ΠΛΗ30

ΕΝΟΤΗΤΑ 3: ΚΑΝΟΝΙΚΕΣ ΓΛΩΣΣΕΣ

Μάθημα 3.5:
Ισοδυναμία Κ.Ε. – Μ.Π.Α. – Ν.Π.Α.

Δημήτρης Ψούνης

www.psounis.gr

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

Α. Σκοπός του Μαθήματος

Οι στόχοι του μαθήματος είναι:

Επίπεδο Α

- Μετατροπή ΜΠΑ (με ε-κινήσεις) σε ΜΠΑ (χωρίς ε-κινήσεις)
- Μετατροπή ΜΠΑ (χωρίς ε-κινήσεις) σε ΝΠΑ

Επίπεδο Β

- Μετατροπή Κ.Ε. σε ΜΠΑ (με ε-κινήσεις)

Επίπεδο Γ

- Μετατροπή ΝΠΑ σε Κ.Ε.

Β. Θεωρία

Μετατροπές

Ορισμός Κανονικής Γλώσσας:

- Μία γλώσσα θα λέγεται **Κανονική Γλώσσα** αν και μόνο αν
  - Υπάρχει Κανονική Εκφραση (Κ.Ε.) που την περιγράφει.
  - Υπάρχει Ντετερμινιστικό Πεπερασμένο Αυτόματο (Ν.Π.Α.) που αναγνωρίζει τις συμβολοσειρές της.
  - Υπάρχει Μη Ντετερμινιστικό Πεπερασμένο Αυτόματο (Μ.Π.Α) που αναγνωρίζει τις συμβολοσειρές της.

- Η έννοια της ισοδυναμίας των παραπάνω κατασκευασμάτων θα αποδειχθεί ως εξής:
  - Θα δούμε αλγόριθμο που μετατρέπει Κ.Ε. σε Μ.Π.Α-ε
  - Θα δούμε αλγόριθμο που μετατρέπει Μ.Π.Α-ε σε ΜΠΑ
  - Θα δούμε αλγόριθμο που μετατρέπει ΜΠΑ σε ΝΠΑ
  - Θα δούμε αλγόριθμο που μετατρέπει ΝΠΑ σε Κ.Ε.
- Στα παραπάνω εννοούμε:
  - ΜΠΑ-ε: Μη Ντετερμινιστικό Πεπερασμένο Αυτόματο με ε-κινήσεις
  - ΜΠΑ: Μη Ντετερμινιστικό Πεπερασμένο Αυτόματο χωρίς ε-κινήσεις

B. Θεωρία

1. Μετατροπή Κ.Ε. σε ΜΠΑ-ε

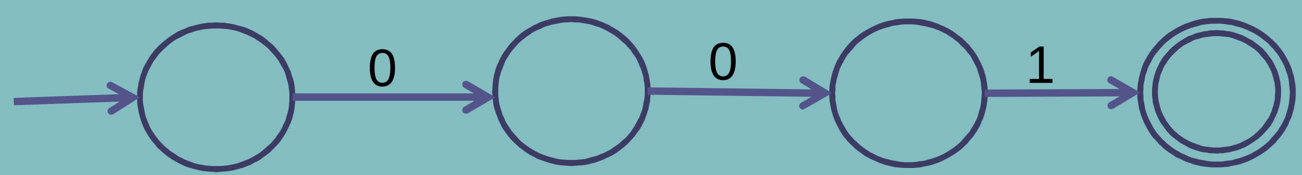
1. Αλγόριθμος Μετατροπής

Η μετατροπή μιας Κ.Ε σε ΜΠΑ-ε γίνεται με βάση τους εξής κανόνες:

1. Τα αυτόματα για τις στοιχειώδεις κανονικές εκφράσεις ∅, ε, σ είναι:

M(∅) M(ε) M(σ)

Επίσης το βιβλίο του ΕΑΠ μας δίνει το δικαίωμα να θεωρήσουμε ότι και το ΜΠΑ για μια σκέτη συμβολοσειρά προκύπτει με «ξάπλωμα» της συμβολοσειράς σε διαδοχικές μεταβάσεις (π.χ. M(001)):



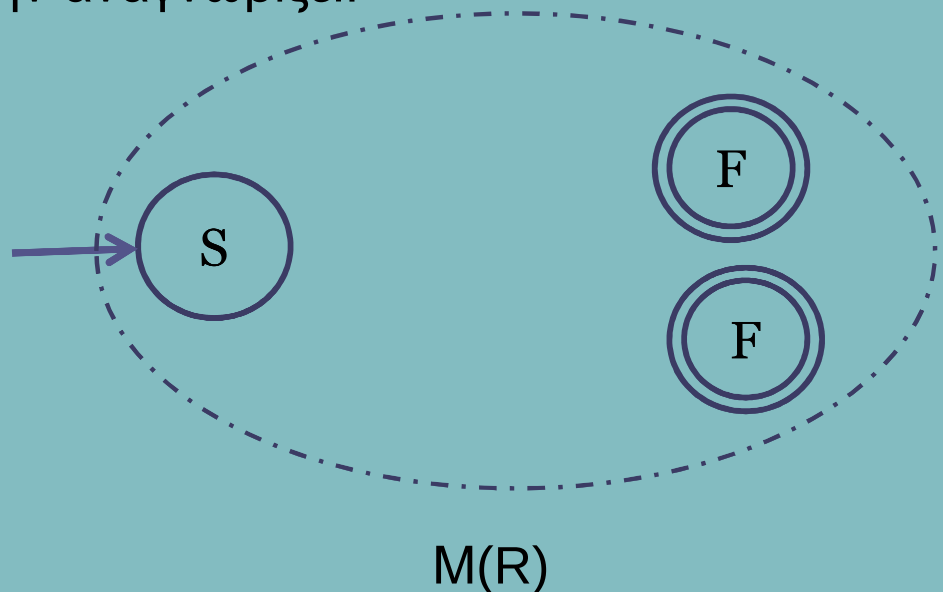
M(001)

Β. Θεωρία

1. Μετατροπή Κ.Ε. σε ΜΠΑ-ε

1. Αλγόριθμος Μετατροπής

Έστω τώρα ότι για μια κανονική έκφραση R έχουμε την εξής αναπαράσταση για το ΜΠΑ που την αναγνωρίζει:



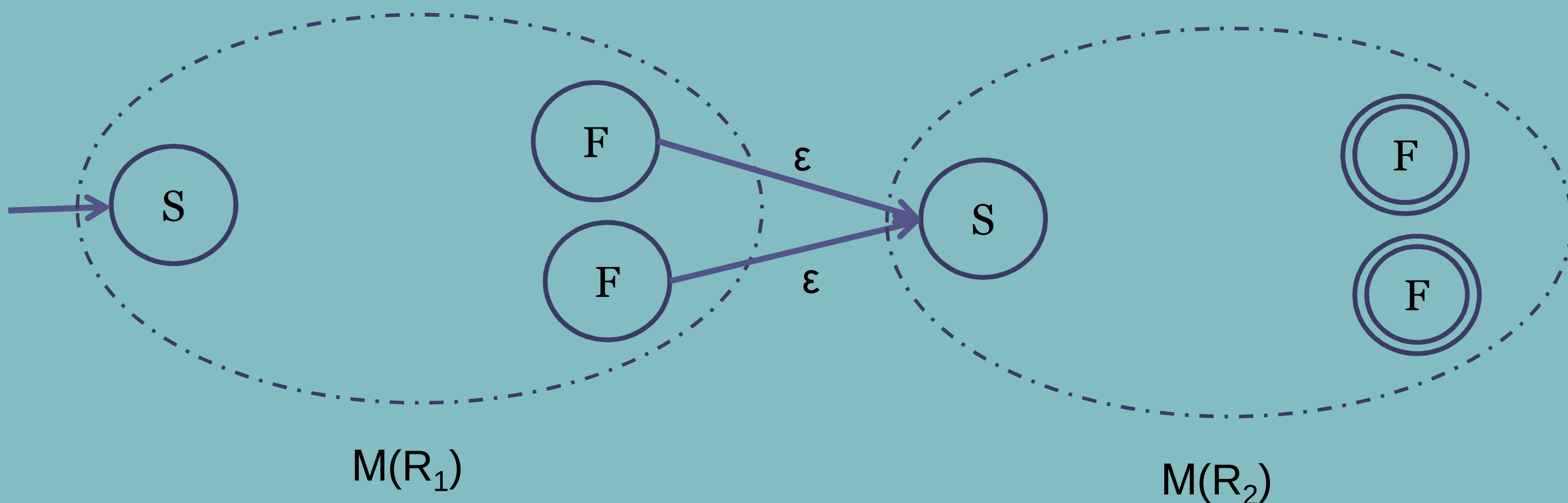
Έτσι αν έχουμε δύο αυτόματα M(R1), M(R2) θα διατυπώσουμε κανόνες για την παραγωγή των αυτομάτων των κανονικών εκφράσεων R_1+R_2, R_1R_2 και R*

Β. Θεωρία

1. Μετατροπή Κ.Ε. σε ΜΠΑ-ε

1. Αλγόριθμος Μετατροπής

2. Στην R_1R_2 αντιστοιχούμε το αυτόματο:



Δηλαδή:

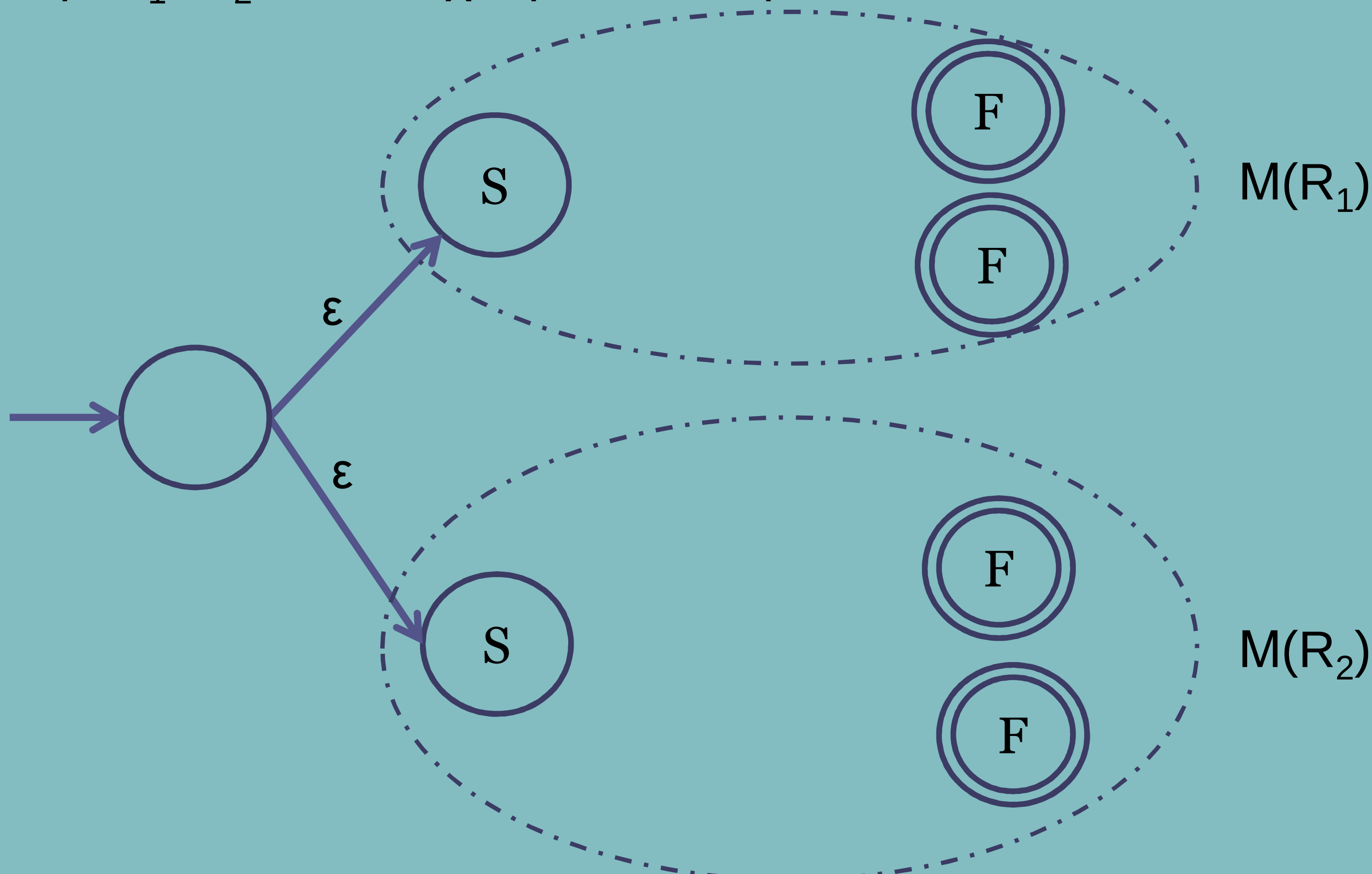
- Φεύγουν ε-κινήσεις από τις τελικές του M(R1) προς την αρχική του M(R2)
- Οι τελικές του M(R1) γίνονται μη τελικές καταστάσεις.

Β. Θεωρία

1. Μετατροπή Κ.Ε. σε ΜΠΑ-ε

1. Αλγόριθμος Μετατροπής

3. Στην R_1+R_2 αντιστοιχούμε το αυτόματο:



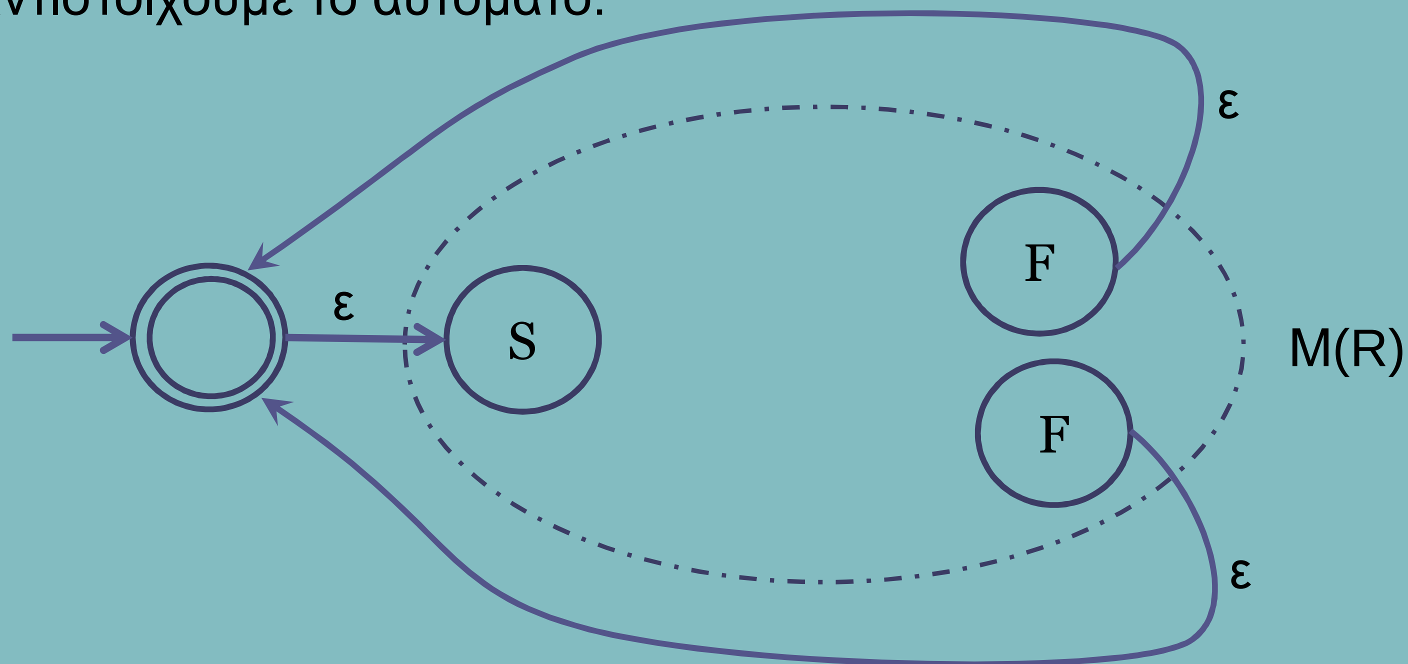
Δηλαδή:
- Προσθέτουμε μία νέα αρχική κατάσταση
- Με ε-κινήσεις πηγαίνουμε από την νέα αρχική κατάσταση στις προηγούμενες αρχικές.

Β. Θεωρία

1. Μετατροπή Κ.Ε. σε ΜΠΑ-ε

1. Αλγόριθμος Μετατροπής

4. Στην R* αντιστοιχούμε το αυτόματο:



Δηλαδή:

- Προσθέτουμε μία νέα αρχική κατάσταση (που είναι και τελική)
- Με ε-κίνηση πάμε από την νέα αρχική στην προηγούμενη αρχική.
- Με ε-κινήσεις φεύγουμε από τις προηγούμενες τελικές προς την νέα αρχική.
- Οι προηγούμενες τελικές γίνονται μη τελικές καταστάσεις.

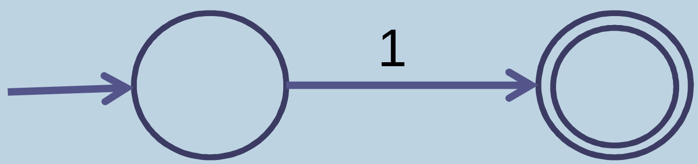
Β. Θεωρία

1. Μετατροπή Κ.Ε. σε ΜΠΑ-ε

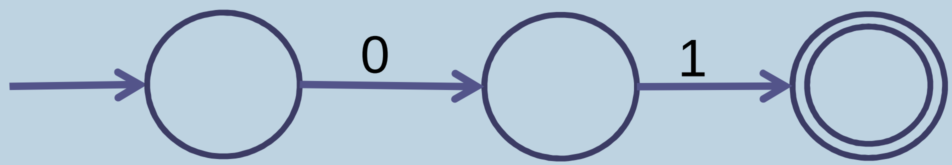
2. Παραδείγματα

Με χρήση των παραπάνω κανόνων μπορούμε να μετατρέψουμε οποιοδήποτε αυτόματο στο ισοδύναμο ΜΠΑ-ε πηγαίνοντας «από μέσα προς τα έξω», δηλαδή πρώτα τις συμβολοσειρές και έπειτα βήμα βήμα σύνθεση της κανονικής έκφρασης:

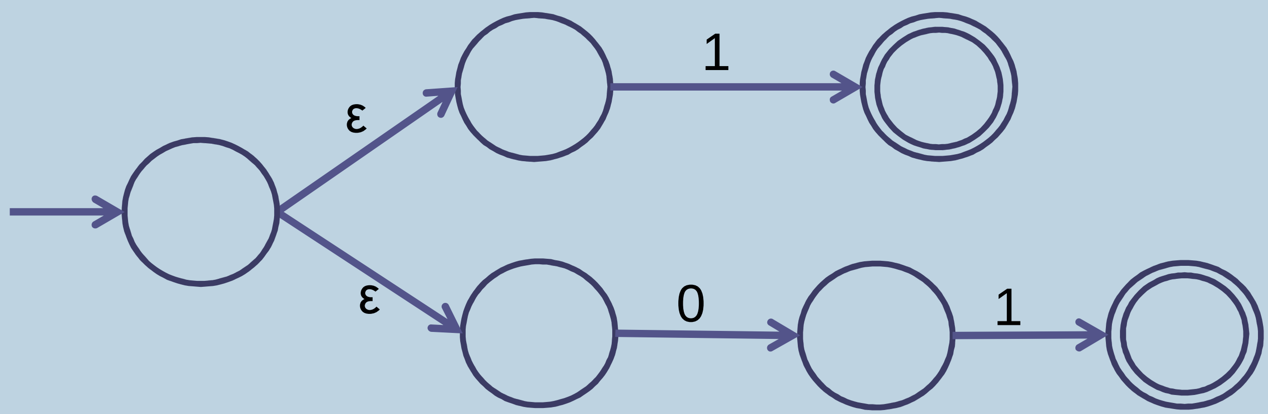
Παράδειγμα (1+01)*:



M(1)



M(01)



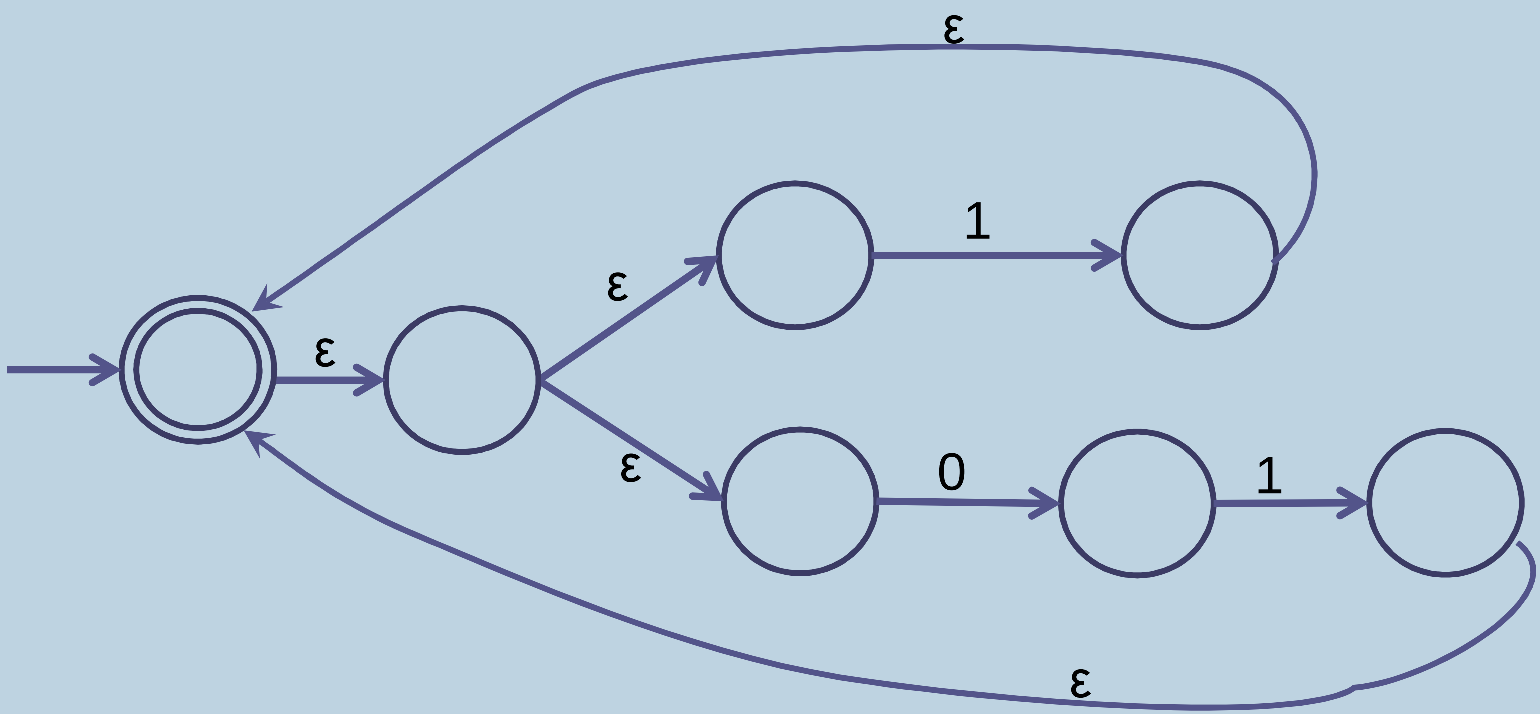
M(1+01)

Β. Θεωρία

1. Μετατροπή Κ.Ε. σε ΜΠΑ-ε

2. Παραδείγματα

…(συνέχεια) παράδειγμα (1+01)*:



M((1+01)*)

Β. Θεωρία

2. Μετατροπή ΜΠΑ-ε σε ΜΠΑ

1. Αλγόριθμος Μετατροπής

ΘΕΩΡΗΜΑ: Κάθε ΜΠΑ-ε, έστω $\widehat{\mathrm{M}} = (\widehat{\mathrm{Q}}, \widehat{\Sigma}, \widehat{q_0}, \widehat{\delta}, \widehat{\mathrm{F}})$ μετατρέπεται σε ένα ισοδύναμο ΜΠΑ $\mathrm{M} = (\mathrm{Q}, \Sigma, q_0, \delta, F)$ χωρίς ε-κινήσεις.

Οι κανόνες της μετατροπής είναι οι εξής:

1. Οι καταστάσεις μένουν ίδιες: $\mathrm{Q} = \widehat{\mathrm{Q}}$, το αλφάβητο μένει ίδιο: $\Sigma = \widehat{\Sigma}$ και η αρχική κατάσταση μένει ίδια: $q_0 = \widehat{q_0}$

2. Οι τελικές καταστάσεις είναι ίδιες: $\mathrm{F} = \widehat{\mathrm{F}}$ και συμπεριλαμβάνουμε και την αρχική κατάσταση q_0 (γίνεται τελική) αν υπάρχει μονοπάτι ε-κινήσεων από την αρχική σε κάποια τελική κατάσταση.

3. Ορίζουμε την συνάρτηση δ υπολογίζονται για κάθε κατάσταση q και σύμβολο εισόδου σ την συνάρτηση:

$$\delta(q, \sigma) = \varepsilon(\widehat{\delta}(\varepsilon(q), \sigma))$$

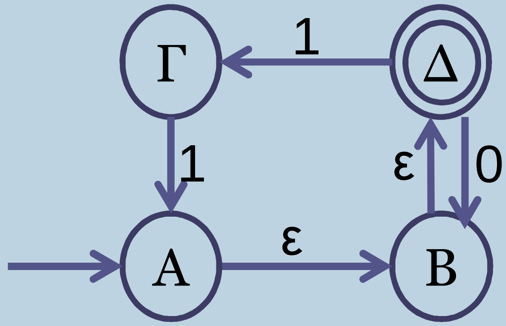
   - $\varepsilon(Q)$: Σε ποιες καταστάσεις πάμε από την Q χωρίς το διάβασμα κάποιου συμβόλου (προσοχή ότι πάντα μένουμε και στην Q)
   - $\widehat{\delta}(\mathrm{Q}, \sigma)$: Σε ποιες καταστάσεις πάμε από την Q διαβάζοντας το σύμβολο σ.

Β. Θεωρία

2. Μετατροπή Μετατροπή ΜΠΑ-ε σε ΜΠΑ

2. Παράδειγμα Χρήσης του Τυπικού Ορισμού

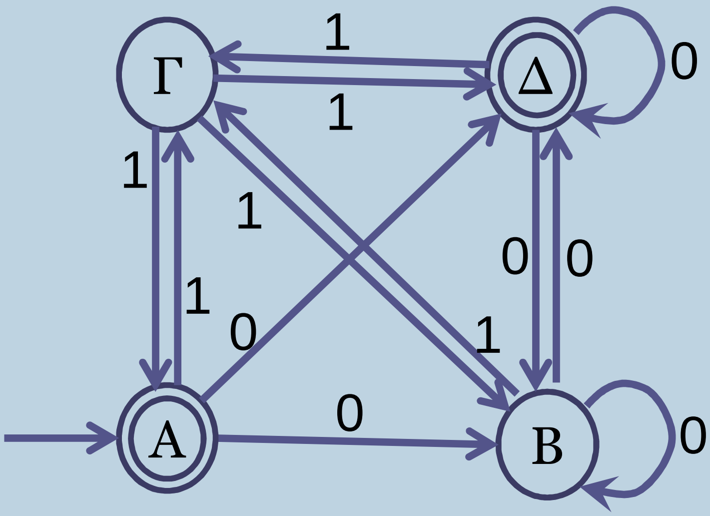
ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ: Μετατρέπουμε το ακόλουθο ΜΠΑ-ε στο ισοδύναμο ΜΠΑ:



Εφαρμόζουμε τον ορισμό:

- $\delta(A,0) = \varepsilon\left(\hat{\delta}(\varepsilon(A),0)\right) = \varepsilon\left(\hat{\delta}(\{A,B,\Delta\},0)\right) = \varepsilon(\{B\}) = \{B,\Delta\}$
- $\delta(A,1) = \varepsilon\left(\hat{\delta}(\varepsilon(A),1)\right) = \varepsilon\left(\hat{\delta}(\{A,B,\Delta\},1)\right) = \varepsilon(\{\Gamma\}) = \{\Gamma\}$
- $\delta(B,0) = \varepsilon\left(\hat{\delta}(\varepsilon(B),0)\right) = \varepsilon\left(\hat{\delta}(\{B,\Delta\},0)\right) = \varepsilon(\{B\}) = \{B,\Delta\}$
- $\delta(B,1) = \varepsilon\left(\hat{\delta}(\varepsilon(B),1)\right) = \varepsilon\left(\hat{\delta}(\{B,\Delta\},1)\right) = \varepsilon(\{\Gamma\}) = \{\Gamma\}$
- $\delta(\Gamma,0) = \varepsilon\left(\hat{\delta}(\varepsilon(\Gamma),0)\right) = \varepsilon\left(\hat{\delta}(\{\Gamma\},0)\right) = \varepsilon(\emptyset) = \emptyset$
- $\delta(\Gamma,1) = \varepsilon\left(\hat{\delta}(\varepsilon(\Gamma),1)\right) = \varepsilon\left(\hat{\delta}(\{\Gamma\},1)\right) = \varepsilon(\{A\}) = \{A,B,\Delta\}$
- $\delta(\Delta,0) = \varepsilon\left(\hat{\delta}(\varepsilon(\Delta),0)\right) = \varepsilon\left(\hat{\delta}(\{\Delta\},0)\right) = \varepsilon(\{B\}) = \{B,\Delta\}$
- $\delta(\Delta,1) = \varepsilon\left(\hat{\delta}(\varepsilon(\Delta),1)\right) = \varepsilon\left(\hat{\delta}(\{\Delta\},1)\right) = \varepsilon(\{\Gamma\}) = \{\Gamma\}$

Συνεπώς το ΜΠΑ είναι:



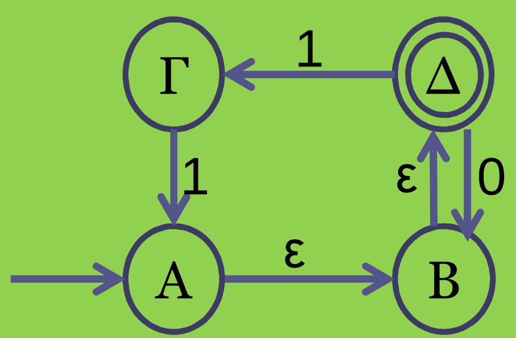
Β. Θεωρία

2. Μετατροπή Μετατροπή ΜΠΑ-ε σε ΜΠΑ

3. Εφαρμογή με εμπειρικό τρόπο

Εμπειρικά θα εφαρμόζουμε τον αλγόριθμο ως εξής:

- Θα βάζουμε τις ίδιες καταστάσεις
- Θα βάζουμε την ίδια αρχική και τις ίδιες τελικές.
  - Θα παρατηρούμε αν υπάρχει μονοπάτι ε-κινήσεων από την αρχική σε κάποια τελική οπότε και οι αρχικές θα γίνονται τελικές.
- Θα κατασκευάζουμε στο πρόχειρο ένα πινακακι μετάβασης που για κάθε κατ/ση και σύμβολο θα υπολογίζουμε το **ε-σ-ε** του:
  - **ε:** που πάμε από την κατάσταση χωρίς διάβασμα συμβόλου (προσοχή ότι πάντα μένουμε και στην ίδια κατάσταση χωρίς διάβασμα συμβόλου)
  - **σ:** που πηγαίνουμε από τις καταστάσεις του προηγούμενου βήματος με το σύμβολο που μελετάμε.
  - **ε:** που πάμε από τις καταστάσεις του προηγούμενου βήματος χωρίς διάβασμα συμβόλου
- Για παράδειγμα στο αυτόματο:



- Π.χ. για την κατ/ση Α με 0:
  - ε: Α,Β,Δ
  - 0:⊗,⊗,Β
  - ε: Β,Δ

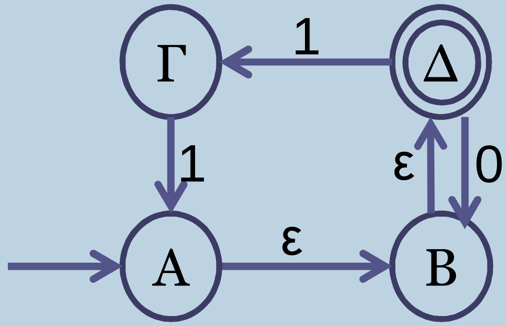
- Τελικά στο καθαρό θα παρουσιάζουμε μόνο τον πίνακα μετάβασης και το σχήμα του αυτομάτου

Β. Θεωρία

2. Μετατροπή Μετατροπή ΜΠΑ-ε σε ΜΠΑ

4. Παράδειγμα με Εμπειρικό Τρόπο

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ: Μετατρέπουμε το ακόλουθο ΜΠΑ-ε στο ισοδύναμο ΜΠΑ:



ΠΡΟΧΕΙΡΟ:

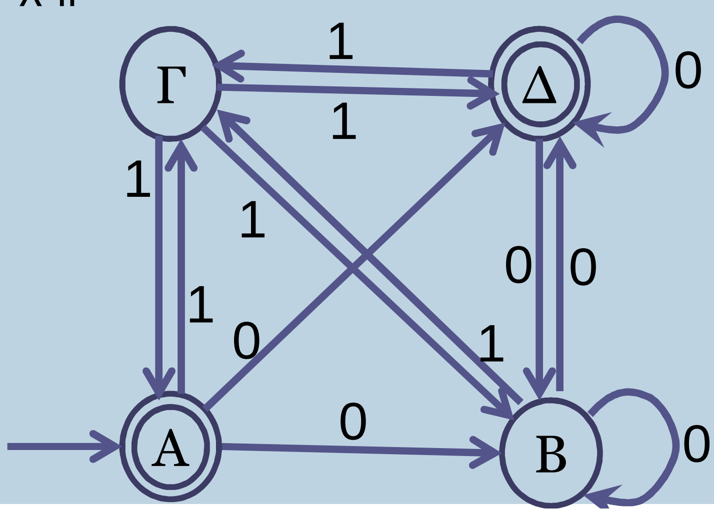
	0	1
Α	ε:Α,Β,Δ 0:⊗,⊗,Β ε:Β,Δ	ε:Α,Β,Δ 1:⊗,⊗,Γ ε:Γ
Β	ε:Β,Δ 0:⊗,Β ε:Β,Δ	ε:Β,Δ 1:⊗,Γ ε:Γ
Γ	ε:Γ 0:⊗ ε:	ε:Γ 1:Α ε:Α,Β,Δ
Δ	ε:Δ 0:Β ε:Β,Δ	ε:Δ 1:Γ ε:Γ

ΚΑΘΑΡΟ:

Ο πίνακας μετάβασης που προκύπτει από τον αλγόριθμο μετατροπής είναι:

	0	1
Α	{Β,Δ}	{Γ}
Β	{Β,Δ}	{Γ}
Γ	∅	{Α,Β,Δ}
Δ	{Β,Δ}	{Γ}

και σχηματικά:



Β. Θεωρία

3. Μετατροπή ΜΠΑ σε ΝΠΑ

1. Αλγόριθμος Μετατροπής

ΘΕΩΡΗΜΑ: Κάθε ΜΠΑ, έστω $\mathrm{M} = (\mathrm{Q}, \Sigma, q_0, \delta, F)$ μετατρέπεται σε ένα ισοδύναμο ΝΠΑ $\mathrm{M}' = (\mathrm{Q}', \Sigma', q_0', \delta', F')$.

Οι κανόνες της μετατροπής είναι οι εξής:

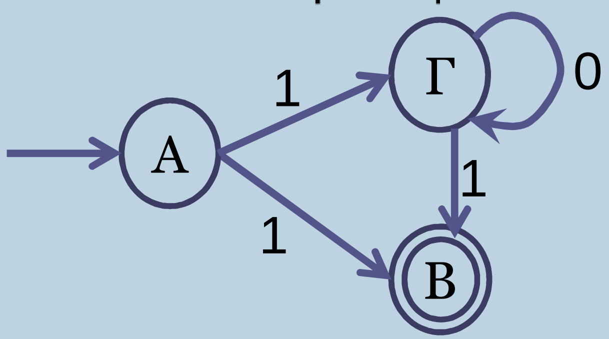
1. Οι καταστάσεις Q', είναι όσα και τα υποσύνολα του Q. ‘Αρα ισχύει ότι το ΝΠΑ θα έχει $2^{|Q|}$ καταστάσεις.
2. Το αλφάβητο μένει ίδιο: Σ’=Σ
3. Η αρχική κατάσταση είναι ίδια και συγκεκριμένα: $q_0' = \{q_0'\}$
4. Ορίζουμε την συνάρτηση δ΄ υπολογίζοντας για κάθε κατάσταση Χ και συμβολο εισόδου σ την παράσταση:
$$\delta'(\mathrm{X}, \sigma) = \cup_{p \in X} \delta(p, \sigma)$$
Δηλαδή για κάθε κατάσταση που ανήκει στην Χ υπολογίζουμε σε ποιες καταστάσεις πάμε με το σύμβολο σ στο ΜΠΑ. Η ένωση τους είναι η νέα κατάσταση.
5. Οι τελικές καταστάσεις είναι όσες περιέχουν τελική κατάσταση του Μ:
$F' = \{q \in Q' \mid q \cap F \neq \emptyset\}$

Β. Θεωρία

3. Μετατροπή ΜΠΑ σε ΝΠΑ

2. Παράδειγμα Χρήσης του Τυπικού Ορισμού

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ: Μετατρέπουμε το ακόλουθο ΜΠΑ στο ισοδύναμο ΝΠΑ:



Όλα τα υποσύνολα των καταστάσεων είναι: $\emptyset$, $\{A\}$, $\{B\}$, $\{\Gamma\}$, $\{A,B\}$, $\{A,\Gamma\}$, $\{B,\Gamma\}$, $\{A,B,\Gamma\}$

Υπολογίζουμε την συνάρτηση δ' για κάθε υποσύνολο και κάθε σύμβολο εισόδου:

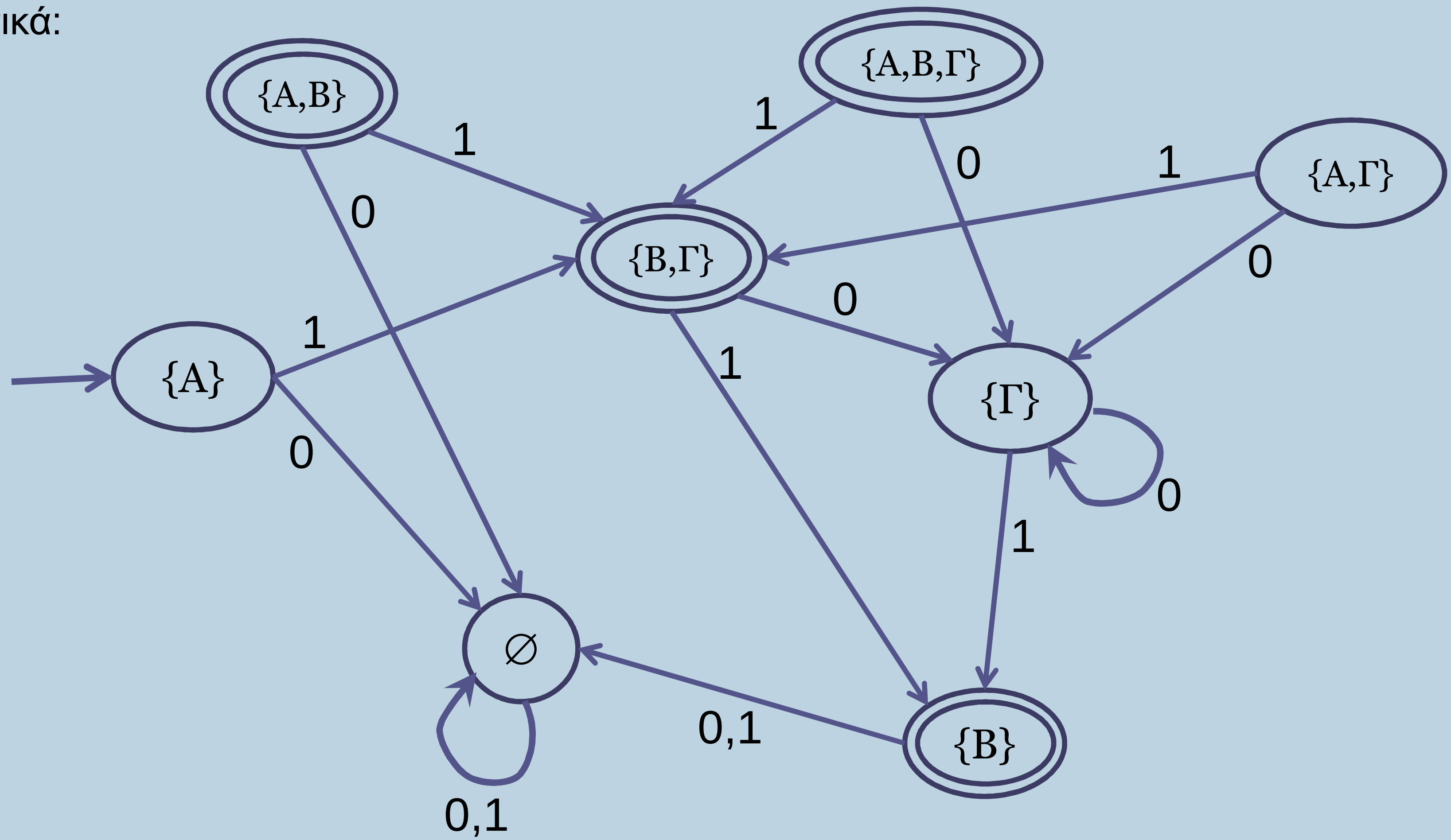
- $\delta(\emptyset,0)=\emptyset$
- $\delta(\emptyset,1)=\emptyset$
- $\delta(\{A\},0)=\emptyset$
- $\delta(\{A\},1)=\{B,\Gamma\}$
- $\delta(\{B\},0)=\emptyset$
- $\delta(\{B\},1)=\emptyset$
- $\delta(\{\Gamma\},0)=\{\Gamma\}$
- $\delta(\{\Gamma\},1)=\{B\}$
- $\delta(\{A,B\},0)=\emptyset$
- $\delta(\{A,B\},1)=\{B,\Gamma\}$
- $\delta(\{A,\Gamma\},0)=\{\Gamma\}$
- $\delta(\{A,\Gamma\},1)=\{B,\Gamma\}$
- $\delta(\{B,\Gamma\},0)=\{\Gamma\}$
- $\delta(\{B,\Gamma\},1)=\{B\}$
- $\delta(\{A,B,\Gamma\},0)=\{\Gamma\}$
- $\delta(\{A,B,\Gamma\},1)=\{B,\Gamma\}$

Β. Θεωρία

3. Μετατροπή ΜΠΑ σε ΝΠΑ

2. Παράδειγμα Χρήσης του Τυπικού Ορισμού

Σχηματικά:



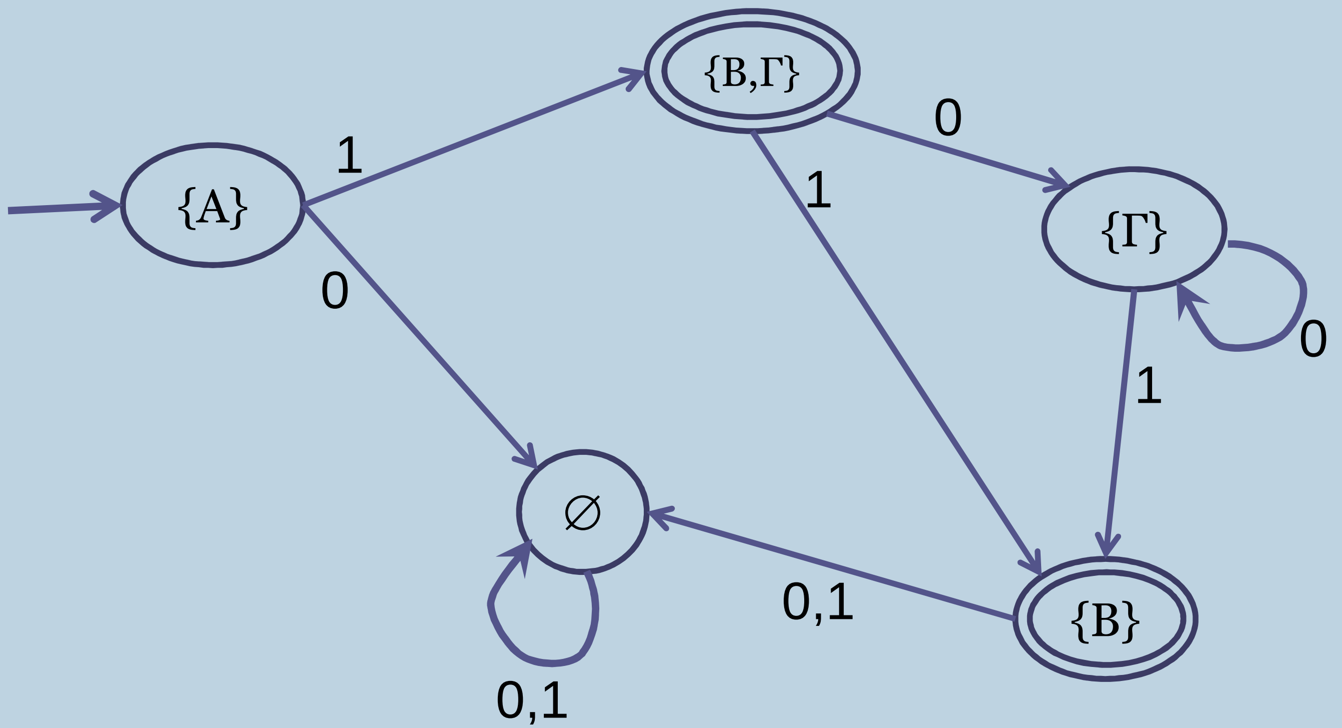
ΚΑΝΟΝΑΣ ΑΠΛΟΠΟΙΗΣΗΣ: Αν για κάποια κατάσταση δεν υπάρχει μονοπάτι που να ξεκινάει από την αρχική και να καταλήγει σε αυτήν τότε αυτή μπορεί να καταργηθεί. Εφαρμογή: Καταργούνται οι {Α,Β}, {Α,Β,Γ}, {Α,Γ}

Β. Θεωρία

3. Μετατροπή ΜΠΑ σε ΝΠΑ

2. Παράδειγμα Χρήσης του Τυπικού Ορισμού

Άρα τελικά το αυτόματο είναι:



Β. Θεωρία

3. Μετατροπή ΜΠΑ σε ΝΠΑ

3. Εφαρμογή με εμπειρικό τρόπο

Εμπερικά θα εφαρμόζουμε τον αλγόριθμο ως εξής:

- Θα κατασκευάζουμε τον πίνακα μετάβασης του αρχικού ΜΠΑ στο πρόχειρο.

- Θα κατασκευάζουμε τον πίνακα μετάβασης του νέου ΝΠΑ ως εξής:
  - Θα βάζουμε μόνο την αρχική κατάσταση στον νέο πίνακα.
  - Όποιες νέες καταστάσεις προκύπτουν θα τις θέτουμε προς μελέτη σε νέες γραμμές του πίνακα μετάβασης του ΝΠΑ.
    - Η μελέτη μίας κατάστασης Χ με το σύμβολο εισόδου σ γίνεται ως εξής:
      - Για κάθε κατάσταση που περιέχεται στο Χ γράφουμε τον συνδυασμό των καταστάσεων που πηγαίνουμε με το σ από κάθε κατάσταση που περιέχεται στο Χ.
  - Ο πίνακας μετάβασης θα σταματά όταν δεν θα υπάρχουν νέες καταστάσεις προς διερευνηση.

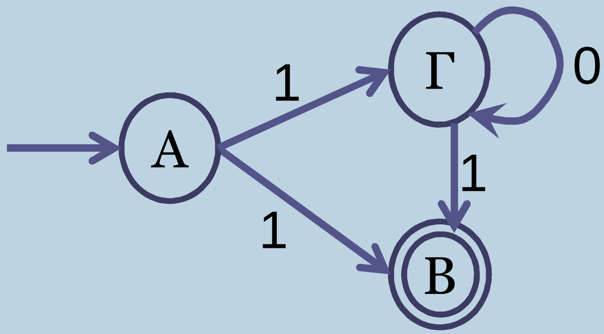
- Θα δίνουμε την σχηματική απεικόνιση του ΝΠΑ
  - Η αρχική κατάσταση είναι η ίδια
  - Οι τελικές καταστάσεις είναι όσες περιέχουν τελική του ΜΠΑ.

Β. Θεωρία

3. Μετατροπή ΜΠΑ σε ΝΠΑ

3. Εφαρμογή με εμπειρικό τρόπο

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ: Μετατρέπουμε το ακόλουθο ΜΠΑ στο ισοδύναμο ΝΠΑ:



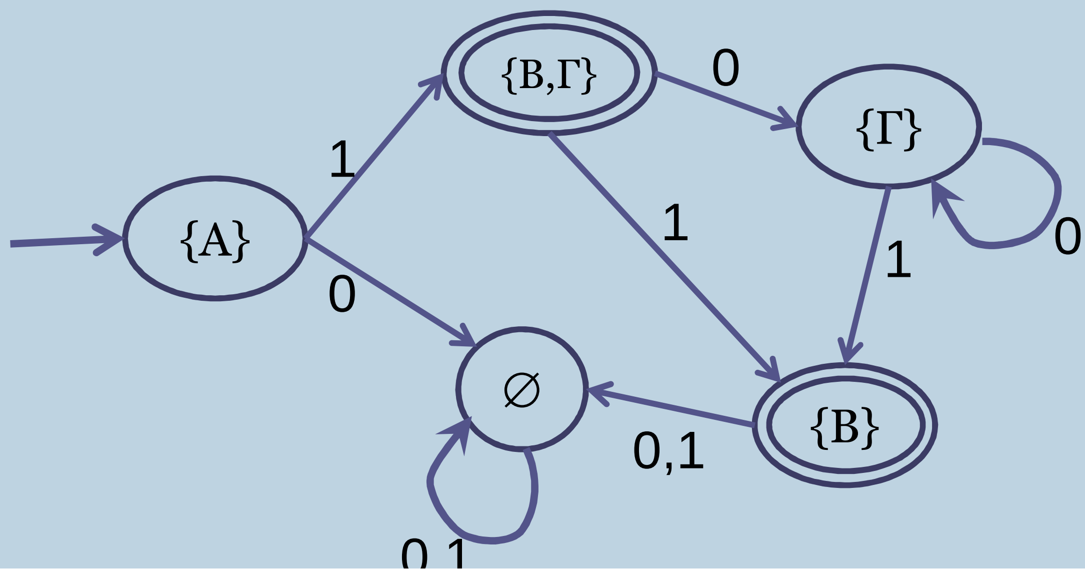
ΚΑΘΑΡΟ: Εφαρμόζω τον αλγόριθμο μετατροπής ΜΠΑ=>ΝΠΑ

	0	1
{A}	∅	{Β,Γ}
∅	∅	∅
{Β,Γ}	{Γ}	{Β}
{Γ}	{Γ}	{Β}
{Β}	∅	∅

ΠΡΟΧΕΙΡΟ

	0	1
A	∅	{Β,Γ}
Β	∅	∅
Γ	{Γ}	{Β}

και σχηματικά είναι:



Β. Θεωρία

4. Μετατροπή ΝΠΑ σε Κ.Ε.

1. Αλγόριθμος Μετατροπής

ΘΕΩΡΗΜΑ: Κάθε ΝΠΑ, έστω $M = (Q, \Sigma, q_0, \delta, F)$ μετατρέπεται σε μία ισοδύναμη κανονική έκφραση.

Η διαδικασία της μετατροπής είναι η εξής:

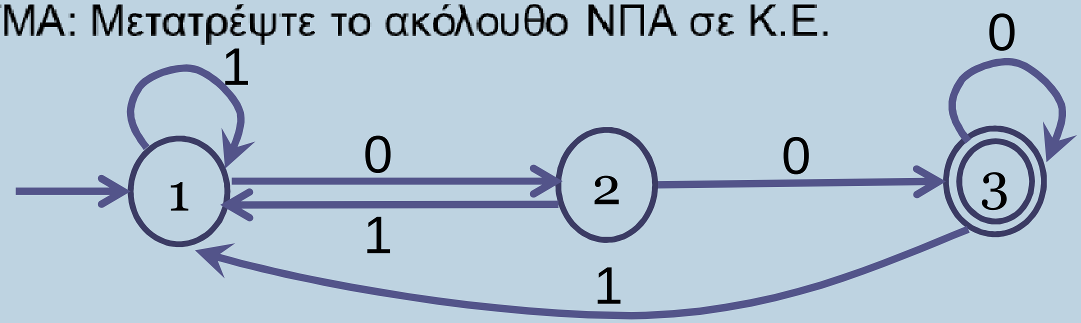
1. Θεωρούμε ότι οι καταστάσεις έχουν αρίθμηση: 1,…,n
2. Ορίζουμε το $R^k(p,q)$ ως το σύνολο των συμβολοσειρών που αντιστοιχούν σε ένα μονοπάτι από το p στο q χρησιμοποιώντας τις καταστάσεις 1,…,k και υπολογίζουμε:
   1. Αρχικά υπολογίζουμε τα $R^0(p,q) = \{\sigma \mid \delta(p,\sigma) = q\}$ αν υπάρχει μετάβαση από την p στην q διαβάζοντας σ και ειδικά: $R^0(p,p) = \{\sigma \mid \delta(p,\sigma) = p\} \cup \{\varepsilon\}$
   2. Και έπειτα για κάθε k=1,…,n $R^k(p,q) = R^{k-1}(p,q) + R^{k-1}(p,p_k)\left(R^{k-1}(p_k,p_k)\right)^* R^{k-1}(p_k,q)$
3. Τελικά η κανονική έκφραση είναι: $R = R^n(q_0,f_1) + R^n(q_0,f_2) + \ldots + R^n(q_0,f_m)$
   Όπου οι $f_1, f_2, \ldots, f_m$ οι τελικές καταστάσεις του αυτομάτου.

Β. Θεωρία

4. Μετατροπή ΝΠΑ σε ΚΕ

2. Παράδειγμα

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ: Μετατρέψτε το ακόλουθο ΝΠΑ σε Κ.Ε.



Η επίλυση είναι αναδρομική δηλαδή «από πάνω προς τα κάτω», προκειμένου να υπολογιστούν μόνο οι αναγκαίες εκφράσεις:

$R = R^3(1,3) = R^2(1,3) + R^2(1,3)(R^2(3,3))^*R^2(3,3)$

Υπολογίζουμε τους όρους που προέκυψαν:

$R^2(1,3) = R^1(1,3) + R^1(1,2)(R^1(2,2))^*R^1(2,3)$

$R^2(3,3) = R^1(3,3) + R^1(3,2)(R^1(2,2))^*R^1(2,3)$

Υπολογίζουμε τους όρους που προέκυψαν:

$R^1(1,3) = R^0(1,3) + R^0(1,1)(R^0(1,1))^*R^0(1,3)$

$R^1(1,2) = R^0(1,2) + R^0(1,1)(R^0(1,1))^*R^0(1,2)$

$R^1(2,2) = R^0(2,2) + R^0(2,1)(R^0(1,1))^*R^0(1,2)$

$R^1(2,3) = R^0(2,3) + R^0(2,1)(R^0(1,1))^*R^0(1,3)$

$R^1(3,3) = R^0(3,3) + R^0(3,1)(R^0(1,1))^*R^0(1,3)$

$R^1(3,2) = R^0(3,3) + R^0(3,1)(R^0(1,1))^*R^0(1,2)$

Υπολογίζουμε τους όρους που προέκυψαν:

$R^0(1,1) = 1 + \varepsilon$

$R^0(1,2) = 0$

$R^0(1,3) = \emptyset$

$R^0(2,1) = 1$

$R^0(2,2) = \varepsilon$

$R^0(2,3) = 0$

$R^0(3,1) = 1$

$R^0(3,2) = \emptyset$

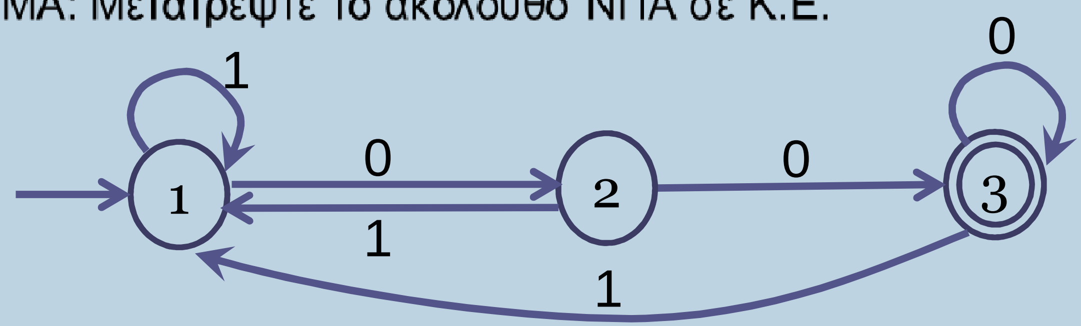
$R^0(3,3) = 0 + \varepsilon$

Β. Θεωρία

4. Μετατροπή ΝΠΑ σε ΚΕ

2. Παράδειγμα

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ: Μετατρέψτε το ακόλουθο ΝΠΑ σε Κ.Ε.



Η κανονική εκφραση θα κατασκευαστεί συμπληρώνοντας αντίστροφα τις ποσότητες που έχουμε κατασκευάσει (χρησιμοποιούμε τις ιδιότητες (s+ε)*=s* και s∅=∅

Από τους αρχικούς όρους:

$R^0(1,1) = 1 + \varepsilon$
$R^0(1,2) = 0$
$R^0(1,3) = \emptyset$
$R^0(2,1) = 1$
$R^0(2,2) = \varepsilon$
$R^0(2,3) = 0$
$R^0(3,1) = 1$
$R^0(3,2) = \emptyset$
$R^0(3,3) = 0 + \varepsilon$

Έχουμε τους όρους:

$R^1(1,3) = \emptyset + (1+\varepsilon)(1+\varepsilon)^*\emptyset = \emptyset$
$R^1(1,2) = 0 + (1+\varepsilon)(1+\varepsilon)^*0 = 0 + 11^*0$
$R^1(2,2) = \varepsilon + 1(1+\varepsilon)^*0 = \varepsilon + 11^*0$
$R^1(2,3) = 0 + 1(1+\varepsilon)^*\emptyset = 0$
$R^1(3,3) = 0 + \varepsilon + 1(1+\varepsilon)^*\emptyset = 0 + \varepsilon$
$R^1(3,2) = \emptyset + 1(1+\varepsilon)^*0 = 11^*0$

Άρα έχουμε τους όρους:

$R^2(1,3) = \emptyset + (0 + 11^*0)(\varepsilon + 11^*0)^*0$
$\qquad = (0 + 11^*0)(11^*0)^*0$
$R^2(3,3) = 0 + \varepsilon + 11^*0(\varepsilon + 11^*0)^*0$
$\qquad = 0 + \varepsilon + 11^*0(11^*0)^*0$

Άρα η τελική κανονική έκφραση είναι:

$$R = (0 + 11^*0)(11^*0)^*0 + (0 + 11^*0)(11^*0)^*0(0 + \varepsilon + 11^*0(11^*0)^*0)^*(0 + \varepsilon + 11^*0(11^*0)^*0)$$

Γ. Ασκήσεις
Ασκηση Κατανόησης 1

Δώστε ΜΠΑ που αναγνωρίζουν τις συμβολοσειρές των κανονικών εκφράσεων:

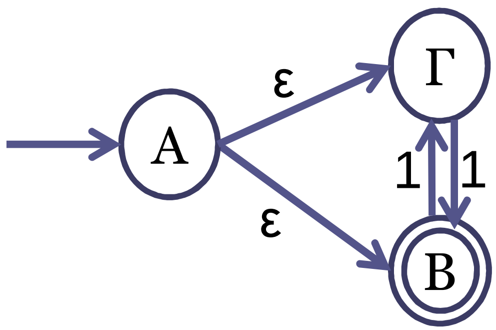
(Α) (11)*+0*

(Β) 010(11)*01+0*10*

(Γ) (0+10)*+(1+0*0)*+1

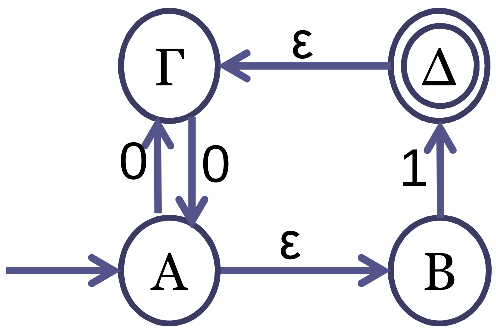
Γ. Ασκήσεις
Ασκηση Κατανόησης 2

Μετατρέψτε το ακόλουθο ΜΠΑ-ε στο ισοδύναμο ΜΠΑ χρησιμοποιώντας τον αλγόριθμο μετατροπής ΜΠΑ-ε σε ΜΠΑ:



Γ. Ασκήσεις
Ασκηση Κατανόησης 3

Μετατρέψτε το ακόλουθο ΜΠΑ-ε στο ισοδύναμο ΜΠΑ χρησιμοποιώντας τον αλγόριθμο μετατροπής ΜΠΑ-ε σε ΜΠΑ:



Γ. Ασκήσεις
Ασκηση Κατανόησης 4

Για την γλώσσα L={w∈{0,1}* | w αρχίζει με 00}

(Α) Δώστε κανονική έκφραση που παράγει την L

(Β) Δώστε ΜΠΑ που αναγνωρίζει τις συμβολοσειρές της γλώσσας.

(Γ) Δώστε το ισοδύναμο ΝΠΑ (εφαρμόστε τον αλγόριθμο ΜΠΑ=>ΝΠΑ)

Γ. Ασκήσεις
Ασκηση Κατανόησης 5

Για την γλώσσα L={w∈{0,1}* | w τελειώνει με 001}

(Α) Δώστε κανονική έκφραση που παράγει την L

(Β) Δώστε ΜΠΑ που αναγνωρίζει τις συμβολοσειρές της γλώσσας.

(Γ) Δώστε το ισοδύναμο ΝΠΑ (εφαρμόστε τον αλγόριθμο ΜΠΑ=>ΝΠΑ)

Γ. Ασκήσεις
Εφαρμογή 1

Δίνεται η κανονική έκφραση 0*1*01

1. Δώστε ΜΠΑ που αναγνωρίζει τις συμβολοσειρές της γλώσσας χρησιμοποιώντας τον αλγόριθμο μετατροπής Κ.Ε. σε ΜΠΑ
2. Δώστε ΜΠΑ για την γλώσσα που παράγει η κανονική έκφραση (με ακριβώς μία ε-κίνηση)
3. Μετατρέψτε το ΜΠΑ του ερωτήματος 2 σε ένα ισοδύναμο χωρίς ε-κινήσεις
4. Μετατρέψτε το ΜΠΑ στο ισοδύναμο ΝΠΑ.

Γ. Ασκήσεις
Εφαρμογή 2

Δίνεται η κανονική έκφραση (1+00)*

1. Δώστε ΜΠΑ που αναγνωρίζει τις συμβολοσειρές της γλώσσας χρησιμοποιώντας τον αλγόριθμο μετατροπής Κ.Ε. σε ΜΠΑ

2. Δώστε ΜΠΑ για την γλώσσα που παράγει η κανονική έκφραση (χωρίς ε-κινήσεις)

3. Μετατρέψτε το ΜΠΑ στο ισοδύναμο ΝΠΑ.