## ΚΥΚΛΟΣ HAMILTON

## ΘΕΩΡΙΑ ΓΡΑΦΩΝ www.psounis.gr



Ορισμός: Ένας κύκλος Hamilton σε έναν γράφο G = (V, E) είναι ένας κύκλος που:

- Περιέχει όλες τις κορυφές του γραφήματος
- Περνάει από κάθε κορυφή ΑΚΡΙΒΩΣ μία φορά Αν ένας γράφος έχει κύκλο Hamilton τότε καλείται Αμιλτονιακός Γράφος ή Γράφος Hamilton.

ΔΙΑΙΣΘΗΣΗ: Αν ξέρω ότι ένα γράφημα έχει κύκλο Hamilton, τότε θα πρέπει να σκέφτομαι ότι το γράφημα μπορεί να απεικονισθεί στο επίπεδο ως εξής:



Δηλαδή είναι καθαρός κύκλος που περιλαμβάνει όλες τις κορυφές του γραφήματος

- Ο κύκλος αποτελείται από η ακμές.
- Το γράφημα μπορεί να έχει και οσεσδήποτε επιπλέον ακμές
- Κάθε κορυφή έχει βαθμό τουλάχιστον 2

## Για να δείξω ότι ένα γράφημα **έχει κύκλο Hamilton** έχω 3 τρόπους:

- Καταγράφοντας τον στο γράφημα (δηλαδή καταγράφω την ακολουθία κορυφών που συνδέονται με διαδοχικές ακμές και δημιουργούν τον κύκλο Hamilton
- Δείχνοντας ότι ισχύει το θεώρημα Dirac:
  - «Αν κάθε κορυφή έχει βαθμ ό ≥ n/2 τότε το γράφημα έχει κύκλο Hamilton» (όπου n>3 είναι το πλήθος των κορυφών του γραφήματος)
- <u>Δείχνοντας ότι ισχύει το **θεώρημα Ore**:</u>
  - «Αν κάθε ζεύγος κορυφών έχει άθροισμα βαθμών ≥ η τότε το γράφημα έχει κύκλο Hamilton» (όπου n>3 είναι το πλήθος των κορυφών του γραφήματος)

## Για να δείξω ότι ένα γράφημα ΔΕΝ έχει κύκλο Hamilton έχω 4 πολύ απλά και προφανή κριτήρια.

- Το γράφημα δεν είναι συνδεόμενο
- Το γράφημα περιέχει σημείο κοπής
- Το γραφημα περιέχει **νέφυρα**
- Έστω μία κορυφή έχει βαθμό 1
- Δείχνοντας κατασκευαστικά ότι το γράφημα δεν έχει κύκλο Hamilton
  - 1. Σε έναν κύκλο Hamilton όλες οι κορυφές έχουν βαθμό 2
  - Αφαιρούμε διαδοχικά ακμές από κάθε κορυφή με βαθμό > 2 μέχρι να αποκτήσει βαθμό 2 με όλους τους δυνατούς τρόπους
  - Θα πρέπει σε κάθε περίπτωση αφαίρεσης ακμών να οδηγούμαστε ότι το γράφημα δεν έχει κύκλο Hamilton.