



ΘΕΩΡΗΜΑ: Έστω $L_1 \leq L_2$ (Υπάρχει αναγωγή από την L_1 στην L_2). Τότε ισχύουν τα εξής:

1. Αν η L_2 είναι Turing-Αποφασίσιμη, τότε και η L_1 είναι Turing-Αποφασίσιμη
2. Αν η L_1 δεν είναι Turing-Αποφασίσιμη, τότε και η L_2 δεν είναι Turing-Αποφασίσιμη
3. Αν η L_2 είναι Turing-Αποδεκτή, τότε και η L_1 είναι Turing-Αποδεκτή
4. Αν η L_1 είναι μη Turing-Αποδεκτή, τότε και η L_2 είναι μη Turing-Αποδεκτή

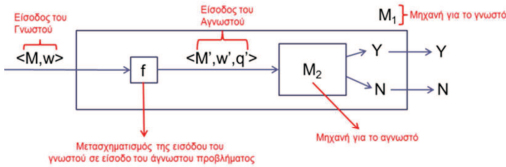
Από την εκφώνηση εντοπίζουμε την **γνωστή** και την **άγνωστη** μη επιλύσιμη γλώσσα. Για κάθε μία από αυτές εντοπίζουμε την είσοδό τους και το ερώτημα το οποίο θέτουν.

Γνωστή μη επιλύσιμη:

Είσοδος Γνωστής: $H = \{ \langle M, w \rangle \mid H \text{ M με τερματίζει με είσοδο } w \}$
Ερώτημα Γνωστής:

Άγνωστη μη επιλύσιμη:

Είσοδος Άγνωστης: $Q = \{ \langle M, w, q \rangle \mid H \text{ M με είσοδο } w \text{ περνάει από την κατάσταση } q \}$
Ερώτημα Άγνωστης:



Απόδειξη: Γνωστή μη επιλύσιμη γλώσσα:

$L_1 = \{ \langle M, w \rangle \mid H \text{ M με τερματίζει με είσοδο } w \}$

Άγνωστη μη επιλύσιμη γλώσσα: $L_2 = \{ \langle M, w, q \rangle \mid H \text{ M με είσοδο } w \text{ περνάει από την κατάσταση } q \}$

Έστω ότι η γλώσσα L_2 είναι αποφασίσιμη, άρα υπάρχει μια μηχανή Turing που την αποφασίζει, εστω M_2 . Κατασκευάζουμε μια μηχανή Turing M_1 που αποφασίζει τη γλώσσα L_1 ως εξής:

Η M_1 με είσοδο $\langle M, w \rangle$ θέτει $M' = M$, $w' = w$ και $q = \text{τελική κατάσταση του } M$. Έπειτα περνάει την είσοδο $\langle M', w', q \rangle$ στη μηχανή M_2

1. Αν η M_2 απαντήσει ΝΑΙ, τότε η M περνάει από την τελική κατάσταση h , με είσοδο w , άρα η M τερματίζει με είσοδο w , θέτουμε τη M_1 να απαντήσει ΝΑΙ.
2. Αν η M_2 απαντήσει ΟΧΙ, τότε η M δεν περνάει από την τελική κατάσταση h , με είσοδο w , άρα η M δεν τερματίζει με είσοδο w , θέτουμε τη M_1 να απαντήσει ΟΧΙ.

Κατασκευάσαμε μια Μ.Τ. που αποφασίζει την L_1 . Άτοπο. Άρα η L_2 δεν είναι αποφασίσιμη

standard

Περιγραφή του μετασχηματισμού

YES στο ερώτημα του άγνωστου
YES στο ερώτημα του γνωστού

NO στο ερώτημα του άγνωστου
NO στο ερώτημα του γνωστού

standard