Розділ 3: TRW-S на зображенні Домашнє завдання

1 Основне (2 бали)

1.1 TRW-S на ланцюзі Маркова

Навести алгоритм пошуку найкращої розмітки за допомогою TRW-S на ланцюзі

$$k^* = \underset{k \in K^{n+1}}{\operatorname{argmax}} \left\{ \frac{1}{z} \cdot \exp \left[-\sum_{i=0}^{n} q_i(k_i) - \sum_{i=1}^{n} g_i(k_{i-1}, k_i) \right] \right\}.$$

2 Додаткове (3 бали)

2.1 Метод напівглобальної оптимізації

Нехай $T = \{1, \dots, n\}^2$ — поле зору. Дано скінченну множину міток K, унарну функцію $q: T \times K \to \mathbb{R}$ та симетричну бінарну функцію $g: \tau \times K^2 \to \mathbb{R}$.

Кожен піксель є коренем дерева, гілки якого напрямлено в чотири сторони: горизонтально вліво (до лівого краю), горизонтально вправо (до правого краю), вертикально вгору (до верхнього краю) і вертикально вниз (до нижнього краю). Для кожного пікселя треба знайти таку мітку, що є частиною кращої розмітки дерева, коренем якого він є

$$k_{t}^{*} \in \operatorname*{argmin}_{k_{t} \in K} \min_{k: T \setminus \{t\} \to K} \left\{ \sum_{t \in T} q_{t}\left(k_{t}\right) + \sum_{t t' \in \tau} g_{t t'}\left(k_{t}, k_{t'}\right) \right\}.$$

де

$$\sum_{tt' \in \tau} g_{tt'}\left(k_{t}, k_{t'}\right) = \sum_{x=t_{x}}^{n-1} g_{t_{y},x}\left(k_{t_{y},x}, k_{t_{y},x+1}\right) + \sum_{x=t_{x}}^{2} g_{t_{y},x}\left(k_{t_{y},x}, k_{t_{y},x-1}\right) + \sum_{y=t_{y}}^{n-1} g_{y,t_{x}}\left(k_{y,t_{x}}, k_{y+1,t_{x}}\right) + \sum_{y=t_{y}}^{2} g_{y,$$

Описати алгоритм пошуку таких міток, що потребує не більше, ніж $O\left(n^2 \cdot |K|^2\right)$ порівнянь та додавань. Вважаємо, що q та g розраховуються за константний час, та пам'ятаємо, що n в даному випадку — висота та ширина зображення, тобто n^2 — його площа.

Підказки:

- Виведення TRW-S потребувало розв'язок подібної задачі, тому ідею розв'язку можна здобути з лекцій.
- Схожі методи описано у статтях https://core.ac.uk/download/pdf/11134866.pdf та http://dev.ipol.im/~facciolo/mgm/mgm.pdf.

3 Комп'ютерне (4 бали)

3.1 Основи реставрації зображень

Задача

Нехай $T=\{1,\ldots,h\}\times\{1,\ldots,w\}$ — поле зору. Маємо набір відтінків сірого $C=\{0,\ldots,255\}$ і спеціальне значення ε , що відповідає за відсутність інформації про колір (яке може співпадати з існуючим кольором — наприклад, чорним). На вході пошкоджене чорно-біле зображення $x:T\to C\cup\{\varepsilon\}$. Студент обирає набір міток з множини кольорів $K\subseteq C$ (наприклад, 5 відтінків сірого $K=\{0,64,128,192,255\}$) і коефіцієнт згладжування $\alpha>0$. Побудувати ітеративне наближення кращої розмітки за допомогою алгоритму TRW-S для розподілу

$$k^* \in \operatorname*{argmax}_{k:T \to K} \frac{1}{Z\left(x\right)} \cdot \exp{\left\{-\sum_{t \in T} \left\|x_t - k_t\right\| \cdot \left[\left[x_t \neq \varepsilon\right]\right] - \alpha \cdot \sum_{tt' \in \tau} \left\|k_t - k_{t'}\right\|\right\}},$$

де au — така структура сусідства, що сусідами пікселя t з координатами $\langle t_x, t_y \rangle$ є

$$N(t) = \left\{ \left\langle t_x - 1, t_y \right\rangle, \left\langle t_x + 1, t_y \right\rangle, \left\langle t_x, t_y - 1 \right\rangle, \left\langle t_x, t_y + 1 \right\rangle \right\}.$$

Допитливі можуть дізнатися більше про цю задачу (Image Denoising and Inpainting) в роботі https://www.cs.cornell.edu/~rdz/Papers/SZSVKATR-PAMIO8.pdf.

Мета

Закріпити навички оцінки найбільш ймовірного стану випадкового поля за допомогою TRW-S.

Завдання

На вхід програмі подається

- шлях до пошкодженого зображення;
- значення α ;
- \bullet кількість відтінків у K (або перелік самих кольорів).

Для 16 відтінків на зображенні розміром 500×250 один прохід алгоритму (прямий і зворотній в сумі) повинен тривати не довше за одну хвилину.

Для більшої наочності можна розбити кольорове зображення на кілька каналів та обробити окремо, а потім об'єднати їх знов.

Приклад

Далі наведено пошкоджене зображення 1 та поновлене 2. Зауважте, що окрім малюнків алгоритм частково впорався з кракелюром та відблисками.

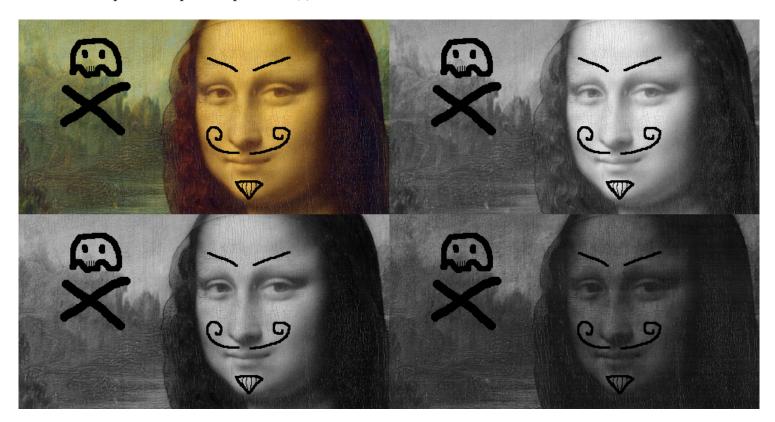


Рис. 1: Пошкоджене зображення з чорним кольором в якості ε , розкладене на канали

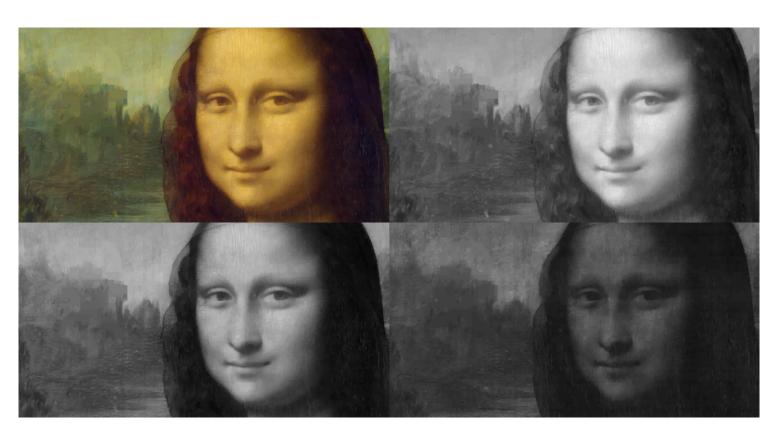


Рис. 2: Результати поновлення за 20 ітерацій з використанням 64 відтінків і $\alpha=2.5$ для кожного каналу