

Медіани у дереві

Для пошуку медіани, знайдемо $LCA(u,v)$ (через RMQ. Паралельно знаходимо висоту кожної вершини). Для знаходження медіани, рахуємо довжини шляхів від LCA до кожної з вершин (через різниці їхніх висот). Знаходимо, на скільки потрібно піднятися з вершини вгору, щоб потрапити в медіану (в найдовшому шляху). Підйом здійснюємо за $O(\log N)$ за рахунок масиву, в якому зберігаються для кожної вершини 2^k - предки. І тому, запит медіани за $O(\log N)$, препроцесинг $O(N \log N)$, пам'ять $O(N \log N)$.

Уточнення для LCA:

За $O(n)$ пошуком в глибину проходимо дерево. Маємо масив висот вершин і масив вершин у порядку проходження (шлях). Замічаємо, що в такому масиві висоти сусідніх вершин відрізняються на 1, а $LCA(u,v)$ відповідає вершині, висота якої найменша у проміжку між першими входженнями вершин u та v в масив-шлях. Для знаходження мінімуму на відрізку, будуємо дерево відрізків ($O(n)$) на масиві, кожний елемент якого відповідає висоті вершини відповідного елементу масиву-шляху. Для знаходження LCA проходимо по дереву відрізку і знаходимо індекс вершини, висота якої найменша в даному відрізку. Висота дерева відрізків це $O(\log N)$. Таким чином, LCA шукається за $O(\log N)$.

Асимптотика роботи всієї програми:

T тестів. Кожний тест – Q запитів на пошук медіани. Пошук медіани – $O(\log N)$. Таким чином, маємо $Q_1 + Q_2 + \dots + Q_T = S$ запитів на пошук медіани. (гарантується $S < 100000$). Препроцесинг $O(N \log N)$

$O(N \log N + S \log N)$