f(x_i)$

5. Hitung total aproksimasi:

- Aproksimasi = $(h / 2) * [f(a) + 2 * sum + f(b)]$

6. Keluaran: Aproksimasi

End Algoritma

C. Implementasikan algoritma dalam Python untuk menghitung integral di atas.

```
import math

def f(x):
    return math.exp(-x**2)

def trapezoidal(a, b, n):
    h = (b - a) / n
    total = f(a) + f(b)
    for i in range(1, n):
        x = a + i * h
        total += 2 * f(x)
    luas = (h / 2) * total
    return luas

a = 0
b = 1
n = 10
hasil = trapezoidal(a, b, n)

print(f"Hasil integral (Trapezoidal, 10 subinterval): {hasil}")
```

D. Tampilkan hasil akhir berupa nilai luas daerah beserta hasil eksekusi program.

PS D:\matkom> python integral.py

Hasil integral (Trapezoidal, 10 subinterval): 0.7462107961317495

Soal 3: Persamaan Diferensial

Selesaikan Persamaan berikut:

$$y' = \frac{x+3y}{2x}$$

dengan substitusi $y=vx$ yang v adalah fungsi dari x

$$y = vx$$

$$\frac{dy}{dx} = v + x \frac{dv}{dx} \rightarrow \frac{dy}{dx} = v + x \frac{dv}{dx}$$

jadi

$$\frac{x+3y}{2x} = \frac{x+3vx}{2x} = \frac{1+3v}{2}$$

mengadi

$$v + x \frac{dv}{dx} = \frac{1+3v}{2} \rightarrow x \frac{dv}{dx} = \frac{1+3v}{2} - v = \frac{1+3v-2v}{2} = \frac{1+v}{2}$$

$$x \frac{dv}{dx} = \frac{1+v}{2} \rightarrow \int \frac{2}{1+v} dv = \int \frac{1}{x} dx$$

$$2 \ln(1+v) = \ln x + C = \ln x + \ln A$$

$$(1+v)^2 = Ax \text{ tetapi } y=vx \rightarrow v = \frac{y}{x}$$

$$\text{jadi } \left(1 + \frac{y}{x}\right)^2 = Ax \rightarrow (x+y)^2 = Ax^3$$