

ΠΛΗ30 – ΤΕΣΤ11

ΘΕΜΑ 1

(Α) Ιεραρχήστε τις παρακάτω συναρτήσεις σε αύξουσα σειρά ασυμπτωτικής πολυπλοκότητας:

$$f_1(n) = \log n^n + (\log n)^n$$

$$f_2(n) = 4n^{\log n} + 2n^n$$

$$f_3(n) = n^{0,5n} + n^{\sqrt{n}}$$

$$f_4(n) = (\log^{0,5} n)^2 + \log n^2$$

$$f_5(n) = 2^{\log n^3} + 8^{\log n}$$

(B) Να λύσετε τις αναδρομές:

$$(1) \quad T(n) = T\left(\frac{3n}{4}\right) + T\left(\frac{n}{6}\right) + n^2$$

$$(2) \quad T(n) = 16T\left(\frac{n}{4}\right) + n^2$$

$$(3) \quad T(n) = 64T\left(\frac{n}{4}\right) + n^2$$

$$(4) \quad T(n) = T(n-1) + 2n - 1$$

Στη συνέχεια, να διαταχθούν οι λύσεις τους κατά αύξουσα τάξη μεγέθους.

Θεώρημα Κυριαρχίας: Έστω η αναδρομική εξίσωση $T(n) = aT(n/b) + f(n)$, όπου $a \geq 1$, $b > 1$ είναι σταθερές, και $f(n)$ είναι μια ασυμπτωτικά θετική συνάρτηση. Τότε διακρίνονται οι ακόλουθες τρεις περιπτώσεις:

(1) αν $f(n) = O(n^{\log_b a - \varepsilon})$, για κάποια σταθερά $\varepsilon > 0$, τότε $T(n) = \Theta(n^{\log_b a})$

(2) αν $f(n) = \Theta(n^{\log_b a})$, τότε $T(n) = \Theta(n^{\log_b a} \log n)$

(3) αν $f(n) = \Omega(n^{\log_b a + \varepsilon})$, για κάποια σταθερά $\varepsilon > 0$, και αν υπάρχει σταθερά n_0 , τέτοια

ώστε, για κάθε $n \geq n_0$, $af\left(\frac{n}{b}\right) \leq cf(n)$ για κάποια σταθερά $c < 1$, τότε $T(n) = \Theta(f(n))$.

ΘΕΜΑ 2

Μας δίνουν μια σειρά από αντικείμενα $1, 2, 3, \dots, n$, με αντίστοιχες αξίες $a[1], a[2], a[3], \dots, a[n]$, αντίστοιχα, οι οποίες είναι όλες θετικές. Πρέπει να επιλέξουμε υποσύνολο αντικειμένων με το μέγιστο δυνατό άθροισμα αξιών. Η λύση όμως πρέπει να ικανοποιεί τον εξής περιορισμό: αν επιλεγεί το αντικείμενο i τότε μένει εκτός το αμέσως προηγούμενό του αντικείμενο, $i-1$.

Περιγράψτε αλγόριθμο Δυναμικού Προγραμματισμού που επιστρέφει το μέγιστο άθροισμα αξιών (σχεδιασμό της αναδρομικής εξίσωσης, ψευδοκωδικας, υπολογισμός πολυπλοκότητας).

ΘΕΜΑ 3

Άσκηση 1:

Κατασκευάστε ΜΠΑ για τις κανονικές εκφράσεις:

$(0+1)^*11$

$(00+10)^*$

$(0+10+111)^*+(10)^*$

0^*1^*11

$(010^*11)^*$

Άσκηση 2:

Δίδεται η γλώσσα του αλφαβήτου $\{0,1\}$ $L = \{w \mid w \text{ αρχίζει με } 1, \text{ περιέχει το } 00 \text{ και τελειώνει με } 1\}$

(Α) Δώστε Κανονική Έκφραση που παράγει τις συμβολοσειρές της L

(Β) Δώστε Μη Ντετερμινιστικό Πεπερασμένο Αυτόματο (ΜΠΑ) της L

(Γ) Δώστε Ντετερμινιστικό Πεπερασμένο Αυτόματο (ΝΠΑ) της L