

Ορισμός για μη Κατευθυνόμενα Γραφήματα:

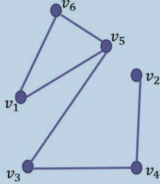
Βαθμός της κορυφής v_i είναι το πλήθος των ακμών που προσπίπτουν σε αυτήν

- Συμβολίζεται με $d(v_i)$

Ειδικά για μη απλά γραφήματα η ανακύκλωση μετράει κατά 2 στο βαθμό κορυφής.

Παράδειγμα:

$$\begin{aligned} d(v_1) &= 2 \\ d(v_2) &= 1 \\ d(v_3) &= 2 \\ d(v_4) &= 2 \\ d(v_5) &= 3 \\ d(v_6) &= 2 \end{aligned}$$



Ορισμός:

Έσω Βαθμός της κορυφής v_i είναι το πλήθος των ακμών που εισέρχονται στην κορυφή v_i

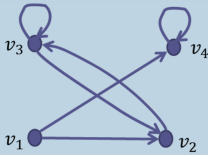
- Συμβολίζεται με $d^-(v_i)$

Έξω Βαθμός της κορυφής v_i είναι το πλήθος των ακμών που εξέρχονται από την κορυφή v_i

- Συμβολίζεται με $d^+(v_i)$

Παράδειγμα:

$$\begin{aligned} d^-(v_1) &= 0 & d^+(v_1) &= 2 \\ d^-(v_2) &= 2 & d^+(v_2) &= 1 \\ d^-(v_3) &= 2 & d^+(v_3) &= 2 \\ d^-(v_4) &= 2 & d^+(v_4) &= 1 \end{aligned}$$



Θεώρημα Βαθμών Κορυφών (λέγεται και Λήμμα της Χειραψίας)

Το άθροισμα των βαθμών των κορυφών σε κάθε μη κατευθυνόμενο γράφημα είναι ίσο με το διπλάσιο των ακμών

$$\sum_{i=1}^n d(v_i) = 2m$$

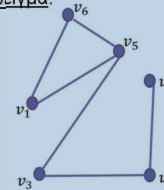
Πόρισμα 1:

Το άθροισμα των βαθμών των κορυφών σε κάθε μη κατευθυνόμενο γράφημα είναι άρτιος αριθμός

Πόρισμα 2:

Σε κάθε μη κατευθυνόμενο γράφημα: Το πλήθος των κορυφών με περιττό βαθμό είναι άρτιος αριθμός.

Παράδειγμα:



$$\begin{aligned} d(v_1) &= 2 \\ d(v_2) &= 1 \\ d(v_3) &= 2 \\ d(v_4) &= 2 \\ d(v_5) &= 3 \\ d(v_6) &= 2 \end{aligned}$$

Άθροισμα Βαθμών Κορυφών: 12 (άρτιος)
Πλήθος κορυφών με περιττό βαθμό: 2 (άρτιος)

Το θεώρημα χρησιμοποιείται (μεταξύ άλλων) για τον έλεγχο της ύπαρξης ενός γραφήματος όταν γνωρίζουμε πληροφορίες για τον βαθμό των κορυφών:

- Ελέγχουμε αν το πλήθος των κορυφών με περιττό βαθμό είναι άρτιος.
 - Αν δεν είναι άρτιος, τότε δεν υπάρχει τέτοιο γράφημα,
 - Αν είναι άρτιος, τότε πρέπει να ελέγξουμε κατασκευαστικά αν υπάρχει τέτοιο γράφημα

Ορισμός:

Ένα μη κατευθυνόμενο γράφημα θα λέγεται:

- **k-κανονικό**, αν όλες οι κορυφές έχουν βαθμό k.

Ενώ αν μας αναφέρεται ότι το γράφημα είναι κανονικό, αυτό σημαίνει ότι όλες οι κορυφές έχουν τον ίδιο βαθμό.

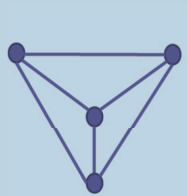
Πόρισμα

- Το K_n είναι **(n-1)-κανονικό γράφημα**.

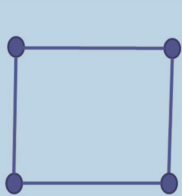
Σημαντικό:

- Ένα k-κανονικό γράφημα n κορυφών έχει $nk/2$ ακμές.

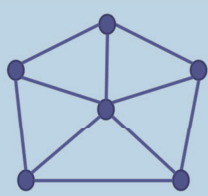
Παραδείγματα:



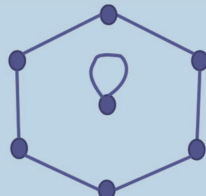
3-κανονικό



2-κανονικό



ΜΗ κανονικό



2-κανονικό