



Ορισμός για μη Κατευθυνόμενα Γραφήματα:

Βαθμός της κορυφής v_i είναι το πλήθος των ακμών που προσπίπτουν σε αυτήν

- Συμβολίζεται με $d(v_i)$

Ειδικά για μη απλά γραφήματα η ανακύκλωση μετράει κατά 2 στο βαθμό κορυφής.

Παράδειγμα:

$$d(v_1) = 2$$

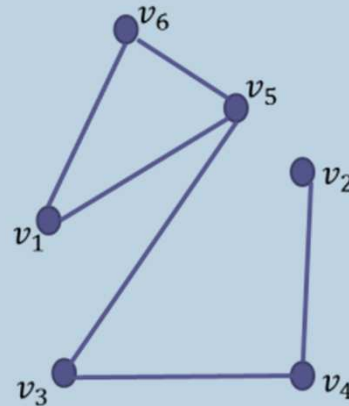
$$d(v_2) = 1$$

$$d(v_3) = 2$$

$$d(v_4) = 2$$

$$d(v_5) = 3$$

$$d(v_6) = 2$$



Ορισμός:

Έσω Βαθμός της κορυφής v_i είναι το πλήθος των ακμών που εισέρχονται στην κορυφή v_i

- Συμβολίζεται με $d^-(v_i)$

Έξω Βαθμός της κορυφής v_i είναι το πλήθος των ακμών που εξέρχονται από την κορυφή v_i

- Συμβολίζεται με $d^+(v_i)$

Παράδειγμα:

$$d^-(v_1) = 0$$

$$d^+(v_1) = 2$$

$$d^-(v_2) = 2$$

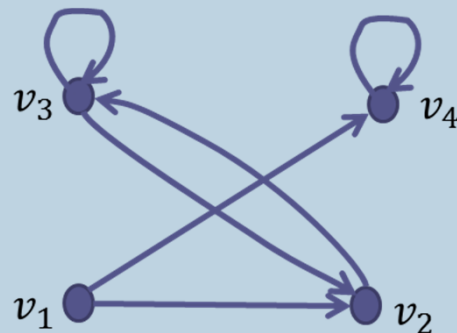
$$d^+(v_2) = 1$$

$$d^-(v_3) = 2$$

$$d^+(v_3) = 2$$

$$d^-(v_4) = 2$$

$$d^+(v_4) = 1$$



**Θεώρημα Βαθμών Κορυφών** (λέγεται και **Λήμμα της Χειραψίας**)

Το άθροισμα των βαθμών των κορυφών σε κάθε μη κατευθυνόμενο γράφημα είναι ίσο με το διπλάσιο των ακμών

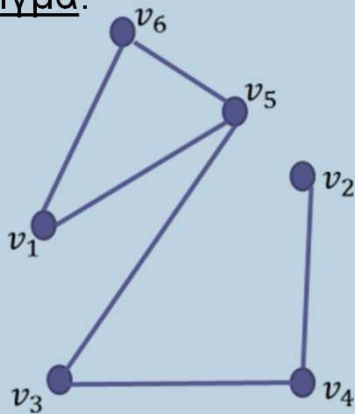
$$\sum_{i=1}^n d(v_i) = 2m$$

Πόρισμα 1:

Το άθροισμα των βαθμών των κορυφών σε κάθε μη κατευθυνόμενο γράφημα είναι άρτιος αριθμός

Πόρισμα 2:

Σε κάθε μη κατευθυνόμενο γράφημα: Το πλήθος των κορυφών με περιττό βαθμό είναι άρτιος αριθμός.

Παράδειγμα:

$$d(v_1) = 2$$

$$d(v_2) = 1$$

$$d(v_3) = 2$$

$$d(v_4) = 2$$

$$d(v_5) = 3$$

$$d(v_6) = 2$$

Άθροισμα Βαθμών Κορυφών: 12 (άρτιος)

Πλήθος κορυφών με περιττό βαθμό: 2 (άρτιος)

Το θεώρημα χρησιμοποιείται (μεταξύ άλλων) για τον έλεγχο της ύπαρξης ενός γραφήματος όταν γνωρίζουμε πληροφορίες για τον βαθμό των κορυφών:

- Ελέγχουμε αν το πλήθος των κορυφών με περιττό βαθμό είναι άρτιος.
 - Αν δεν είναι άρτιος, τότε δεν υπάρχει τέτοιο γράφημα,
 - Αν είναι άρτιος, τότε πρέπει να ελέγξουμε κατασκευαστικά αν υπάρχει τέτοιο γράφημα

**Ορισμός:**

Ένα μη κατευθυνόμενο γράφημα θα λέγεται:

- k -κανονικό, αν όλες οι κορυφές έχουν βαθμό k .

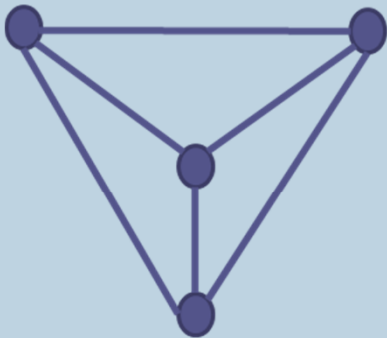
Ενώ αν μας αναφέρεται ότι το γράφημα είναι κανονικό, αυτό σημαίνει ότι όλες οι κορυφές έχουν τον ίδιο βαθμό.

Πόρισμα

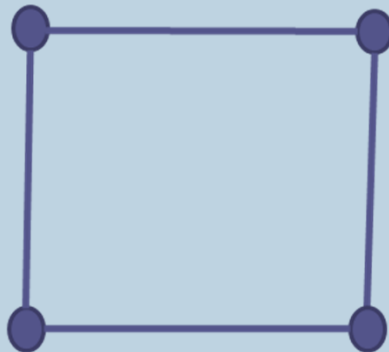
- Το K_n είναι $(n-1)$ -κανονικό γράφημα.

Σημαντικό:

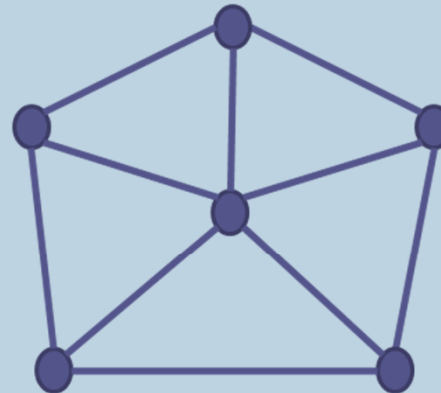
- Ένα k -κανονικό γράφημα n κορυφών έχει $nk/2$ ακμές.

Παραδείγματα:

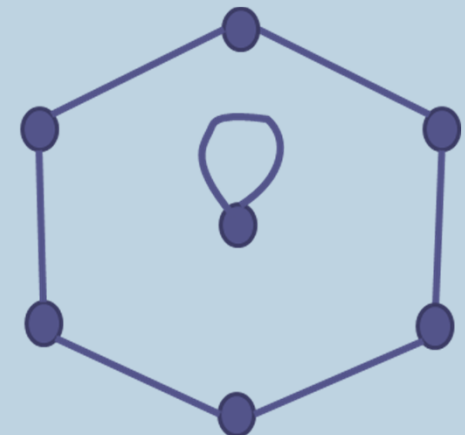
3-κανονικό



2-κανονικό



ΜΗ κανονικό



2-κανονικό