



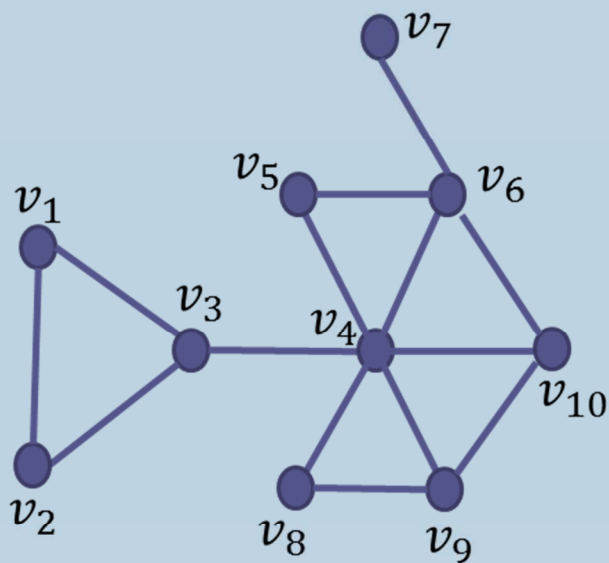
**Ορισμός:** Σε ένα συνδεόμενο μη κατευθυνόμενο γράφημα  $G(V, E)$  ορίζουμε ως **συνδεδικό δένδρο  $T$**  (ή αλλιώς **γεννητορικό** ή **επικαλυπτικό** δένδρο) του γραφήματος:

Ένα υπογράφημα του  $G$  που είναι δένδρο και περιέχει όλες τις κορυφές του  $G$

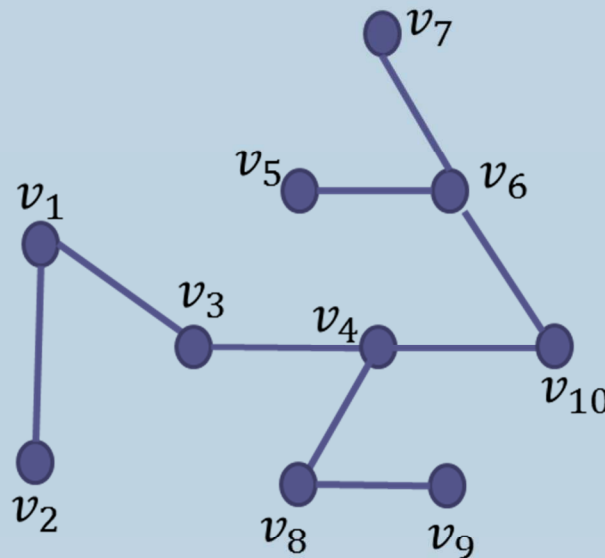
Παρατηρήσεις:

- Ένα γράφημα έχει συνδεδικό δένδρο αν και μόνο αν είναι συνδεόμενο
- Ένα γράφημα μπορεί να έχει πολλά συνδεδικά δένδρα.
- Ένα δένδρο έχει μόνο ένα συνδεδικό δένδρο (τον εαυτό του)
- Ένα συνδεδικό δένδρο μπορεί να υπολογιστεί με τον αλγόριθμο διάσχισης πρώτα κατά βάθος και τον αλγόριθμο διάσχισης πρώτα κατά πλάτος.

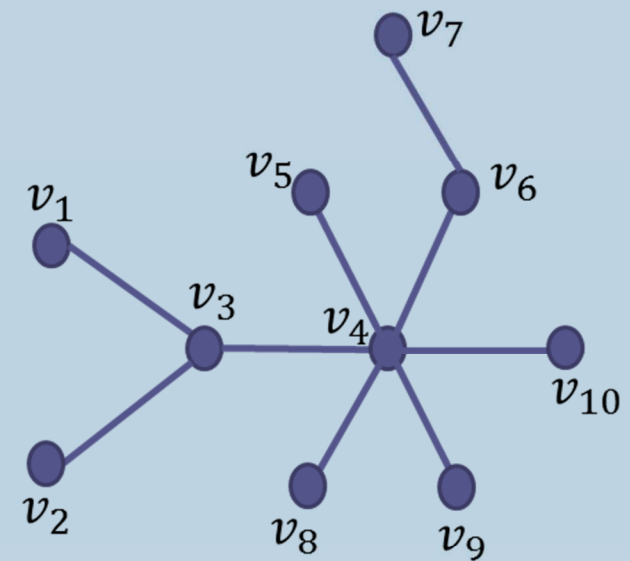
Παράδειγμα: Βλέπουμε ένα γράφημα και δύο συνδεδικά του δένδρα (ένα γράφημα έχει πολλά συνδεδικά δένδρα)



$G = (V, E)$



$T_1 = (V, E')$



$T_2 = (V, E'')$



## Σκιαγράφηση Αλγόριθμου Πρώτα κατά Βάθος:

«Βολίδα που εξερευνά το γράφο κατασκευάζοντας το συνδετικό δένδρο»

Ο αλγόριθμος δέχεται ως είσοδο ένα συνδεόμενο γράφημα και παράγει ένα συνδετικό δένδρο.

Στην αρχικοποίηση:

- Τοποθετούμε την βολίδα σε μια (αυθαίρετη) κορυφή. Την κορυφή την τοποθετούμε στο συνδετικό δένδρο

Σε κάθε βήμα:

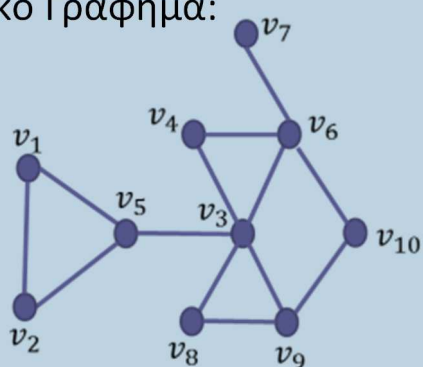
- Αν υπάρχει γειτονική κορυφή που δεν έχει επισκεφθεί, μεταβαίνει και την τοποθετεί στο συνδετικό δένδρο μαζί με την ακμή μετάβασης.
- Αν δεν υπάρχει κορυφή που δεν έχει επισκεφθεί, πηγαίνει στην ακριβώς προηγούμενη κορυφή που είχε επισκεφθεί.

Τερματισμός:

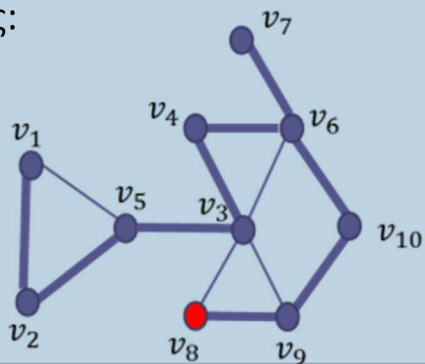
- Όταν όλες οι κορυφές εισαχθούν στο δένδρο.

### Παράδειγμα:

Αρχικό Γράφημα:



Συνδετικό Δένδρο της Κατά Βάθος:



### Βήματα:

**Βήμα 0**

$v_1$

**Βήμα 1**

$v_1$

$v_2$

**Βήμα 2**

$v_1$

$v_2$

$v_5$

**Βήμα 3**

$v_1$

$v_2$

$v_5$

$v_3$

**Βήμα 4**

$v_1$

$v_2$

$v_5$

$v_3$

$v_4$

**Βήμα 5**

$v_1$

$v_2$

$v_5$

$v_3$

$v_4$

$v_6$

**Βήμα 6**

$v_1$

$v_2$

$v_5$

$v_3$

$v_4$

$v_6$

$v_7$

**Βήμα 7**

$v_1$

$v_2$

$v_5$

$v_3$

$v_4$

$v_6$

$v_7$

**Βήμα 8**

$v_1$

$v_2$

$v_5$

$v_3$

$v_4$

$v_6$

$v_7$

$v_{10}$

**Βήμα 9**

$v_1$

$v_2$

$v_5$

$v_3$

$v_4$

$v_6$

$v_7$

$v_{10}$

$v_9$

**Βήμα 10**

$v_1$

$v_2$

$v_5$

$v_3$

$v_4$

$v_6$

$v_7$

$v_{10}$

$v_9$

$v_8$



## Σκιαγράφιση Αλγόριθμου Πρώτα κατά Πλάτος:

### «κατασκευή του δένδρου κατά επίπεδα»

Ο αλγόριθμος δέχεται ως είσοδο ένα συνδεόμενο γράφημα και παράγει ένα συνδεδετικό δένδρο.

Στην αρχικοποίηση:

- Τοποθετούμε αυθαίρετα μία κορυφή στο συνδεδετικό δένδρο

Σε κάθε βήμα:

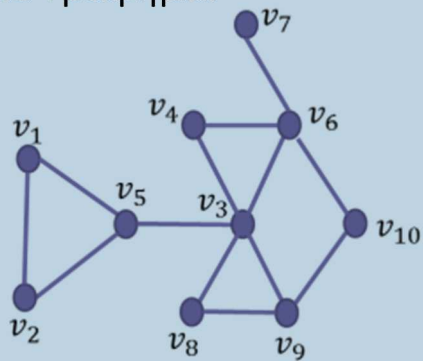
- Επιλέγουμε τρέχουσα κορυφή (με βάση την σειρά με την οποία μπήκε στο συνδεδετικό δένδρο)
- Κάθε γειτονική της κορυφή που δεν έχει μπει στο δένδρο την θέτουμε ως παιδί της (με αυθαίρετη σειρά)

Τερματισμός:

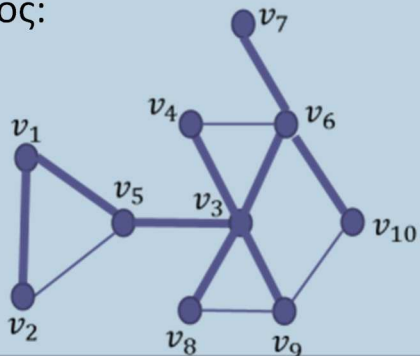
- Όταν όλες οι κορυφές εισαχθούν στο δένδρο.

### Παράδειγμα:

Αρχικό Γράφημα:



Συνδεδετικό Δένδρο της Κατά Βάθος:

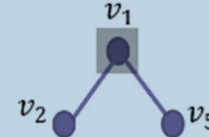


### Βήματα:

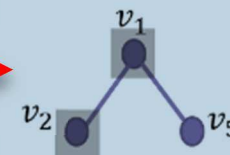
Βήμα 0



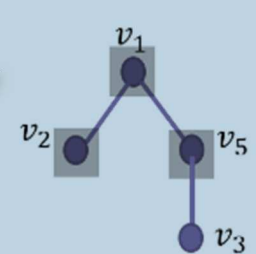
Βήμα 1



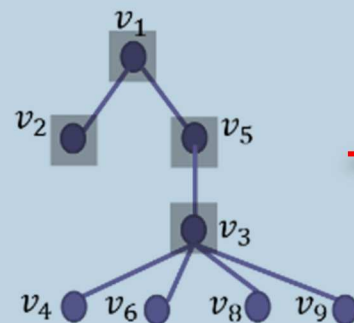
Βήμα 2



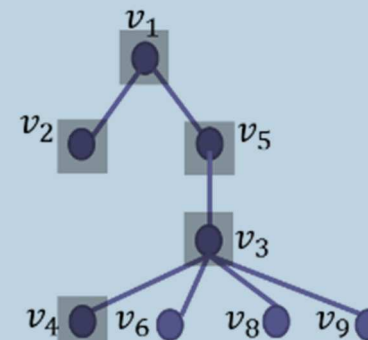
Βήμα 3



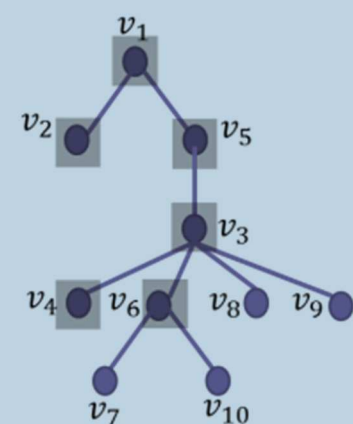
Βήμα 4



Βήμα 5



Βήμα 6



**Ορισμός:** Σε ένα συνδεόμενο μη κατευθυνόμενο γράφημα  $G(V, E, W)$  ορίζουμε ως **ελάχιστο συνδετικό δένδρο T** (ή αλλιώς ελάχιστο **γεννητορικό** ή ελάχιστο **επικαλυπτικό** δένδρο) του γραφήματος:

- Ένα υπογράφημα του  $G$  που είναι δένδρο, περιέχει όλες τις κορυφές του  $G$  και έχει ελάχιστο βάρος (άθροισμα βαρών των ακμών του)

### Σκιαγράφηση Αλγόριθμου Prim:

Στην αρχικοποίηση:

- Τοποθετούμε αυθαίρετα μια κορυφή στο συνδετικό δένδρο

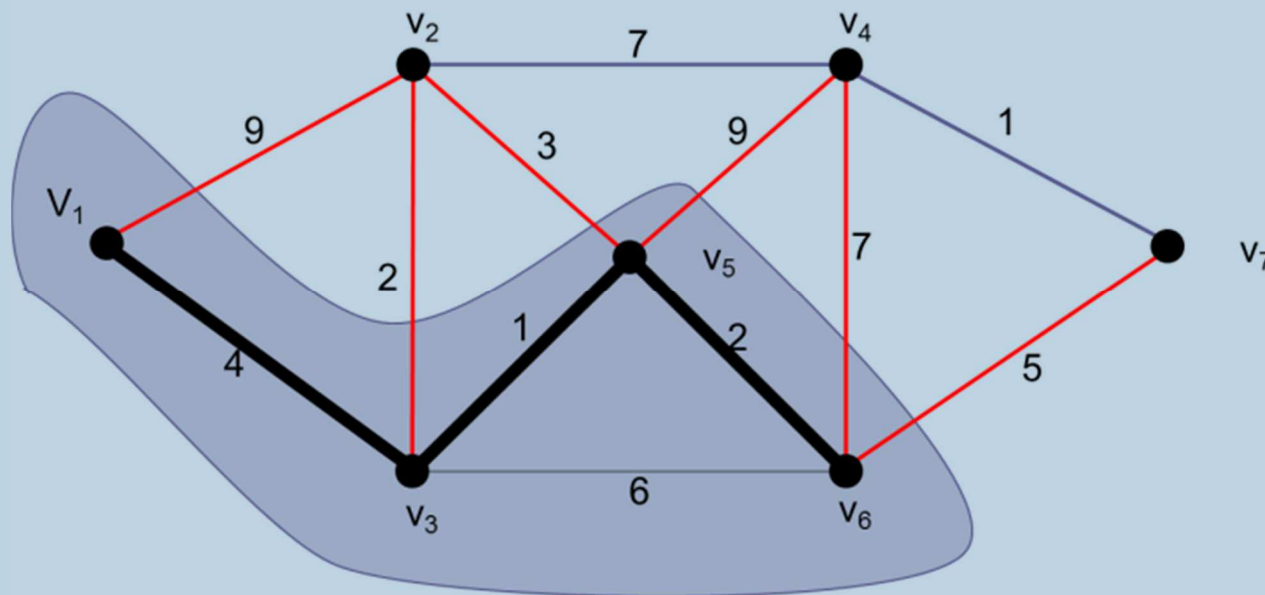
Σε κάθε βήμα:

- Υποψήφιος ακμές για να μπουν στο συνδετικό δένδρο είναι εκείνες οι ακμές που έχουν το ένα τους άκρο στο υπο κατασκευή συνδετικό δένδρο και το άλλο τους άκρο εκτός του συνδετικού δένδρου.
- Επιλέγεται η ακμή με το ελάχιστο βάρος από τις υποψήφιες
- Η ακμή εισάγεται στο δένδρο καθώς και το άκρο της που δεν ανήκε στο δένδρο.

Τερματισμός:

- Όταν όλες οι κορυφές εισαχθούν στο δένδρο.

**Παράδειγμα:** Σχηματική απεικόνιση μετά την εκτέλεση 3 βημάτων σε ένα γράφημα:



Επόμενη ακμή που επιλέγεται είναι η  $[v_2, v_3]$

	Dijkstra	Prim	Κατά Βάθος	Κατά Πλάτος
Συντομότερα Μονοπάτια	✓	×	×	Αν όλα τα βάρη ίδια: ✓
Ελάχιστο Συνδετικό Δένδρο	Αν όλα τα βάρη ίδια: ✓	✓	Αν όλα τα βάρη ίδια: ✓	Αν όλα τα βάρη ίδια: ✓
Συνδετικό Δένδρο	✓	✓	✓	✓

(+C)>0: Δεν διατηρείται

(× C)>0: Διατηρείται

(+C)>0: Διατηρείται

(× C)>0: Διατηρείται

Αρν.Βάρη:×

Αρν.Βάρη: ✓