

ΠΛΗ20 – ΤΕΣΤ20

ΣΩΣΤΑ / ΛΑΘΟΣ

(1) Δίδεται το σύνολο $A=\{1,2,3,4,5,6\}$

1. Τα υποσύνολα του A με 3 στοιχεία είναι $\binom{6}{3}$
2. Όλα τα υποσύνολα του A είναι 2^6
3. Τα υποσύνολα του A με τουλάχιστον ένα στοιχείο είναι 2^6-1
4. Το υποσύνολα του A με το πολύ ένα στοιχείο είναι 7

(2) Δίδεται το σύνολο $A=\{1,2,3,4,5,6\}$

1. Τα υποσύνολα του A με 4 στοιχεία είναι όσα ο συντελεστής του x^2 στην $(1+x)^6$.
2. Τα υποσύνολα του A με 6 στοιχεία είναι όσα τα υποσύνολα του A με 1 στοιχείο.
3. Τα υποσύνολα του A με 3 στοιχεία είναι όσες οι ακέραιες λύσεις της εξίσωσης $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 3$ όπου $x_i \in \mathbb{N}, x_i \geq 0$ για $i = 1,2,3,4$
4. Τα υποσύνολα του A με τουλάχιστον δύο στοιχεία είναι όσα τα υποσύνολα του A με το πολύ 4 στοιχεία.

(3) Έστω f ικανοποιήσιμος τύπος και g ταυτολογία. Τότε πάντα ισχύει ότι:

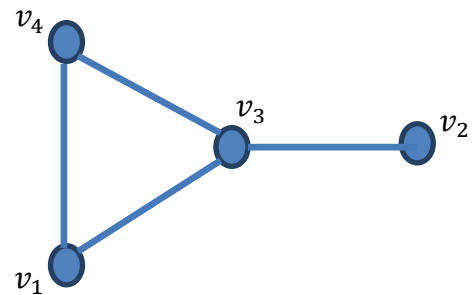
1. $f \vee g$ είναι ταυτολογία
2. $f \wedge g$ είναι ταυτολογία
3. $g \rightarrow f$ είναι ταυτολογία
4. $\neg g \vdash f$

(4) Στους παρακάτω τύπους p, q, r είναι προτασιακές μεταβλητές.

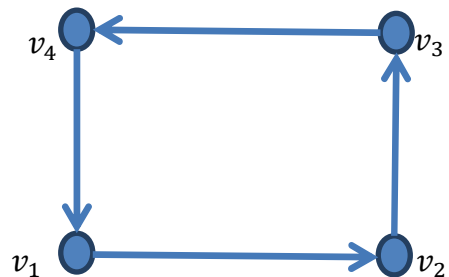
1. Ο τύπος $p \vee \neg q \rightarrow p$ είναι ταυτολογία.
2. Ο τύπος $q \vee r \rightarrow (q \rightarrow q \vee r)$ είναι ταυτολογία.
3. Ο τύπος $p \wedge \neg q \rightarrow \neg p$ είναι ικανοποιήσιμος.
4. Ο τύπος $\neg(p \rightarrow (\neg q \rightarrow p))$ είναι αντίφαση.

(5) Θεωρούμε μια πρωτοβάθμια γλώσσα με ένα διμελές κατηγορηματικό σύμβολο P . Ερμηνεύουμε τη γλώσσα αυτή σε απλά μη κατευθυνόμενα γραφήματα όπου το σύμπαν είναι οι κορυφές του γραφήματος και το διμελές κατηγορηματικό σύμβολο $P(x, y)$ ερμηνεύεται με τη σχέση όλων των ζευγών κορυφών που συνδέονται με ακμή. Οι παρακάτω προτάσεις αληθεύουν στο γράφημα του σχήματος:

1. $\exists x \exists y \exists z [P(x, y) \wedge P(y, z) \wedge x \neq y \wedge x \neq z \wedge y \neq z]$
2. $\exists x P(x, x) \rightarrow \neg \forall x P(x, x)$
3. $\forall x \exists y P(x, y)$
4. $\forall x \forall y [x \neq y \wedge \neg P(x, y) \rightarrow \exists z (P(x, z) \wedge P(z, y))]$



(6) Θεωρούμε μια πρωτοβάθμια γλώσσα με ένα διμελές κατηγορηματικό σύμβολο P . Ερμηνεύουμε τη γλώσσα αυτή στο κατευθυνόμενο γράφημα του σχήματος ώστε οι μεταβλητές να ερμηνεύονται ως κορυφές του γραφήματος και το σύμβολο P με τη σχέση που αποτελείται από όλα τα ζευγάρια κορυφών (a, b) για τα οποία υπάρχει ακμή από την a στη b . Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις αληθεύουν σε αυτή την ερμηνεία;



1. $\neg \forall x \forall y P(x, y)$
2. $\forall x \neg \forall y P(x, y)$
3. $\forall x \forall y \neg P(x, y)$
4. $\neg \forall x \forall y \neg P(x, y)$

Β' ΜΕΡΟΣ

Άσκηση 1: ΣΥΝΔΥΑΣΤΙΚΗ

(Ερώτημα 1) Ένας κινηματογράφος έχει 4 διακεκριμένες αίθουσες, χωρητικότητας 50 ατόμων η κάθε μία. 50 πελάτες αγοράζουν εισιτήριο για μια αίθουσα ο κάθε ένας. Πόσοι οι τρόποι αγοράς των εισιτηρίων:

- i) Αν θεωρήσουμε τους πελάτες μη διακεκριμένους
- ii) Αν θεωρήσουμε τους πελάτες διακεκριμένους.

(Ερώτημα 2) Με πόσους τρόπους μπορούμε να μοιράσουμε 5 μη διακεκριμένα σορτσάκια, 7 μη διακεκριμένες μπλούζες και 4 μη διακεκριμένα μπουφάν σε 2 παιδιά ώστε κάθε παιδί να πάρει τουλάχιστον ένα ρούχο από κάθε είδος;

(Ερώτημα 3)

Δώστε την γεννήτρια συνάρτηση και υποδείξτε τον όρο του οποίου ο συντελεστής δίνει τα διαφορετικά αποτελέσματα που μπορούν να υπάρξουν για μια ομάδα ποδοσφαίρου σε ένα πρωτάθλημα 36 αγωνιστικών αν έχει σημασία η σειρά των αποτελεσμάτων των 36 αγώνων; Για παράδειγμα νίκη στην πρώτη αγωνιστική, ισοπαλία στη δεύτερη ... κ.λ.π. θεωρείται διαφορετικό αποτέλεσμα από ισοπαλία στην πρώτη αγωνιστική, νίκη στη δεύτερη ... κ.λ.π..

Άσκηση 2: ΛΟΓΙΚΗ

(Ερώτημα 1)

Συμπληρώστε τις επεξηγήσεις των βημάτων στην παρακάτω **τυπική απόδειξη** του $\{ \varphi \rightarrow \chi, \chi \rightarrow \neg\psi \} \vdash \varphi \rightarrow \neg\psi$:

1. $\varphi \rightarrow \chi$
2. $\chi \rightarrow \neg\psi$
3. $(\chi \rightarrow \neg\psi) \rightarrow (\varphi \rightarrow (\chi \rightarrow \neg\psi))$
4. $\varphi \rightarrow (\chi \rightarrow \neg\psi)$
5. $(\varphi \rightarrow (\chi \rightarrow \neg\psi)) \rightarrow ((\varphi \rightarrow \chi) \rightarrow (\varphi \rightarrow \neg\psi))$
6. $(\varphi \rightarrow \chi) \rightarrow (\varphi \rightarrow \neg\psi)$
7. $\varphi \rightarrow \neg\psi$

(Ερώτημα 2)

Δείξτε ότι ο τύπος $(\chi \rightarrow \neg\psi) \rightarrow ((\varphi \rightarrow \chi) \rightarrow (\varphi \rightarrow \neg\psi))$ είναι τυπικό θεώρημα, όταν επιτρέπεται η χρήση των θεωρημάτων του προτασιακού λογισμού, αλλά όχι των θεωρημάτων εγκυρότητας-πληρότητας

(Ερώτημα 3)

Θεωρούμε μια πρωτοβάθμια γλώσσα με ένα διμελές κατηγορηματικό σύμβολο P . Ερμηνεύουμε τη γλώσσα αυτή σε απλά μη κατευθυνόμενα γραφήματα όπου το σύμπαν είναι οι κορυφές του γραφήματος και το διμελές κατηγορηματικό σύμβολο $P(x, y)$ ερμηνεύεται με τη σχέση όλων των ζευγών κορυφών που συνδέονται με ακμή.

(Α) Ορίστε την συντομογραφία $K(x)$ να αληθεύει αν η κορυφή x είναι απομονωμένη

(Β) Ορίστε την συντομογραφία $Q(x,y)$ να αληθεύει αν οι κορυφές x,y συνδέονται με απλό μονοπάτι 2 ακμών

(Γ) Ορίστε πρόταση που να εκφράζει ότι «το γράφημα έχει μοναδική απομονωμένη κορυφή και υπάρχει ζεύγος διαφορετικών κορυφών που συνδέονται με απλό μονοπάτι μήκους 2»

(Δ) Κατασκευάστε γράφημα 4 κορυφών που αληθεύει η πρόταση (Γ)