ΠΛΗ30 – ΤΕΣΤ6

Ασκηση 1 (Μονάδες 10+2+8)

(Α) Ιεραρχήστε τις παρακάτω συναρτήσεις σε αύξουσα σειρά ασυμπτωτικής πολυπλοκότητας:

$$f_1(n) = \left(\sqrt[\log n]{n}\right)^n$$

$$f_2(n) = 4n^{3/5}$$

$$f_3(n) = \left(\sqrt{2}\right)^{\log n}$$

$$f_4(n) = (\lg n)^n$$

$$f_5(n) = 2^{\sqrt{n}}$$

Ο συμβολισμός lgn συμβολίζει λογάριθμο με βάση το 10 και ο συμβολισμός logn συμβολίζει λογάριθμο με βάση το 2.

(Β) Να αποδείξετε ότι $4^{\log n+1} = \Theta(n^2)$

(Γ) Να λύσετε τις αναδρομές:

(1) $T(n) = 7T\left(\frac{n}{2}\right) + n^2$

(2) $T(n) = 7T\left(\frac{n}{3}\right) + n^3$

(3) $T(n) = T\left(\frac{n}{3}\right) + T\left(\frac{4n}{5}\right) + n^3$

Στη συνέχεια, να διαταχθούν οι λύσεις τους κατά αύξουσα τάξη μεγέθους.

Θεώρημα Κυριαρχίας: Έστω η αναδρομική εξίσωση T(n) = aT(n/b) + f(n), όπου a≥1, b>1 είναι σταθερές, και f(n) είναι μια ασυμπτωτικά θετική συνάρτηση. Τότε διακρίνονται οι ακόλουθες τρεις περιπτώσεις:

(1) αν $f(n) = O(n^{\log_b a-\varepsilon})$, για κάποια σταθερά ε>0, τότε T(n) = $\Theta(n^{\log_b a})$

(2) αν $f(n) = \Theta(n^{\log_b a})$, τότε T(n) = $\Theta(n^{\log_b a}\log n)$

(3) αν $f(n) = \Omega(n^{\log_b a+\varepsilon})$, για κάποια σταθερά ε>0, και αν υπάρχει σταθερά n_0, τέτοια ώστε, για κάθε $n \geq n_0$, $af\left(\frac{n}{b}\right) \leq cf(n)$ για κάποια σταθερά c<1, τότε T(n) = $\Theta(f(n))$.