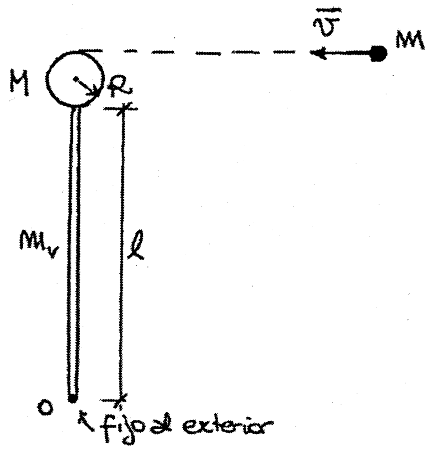
tarea RÍGIDOS

1 Una esfera maciza de masa M está rígidamente vinculada a una varilla cuyo extremo se encuentra fijo al exterior.

Este sistema se encuentra inicialmente en reposo sobre una mesa horizontal lisa y, en un instante determinado impacta sobre él una partícula m quedando luego del impacto adherida a la esfera. ¿Cuál es el movimiento resultante del sistema?

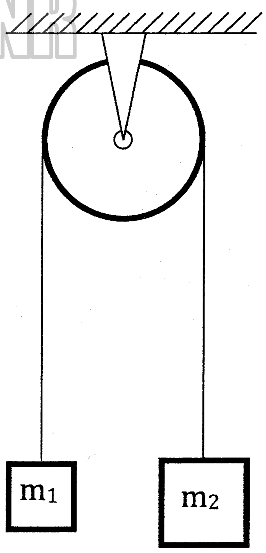
$M = 4$ Kg $\quad R = 0{,}3$ m
$m_v = 1$ Kg $\quad \ell = 2$ m
$m = 2$ Kg $\quad v = 5$ m/s



2 Calcular la aceleración de cada bloque y la aceleración angular de la polea. (A este dispositivo se lo llama "máquina de Atwood")

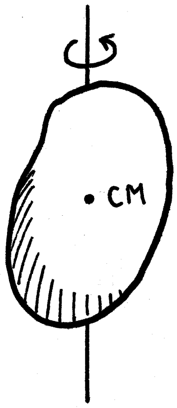
$m_1 = 4$ Kg
$m_2 = 6$ Kg

$M_{polea} = 1{,}8$ Kg
$R = 20$ cm
$k = 17$ cm

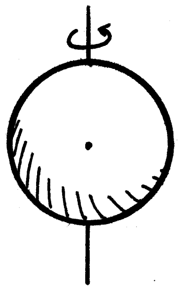


RÍGIDOS

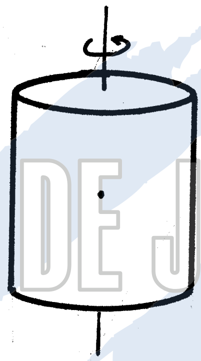
INERCIA = resistencia que ofrece un cuerpo a girar c/ respecto a un eje.



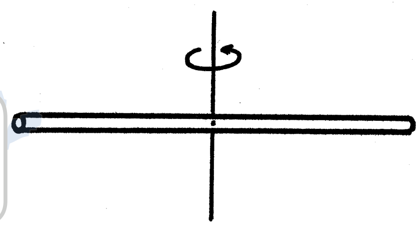
def : $\boxed{I_{eje} = \iiint r^2 . dm}$



$I = \frac{2}{5} m . R^2$

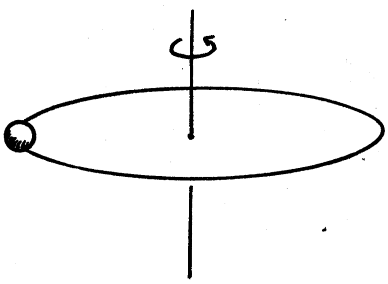


$I = \frac{1}{2} . m . R^2$

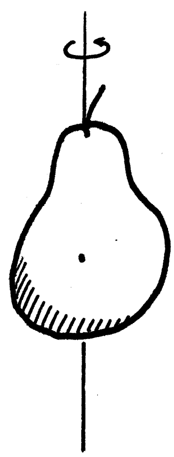


$I = \frac{1}{12} m L^2$

m



$I = m . d^2$

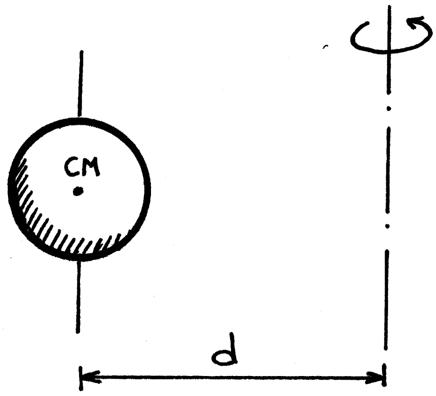


$I = m . k^2$

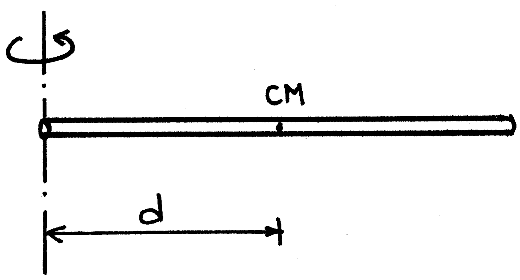
K = radio de giro

teorema de STEINER

$$\boxed{I_{eje} = \underbrace{I_{CM}}_{\text{inercia propia}} + \underbrace{m . d^2}_{\text{"el Steiner"}}}$$



ejemplo : ¿ cuál es la inercia de una varilla que gira c/ respecto a uno de sus extremos ?



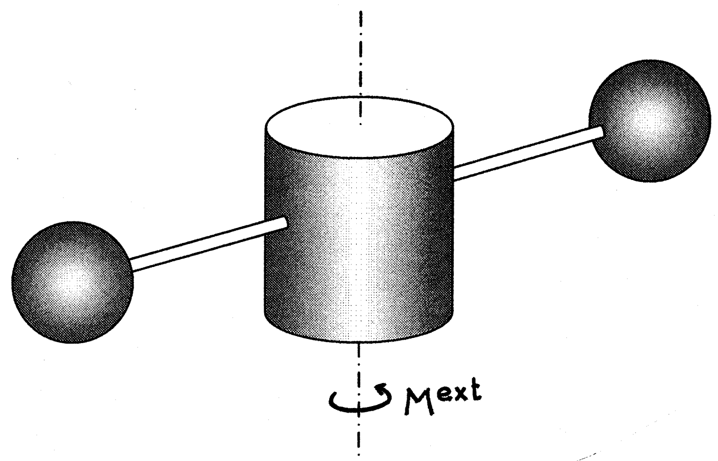
$$I_{eje} = I_{CM} + m . d^2$$

$$= \frac{1}{12} m L^2 + m \left(\frac{L}{2}\right)^2$$

$$= \frac{1}{12} m L^2 + \frac{1}{4} m L^2$$

$$= \frac{1}{3} m L^2 \quad ✓$$

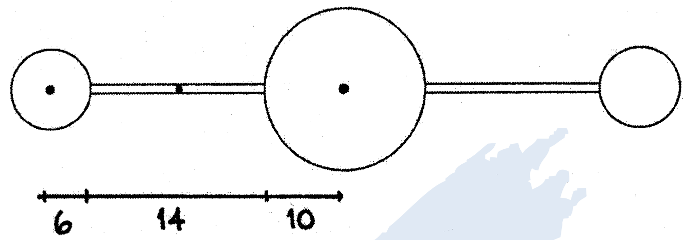
Ej 1 - Calcular la inercia de este cuerpo, formado por un cilindro, 2 varillas y 2 esferas. Hallar la velocidad angular que adquiere si, partiendo del reposo, se le aplica un momento externo de 12 Nm durante 4 seg.



cilindro : $M = 4$ Kg
$R = 10$ cm
$h = 20$ cm

varilla : $m = 0{,}8$ Kg
$\ell = 14$ cm

esfera: $m = 2$ Kg
$r = 6$ cm



$$\boxed{I_o = I_{cilindro} + I_{varilla} \times 2 + I_{esfera} \times 2}$$

$$= \frac{1}{2} M R^2 + \left[\frac{1}{12} m L^2 + m d^2 \right] \times 2 + \left[\frac{2}{5} m r^2 + m d^2 \right] \times 2$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 4kg \cdot (0{,}1m)^2 + \left[\frac{1}{12} \cdot 0{,}8kg \cdot (0{,}14m)^2 + 0{,}8kg \cdot (0{,}17m)^2 \right] \times 2 + \left[\frac{2}{5} \cdot 2kg \cdot (0{,}06m)^2 + 2kg \cdot (0{,}3m)^2 \right] \times 2$$

$$= 0{,}43 \ kgm^2$$

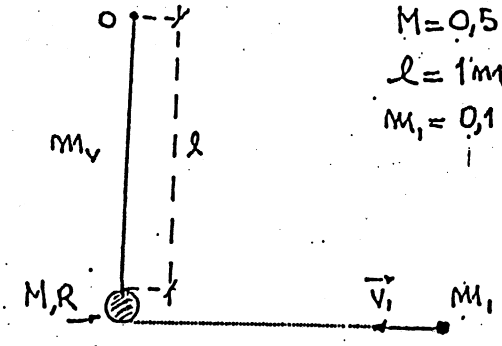
$$\boxed{\sum M_o = M^{ext} = I_o \cdot \alpha}$$

$$12 \ Nm = 0{,}43 \ kgm^2 \cdot \alpha \longrightarrow \alpha = 27{,}9 \ rad/s^2 \checkmark$$

MCUA $\Rightarrow$ $\boxed{\omega = \omega_o + \alpha \cdot t}$

$$\omega = 0 + 27{,}9 \frac{rad}{s^2} \cdot 4s = 111{,}6 \ rad/s \checkmark$$

4) Una esfera maciza, de masa M, de radio R, está rígidamente vinculada a una varilla, cuya masa es m y su longitud es l, con su extremo superior fijo y en reposo. Impacta plásticamente en el extremo de la esfera una masa m_1, de dimensiones despreciables pero de masa 0,1kg, con una velocidad v_1. a) ¿Existe conservación del momento lineal? ¿y del momento angular? Justifique. b) ¿Cuál es el movimiento del sistema después del choque?

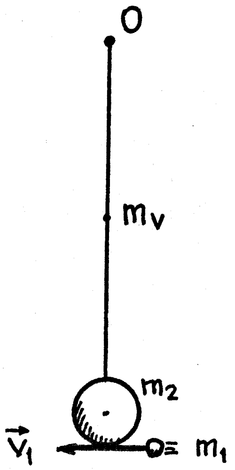


$M = 0{,}5\,kg \quad R = 0{,}05\,m$

$l = 1\,m \quad M_v = 1\,kg$

$M_1 = 0{,}1\,kg \quad V_1 = 10\,m/s$

"antes"



$$\sum \vec{F}^{ext} \neq \vec{0} \Rightarrow \vec{P} \neq cte$$

$$\sum \vec{M}_O^{ext} = \vec{0} \Rightarrow \vec{L}_o = cte$$

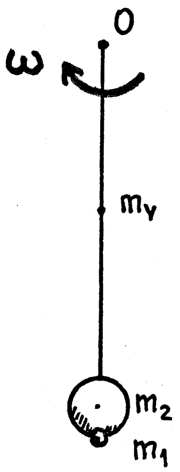
$$\boxed{\vec{L}_o\,(antes) = \vec{L}_o\,(despues)}$$

$$m_1 \cdot V_1 \cdot d_1 \cdot (-\vec{k}) = I_o \cdot \vec{\omega}$$

$$0{,}1\,kg \cdot 10\,m/s \cdot 1{,}1\,m \cdot (-\vec{k}) = 1{,}006\,kgm^2 \cdot \vec{\omega}$$

$$\vec{\omega} = 1{,}093\,rad/s \cdot (-\vec{k})$$ ✓

"despues"



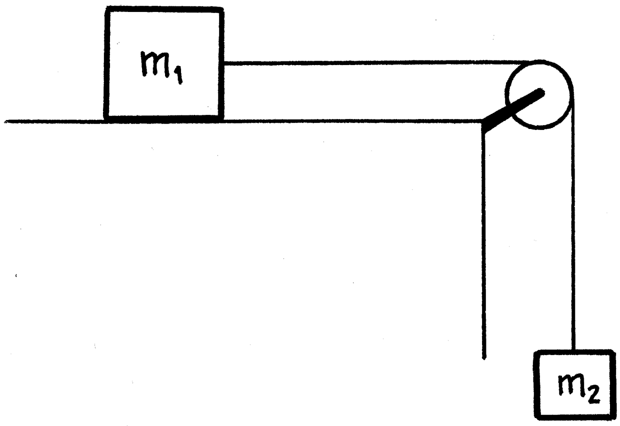
$$I_o = I_{varilla} + I_{esfera} + I_{\substack{cuerpo\\puntual}}$$

$$= \frac{1}{3} \cdot m L^2 + \left[\frac{2}{5} m R^2 + m d^2\right] + m d^2$$

$$= \frac{1}{3} \cdot 1 \cdot 1^2 + \left[\frac{2}{5} \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}05^2 + 0{,}5 \cdot 1{,}05^2\right] + 0{,}1 \cdot 1{,}1^2$$

$$= 1{,}006\,kgm^2$$

Calcular la aceleración del sistema y la tensión en la cuerda



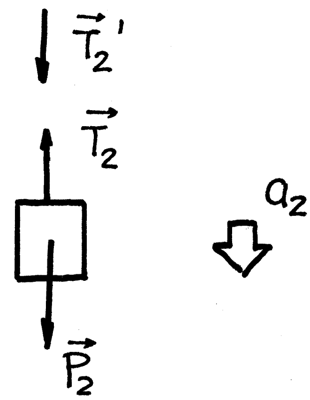
$m_1 = 10$ kg

$m_2 = 6$ kg $\qquad \mu = 0{,}3$

$m_{polea} = 2$ kg

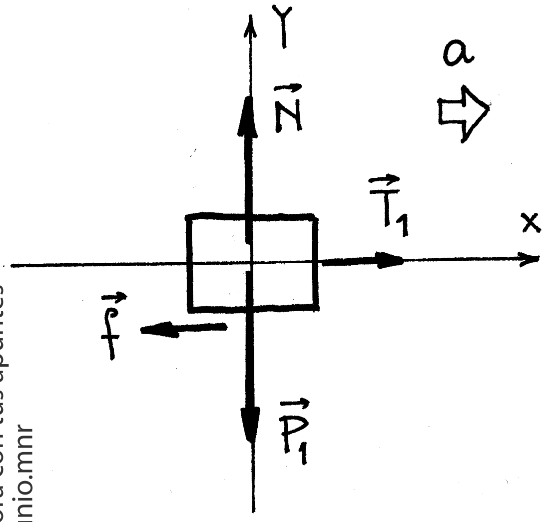
$R = 0{,}15$ m

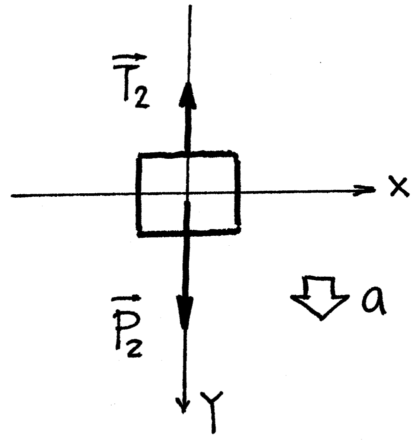
$K = 0{,}12$ m



cuerda inextensible $\Rightarrow$ $|\vec{a}_1| = |\vec{a}_2|$

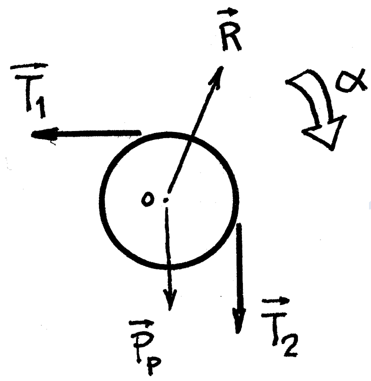
polea no despreciable $\Rightarrow$ $|\vec{T}_1| \neq |\vec{T}_2|$





$$\boxed{\begin{aligned} \sum F_Y &= N - P_1 = 0 && \text{I} \\ \sum F_x &= T_1 - f = m_1 \cdot a && \text{II} \end{aligned}}$$

$$\boxed{\sum F_Y = P_2 - T_2 = m_2 \cdot a} \quad \text{III}$$



$$\boxed{\sum M_o = T_2 \cdot R - T_1 \cdot R = I_o \cdot \alpha} \quad \text{IV}$$

$$I_o = m\,k^2 = 2\,\text{kg} \cdot (0{,}12\,\text{m})^2 = 0.0288\ \text{kg}\,\text{m}^2$$

9

$P_1 = m_1 \cdot g = 10\,kg \cdot 9{,}8\,\frac{m}{s^2} = 98\,N$

$P_2 = m_2 \cdot g = 6\,kg \cdot 9{,}8\,\frac{m}{s^2} = 58{,}8\,N$

(I) $N = P_1$

$f = \mu . N = 0{,}3 . 98 = 29{,}4\,N$

(II) $T_1 - f = m_1 . a$

$T_1 - 29{,}4 = 10 . a$

$T_1 = 10a + 29{,}4$

(III) $P_2 - T_2 = m_2 . a$

$58{,}8 - T_2 = 6 . a$

$58{,}8 - 6a = T_2$

(IV) $T_2 . R - T_1 . R = I_O . \alpha$

$(58{,}8 - 6a) . 0{,}15 - (10a + 29{,}4) . 0{,}15 = 0{,}0288 . \alpha$

$8{,}82 - 0{,}9a - 1{,}5a - 4{,}41 = 0{,}0288 . \left(\frac{a}{R}\right)$

$4{,}41 - 2{,}4\,a = 0{,}192\,a$

$\boxed{a = \alpha . R}$

$a = 1{,}70\ m/s^2$

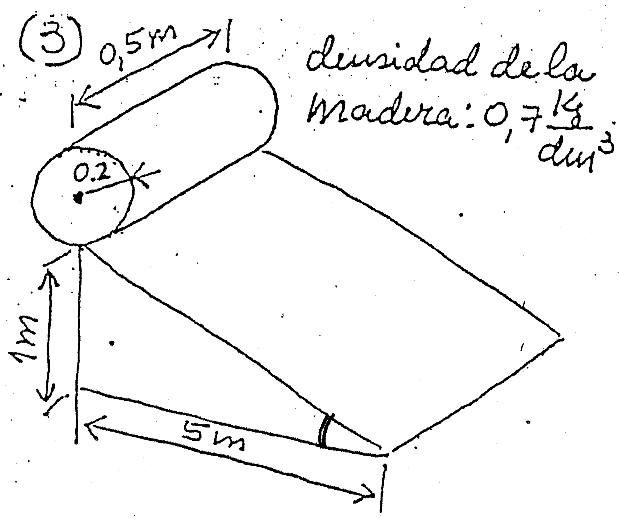
$\downarrow$

$\alpha = 11{,}33\ rad/s^2$

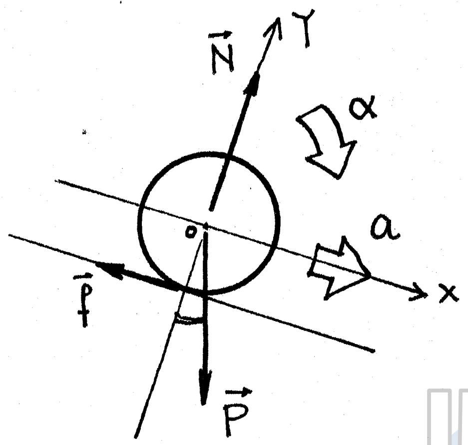
$T_1 = 46{,}4\ N$ ✓

$T_2 = 48{,}6\ N$

Un cilindro macizo de madera rueda sin resbalar por un plano inclinado, partiendo del reposo. Determinar la velocidad del cilindro cuando alcanza la base del plano inclinado



densidad de la madera: $0{,}7 \frac{Kg}{dm^3}$



$$\boxed{\begin{array}{llll} \Sigma F_Y & = N - P.\cos\theta & = 0 & \\ \Sigma F_x & = P.\,\text{sen}\,\theta - f & = m.a & \\ \Sigma M_o & = f.R & = I_o.\alpha & \end{array}} \quad \begin{array}{l} \text{I} \\ \text{II} \\ \text{III} \end{array}$$

$$f.R = \frac{1}{2} m R^2 . \left(\frac{a}{R}\right)$$

$$f = \frac{1}{2} m.a$$

$$(\text{II}) \quad P.\,\text{sen}\,\theta - f = m.a$$

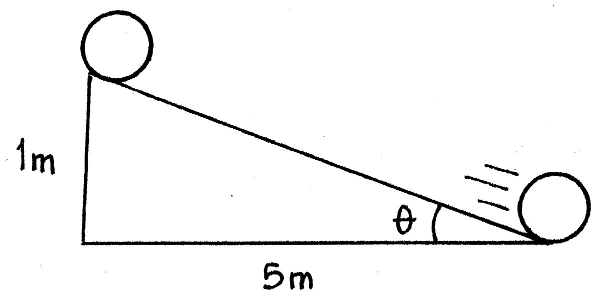
$$m.g.\,\text{sen}\,\theta - \frac{1}{2} ma = m a$$

$$g.\,\text{sen}\,\theta - \frac{1}{2} a = a$$

$$g\,\text{sen}\,\theta = a + \frac{1}{2} a$$

$$g\,\text{sen}\,\theta = \frac{3}{2} a$$

$$\underline{\overline{a = \frac{2}{3} g\,\text{sen}\,\theta}}$$



$$tg\,\theta = \frac{1m}{5m} = 0{,}2 \longrightarrow \theta = 11°\,18'$$

$$a = \frac{2}{3} \cdot 9{,}8 \cdot sen\,11°\,18'$$

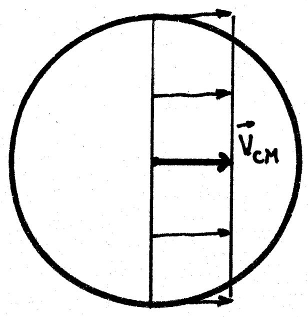
$$a = 1{,}28\ m/s^2$$

MRUA $\longrightarrow$ $\boxed{V^2 = V_0^2 + 2\,a\,(x - x_0)}$

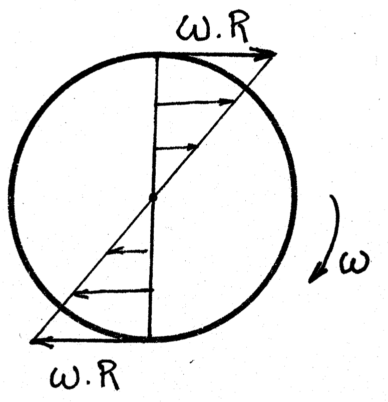
$$V^2 = 0 + 2 \cdot 1{,}28\,\frac{m}{s^2} \cdot 5{,}099\,m$$

$$V = 3{,}61\ m/s$$

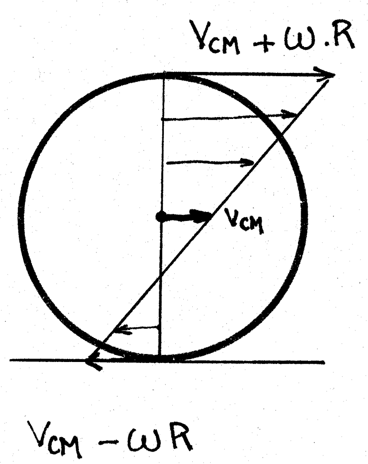
TRASLACIÓN PURA

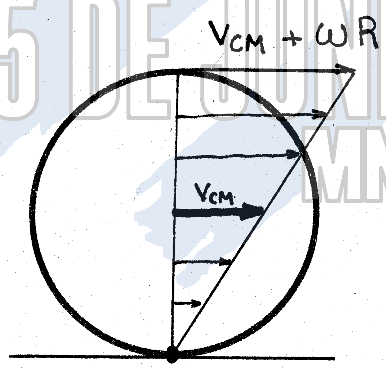


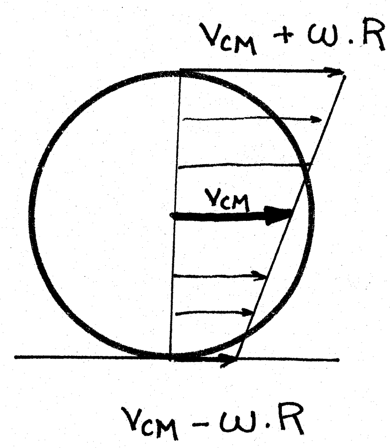
ROTACIÓN PURA



ROTO TRASLACIÓN





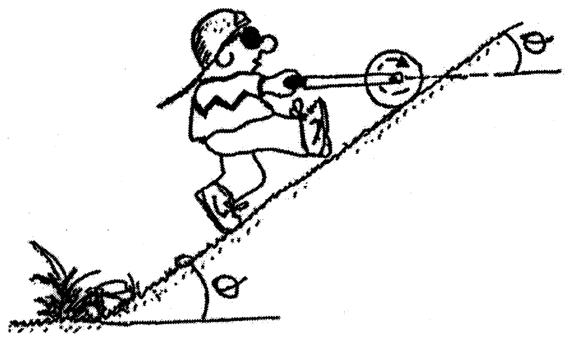


$V_{CM} - \omega . R = 0$

el pto de contacto no desliza

$$\boxed{V_{CM} = \omega . R}$$

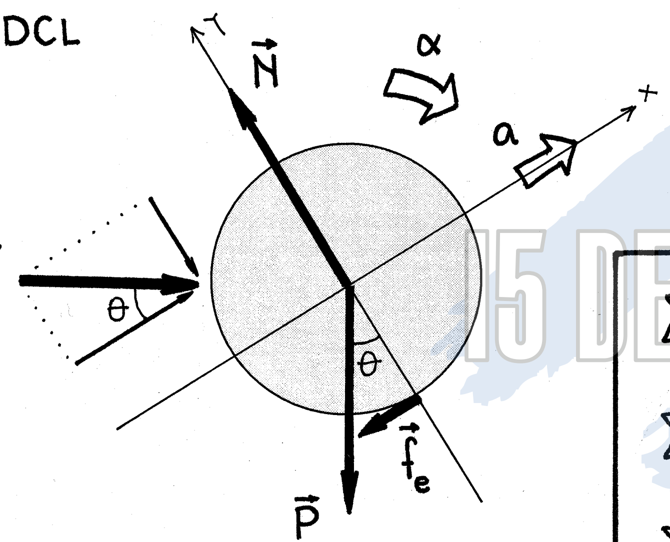
1 En un tramo inclinado de ángulo θ, el personal contratado para cortar el césped debe ejercer una fuerza constante F sobre la cortadora para que ruede sin deslizar. ¿Cuál es la aceleración que adquiere ésta?



$M = 3$ Kg $R = 0{,}4$ m

$F = 20$ N $\theta = 30°$

DCL

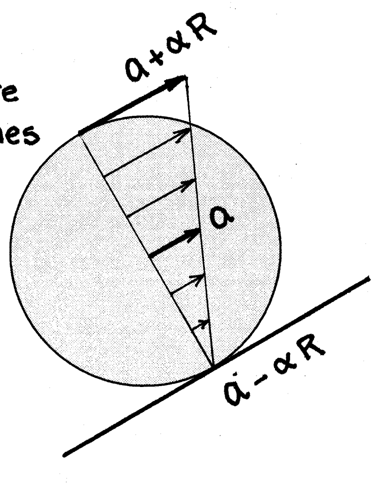


$$\sum F_Y = N - P.\cos\theta - F.\operatorname{sen}\theta = 0 \quad \text{I}$$

$$\sum F_x = F.\cos\theta - P.\operatorname{sen}\theta - f_e = ma \quad \text{II}$$

$$\sum M_o = f_e . R = I_o . \alpha \quad \text{III}$$

relación entre las aceleraciones



rodadura perfecta → rueda sin resbalar → el punto de contacto no desliza

↓

$a - \alpha R = 0$

$a = \alpha R$

$$(\text{III}) \quad f_e \cdot R = I_0 \cdot \alpha$$

$$f_e \cdot \cancel{R} = \frac{1}{2} m \cancel{R^2} \cdot \left(\frac{a}{\cancel{R}}\right)$$

$$f_e = \frac{1}{2} m a$$

$$(\text{II}) \quad F \cdot \cos\theta - P \cdot \operatorname{sen}\theta - f_e = ma$$

$$F \cdot \cos\theta - mg \cdot \operatorname{sen}\theta - \frac{1}{2} ma = ma$$

$$F \cdot \cos\theta - mg \cdot \operatorname{sen}\theta = ma + \frac{1}{2} ma$$

$$F \cdot \cos\theta - mg \cdot \operatorname{sen}\theta = \frac{3}{2} ma$$

$$\frac{2}{3} \frac{F}{m} \cdot \cos\theta - \frac{2}{3} \cdot g \cdot \operatorname{sen}\theta = a$$

$$a = \frac{2}{3} \cdot \frac{20N}{3\,Kg} \cdot \cos 30° - \frac{2}{3} \cdot 9{,}8 \cdot \operatorname{sen} 30°$$

$$a = 0{,}58\ m/s^2 \ \checkmark$$

1 Una esfera parte del reposo desde la parte superior de un plano inclinado.
Actúa sobre ella una fuerza constante F, de modo que la esfera rueda sin resbalar.

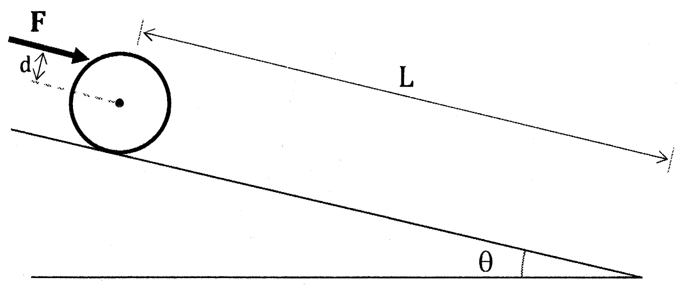
Determinar: a) La aceleración del CM y la aceleración angular.

b) La velocidad con la que llega a la base del plano inclinado.

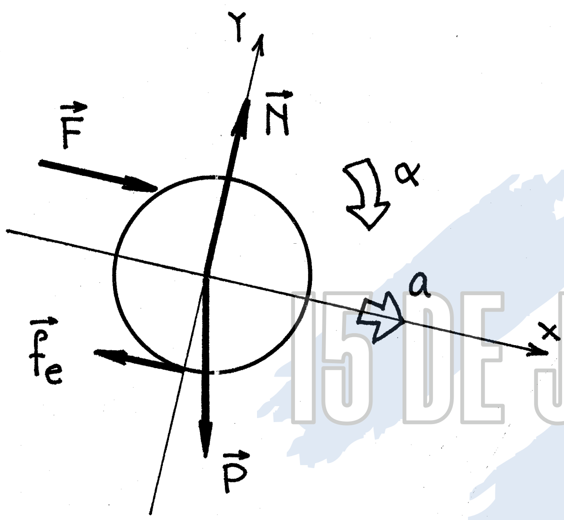
$M = 4\,Kg$ $\quad R = 5\,cm$

$d = 3\,cm$ $\quad L = 20\,m$

$F = 10\,N$ $\quad \theta = 15°$



DCL

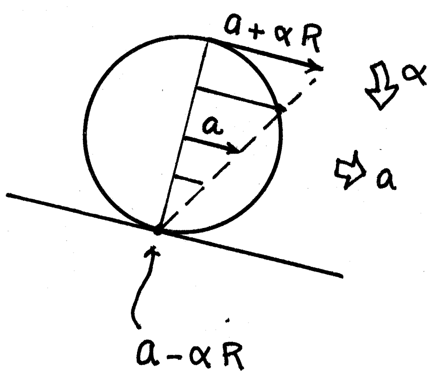


$$\sum F_Y = N - P.\cos\theta = 0 \qquad \text{I}$$

$$\sum F_X = F - f_e + P.\text{sen}\,\theta = m\,a \qquad \text{II}$$

$$\sum M_o = F.d + f_e.R = I_o.\alpha \qquad \text{III}$$

relación entre las aceleraciones



INERCIA

$$I_o = \frac{2}{5} m R^2$$

$$= \frac{2}{5} \cdot 4\,kg \cdot (0{,}05\,m)^2$$

$$= 0{,}004\,kgm^2$$

como el punto de contacto no desliza : $a - \alpha R = 0$

$$\Downarrow$$

$$a = \alpha R$$

$$(\text{III}) \quad F \cdot d + f_e \cdot R = I_0 \cdot \alpha$$

$$10\,N \cdot 0{,}03\,m + f_e \cdot 0{,}05\,m = 0{,}004\,kgm^2 \cdot \left(\frac{a}{0{,}05\,m}\right)$$

$$0{,}3 + f_e \cdot 0{,}05 = 0{,}08 \cdot a$$

$$f_e \cdot 0{,}05 = 0{,}08 \cdot a - 0{,}3$$

$$f_e = 1.6\,a - 6$$

$$(\text{II}) \quad F - f_e + P \cdot \operatorname{sen}\theta = m \cdot a$$

$$10\,N - (1{,}6\,a - 6) + 39{,}2 \cdot \operatorname{sen} 15^\circ = 4\,kg \cdot a$$

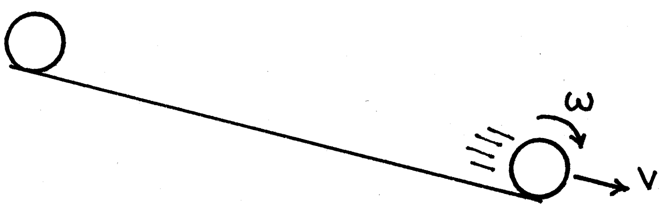
$$10 - 1{,}6\,a + 6 + 10{,}14 = 4 \cdot a$$

$$26{,}14 = 5{,}6 \cdot a$$

$$a = 4{,}67\,\frac{m}{s^2} \rightarrow \alpha = \frac{a}{R}$$

$$\alpha = \frac{4{,}67\,m/s^2}{0{,}05\,m}$$

$$\alpha = 93{,}4\,\frac{rad}{s^2}$$



$$V^2 = V_0^2 + 2\,a\,(x - x_0)$$

$$V^2 = 0 + 2 \cdot 4{,}67\,\frac{m}{s^2} \cdot 20\,m$$

$$V = 13{,}7\,m/s$$