ΒΑΣΙΚΟΙ ΟΡΙΣΜΟΙ ΚΑΤΗΓΟΡΗΜΑΤΙΚΗΣ ΛΟΓΙΚΗΣ

Συντακτικό Προτάσεων ΚΛ

Έκφραση: Οτιδήποτε χρησιμοποιεί σύμβολα ΚΛ (ακόμη και ασύντακτο)

Ορός: Αποτιμάται σε τιμή από το πεδίο ορισμού

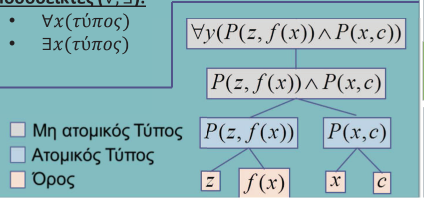
- **Μεταβλητή (π.χ. x, y, z...)**
- **Σταθερά (π.χ. c, d,...)**
- **Συναρτησιακό Σύμβολο (ορίσματα όροι)**
  - π.χ.: $f(\text{ορος}, \text{ορος}, \dots)$

Ατομικός Τύπος: Αποτιμάται σε Α/Ψ

- **Ισότητα όρων ($\approx$)**
  - π.χ.: $\text{ορος} \approx \text{ορος}$
- **Κατηγορηματικό Σύμβολο (ορίσματα όροι)**
  - π.χ.: $P(\text{ορος}, \text{ορος}, \dots)$

Μη Ατομικός Τύπος: Αποτιμάται σε Α/Ψ

- **Προτασιακοί Σύνδεσμοι ($\neg, \vee, \wedge, \rightarrow, \leftrightarrow$)**
  - $\neg(\text{τύπος})$
  - $(\text{τύπος}) \vee (\text{τύπος})$
  - $(\text{τύπος}) \wedge (\text{τύπος})$
  - $(\text{τύπος}) \rightarrow (\text{τύπος})$
  - $(\text{τύπος}) \leftrightarrow (\text{τύπος})$
- **Ποσοδείκτες ($\forall, \exists$):**
  - $\forall x(\text{τύπος})$
  - $\exists x(\text{τύπος})$



$\forall x(\text{τύπος})$	$\exists x(\text{τύπος})$
Αληθές (για όλα τα x: τύπος =Α) Ψευδές (π.χ. για x=...: τύπος=Ψ)	Αληθές (π.χ. για x=... : τυπος=Α) Ψευδές (για όλα τα x: τύπος =Ψ)

Κανόνες Συντακτικού:

- **Πρόταση:** Τύπος χωρίς ελεύθερες μεταβλητές
- **Προτεραιότητα:**
  1. $\neg, \forall, \exists$
  2. $\vee, \wedge$
  3. $\rightarrow, \leftrightarrow$
- **Εμβέλεια:** Αν δεν καθορίζεται με παρενθέσεις, η εμβέλεια των ποσοδεικτών φτάνει μέχρι τον πρώτο διμελή προτασιακό σύνδεσμο.

Η δομή (ή ερμηνεία) Α αποτελείται από τα εξής:

- Το **σύμπαν της A** (συμβολίζεται με $|A|$) που είναι το πεδίο ορισμού των μεταβλητών.
- Σε κάθε **συναρτησιακό σύμβολο** f/n αντιστοιχούμε μια συνάρτηση: $f^A\colon |A|^n \rightarrow |A|$
- Σε κάθε **κατηγορηματικό σύμβολο** P/n αντιστοιχούμε μια σχέση: $P^A \subseteq |A|^n$
- Σε κάθε σύμβολο **σταθεράς c** αντιστοιχούμε μια τιμή: $c^A \in |A$

η ερμηνεία αποδίδει νόημα σε όλα τα σύμβολα που εμφανίζονται στον τύπο (ή στον όρο)

Η **αποτίμηση v** είναι μία συνάρτηση που δίνει τιμή από το σύμπαν σε κάθε ελεύθερη μεταβλητή.

- Άρα είναι μία συνάρτηση: $v\colon M(\Gamma_1) \rightarrow |A|$

ΜΕΤΑΦΡΑΣΤΙΚΟΣ ΠΙΝΑΚΑΣ

ΚΑΤΗΓΟΡΗΜΑΤΙΚΗ ΛΟΓΙΚΗ www.psounis.gr

$\neg(\text{προταση})$	Δεν ισχύει η (προταση)
$(\text{προταση}) \wedge (\text{προταση})$	(προταση) και (προταση)
$(\text{προταση}) \vee (\text{προταση})$	(προταση) ή (προταση)
$(\text{προταση}) \rightarrow (\text{προταση})$	Αν (προταση) τότε (προταση)
$(\text{προταση}) \leftrightarrow (\text{προταση})$	(προταση) αν και μόνο αν (προταση)
$\exists x(\text{ιδιότητα του } x)$	Υπάρχει στοιχείο για το οποίο ισχύει η $(\text{ιδιότητα του } x)$ Υπάρχει στοιχείο τέτοιο ώστε να ισχύει η $(\text{ιδιότητα του } x)$
$\forall x(\text{ιδιότητα του } x)$	Κάθε στοιχείο έχει την $(\text{ιδιότητα του } x)$ Για κάθε στοιχείο ισχύει η $(\text{ιδιότητα του } x)$
$\exists x \exists y(x \text{ σχεση με } y)$	Υπάρχει ζεύγος στοιχείων για το οποίο ισχύει η (σχεση) Υπάρχει ζεύγος στοιχείων τέτοιο ώστε να ισχύει η (σχεση)
$\forall x \forall y(x \text{ σχεση με } y)$	Κάθε ζεύγος στοιχείων έχει την (σχεση) Για κάθε ζεύγος στοιχείων ισχύει η (σχεση)
$\exists x \forall y(x \text{ σχεση με } y)$	Υπάρχει στοιχείο που έχει τη (σχεση)με όλα τα στοιχεία
$\forall x \exists y(x \text{ σχεση με } y)$	Κάθε στοιχείο έχει τη (σχεση) με τουλάχιστον ένα στοιχείο
$\exists x \exists y(x \neq y \wedge (x \text{ σχεση με } y))$	Υπάρχει ζεύγος διαφ/κών στοιχείων για το οποίο ισχύει η (σχεση)
$\forall x \forall y(x \neq y \rightarrow (x \text{ σχεση με } y)$	Για κάθε ζεύγος διαφ/κων στοιχείων ισχύει η (σχεση)
$\exists x\big[(\text{ιδιοτητα στο } x) \wedge \forall y\big((\text{ομοια ιδιοτητα στο } y) \rightarrow x \approx y\big)\big]$	Υπάρχει μοναδικό στοιχείο με την ιδιότητα Υπάρχει ακριβώς ένα στοιχείο με την ιδιότητα
$\exists x \exists y \begin{bmatrix} (\text{ιδιοτητα στο } x) \wedge (\text{ομοια ιδιοτητα στο } y) \wedge x \neq y \wedge \\ \forall z\big((\text{ομοια ιδιοτητα στο } z) \rightarrow z \approx x \vee z \approx y\big) \end{bmatrix}$	Υπάρχουν ακριβώς δύο στοιχεία με την ιδιότητα