

# ΠΛΗ20 – ΤΕΣΤ10

## ΣΩΣΤΑ / ΛΑΘΟΣ

(1) Θεωρούμε την παράσταση  $A(x) = (1 + x + \frac{x^2}{2!} + \dots)^m$ . Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις αληθεύουν και ποιες όχι;

1. Ο συντελεστής του  $\frac{x^n}{n!}$  στην  $A(x)$  είναι ίσος με τον αριθμό των διατάξεων με επανάληψη  $m$  αντικειμένων σε  $n$  θέσεις.
2. Ο συντελεστής του  $\frac{x^n}{n!}$  στην  $A(x)$  είναι ίσος με τον αριθμό των διατάξεων χωρίς επανάληψη  $m$  αντικειμένων σε  $n$  θέσεις.
3. Ο συντελεστής του  $\frac{x^n}{n!}$  στην  $A(x)$  είναι ίσος με τον αριθμό των τρόπων να διανείμουμε  $n$  διακεκριμένα αντικείμενα σε  $m$  διακεκριμένες υποδοχές.
4. Ο συντελεστής του  $\frac{x^n}{n!}$  στην  $A(x)$  είναι ίσος με τον αριθμό των τρόπων να διανείμουμε  $n$  μη διακεκριμένα αντικείμενα σε  $m$  διακεκριμένες υποδοχές.

(2) Μια 7μελής ακαδημαϊκή επιτροπή, με ισότιμα μέλη, επιλέγεται από ένα σύνολο 100 φοιτητών και 20 καθηγητών. Οι διαφορετικοί τρόποι επιλογής της επιτροπής είναι:

1. Όσοι ο συντελεστής του  $x^7$  στην παράσταση  $(1+x)^{120}$ , αν δεν υπάρχουν περιορισμοί.
2. Όσοι ο συντελεστής του  $x^7/7!$  στην παράσταση  $(1+x)^{120}$ , αν δεν υπάρχουν περιορισμοί.
3.  $C(100,2) \times C(20,5)$ , αν στην επιτροπή συμμετέχουν 2 φοιτητές και 5 καθηγητές.
4.  $C(100,2) \times C(20,5)/2!$ , αν στην επιτροπή συμμετέχουν 2 φοιτητές και 5 καθηγητές.

(3) Δίδεται το σύνολο τύπων  $T = \{r \rightarrow p, r \leftrightarrow q, q \rightarrow \neg p\}$ . Ποες από τις παρακάτω ταυτολογικές συνεπαγωγές ισχύουν;

1.  $T \models q \wedge r \rightarrow p$
2.  $T \models q \vee p$
3.  $T \models \neg p$
4.  $T \models p \leftrightarrow \neg r$

## Β' ΜΕΡΟΣ

### Άσκηση 1

#### Ερώτημα 1

(1) Υπολογίστε το πλήθος των ακεραίων λύσεων της εξίσωσης:  $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 9$  όπου  $x_i \in \mathbb{N}, i = 1, 2, 3, 4$

(2) Υπολογίστε το πλήθος των ακεραίων λύσεων της εξίσωσης:  $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 9$  όπου  $x_i \in \mathbb{N}, i = 1, 2, 3, 4$  με την μεταβλητή  $x_3$  να είναι άρτιος αριθμός

(3) Διατυπώστε γεννήτρια συνάρτηση και υποδείξτε τον όρο, του οποίου ο συντελεστής δίνει τις ακέραιες λύσεις της εξίσωσης:  $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 9$  με  $x_1 \geq x_2$  και την μεταβλητή  $x_3$  να είναι άρτιος αριθμός

#### Ερώτημα 2

Σε μία τάξη φοιτούν 12 διακεκριμένα αγόρια και 10 διακεκριμένα κορίτσια. Δημιουργείται μία πενταμελής επιτροπή από τα παιδιά της τάξης.

- α) Πόσοι οι διαφορετικοί τρόποι συγκρότησης της επιτροπής αν δεν υπάρχει κανένας περιορισμός;
- β) Πόσοι οι διαφορετικοί τρόποι συγκρότησης της επιτροπής αν στην επιτροπή συμμετέχουν 3 τουλάχιστον κορίτσια;
- γ) Ποια είναι η πιθανότητα να συμμετέχουν στην επιτροπή 3 τουλάχιστον κορίτσια;

## Άσκηση 2

Έστω  $\varphi, \psi, \chi$  τυχαίοι προτασιακοί τύποι. Δείξτε ότι αν  $\psi \models \varphi \rightarrow \chi$  και  $\psi \models \varphi$  τότε  $\psi \models \chi$