

# ΠΛΗ30 – ΤΕΣΤ12

## ΘΕΜΑ 1: ΑΝΑΛΥΣΗ ΑΛΓΟΡΙΘΜΩΝ

(A) Να ταξινομηθούν οι ακόλουθες συναρτήσεις κατά αύξουσα τάξη μεγέθους:

$$f_1(n) = \frac{\log n + n}{\log n}$$

$$f_2(n) = \frac{n^5 + \log^2 n}{n^2}$$

$$f_3(n) = \frac{4n^n + \log n}{\log \log n}$$

Ο συμβολισμός  $\log$  παριστάνει λογάριθμο με βάση το 2. . Η συνάρτηση  $f$  έχει την ίδια τάξη μεγέθους (ίδιο ρυθμό αύξησης) με την  $g$  ( $f \equiv g$ ), αν  $f = \Theta(g)$  (ισοδύναμα  $\Theta(f) = \Theta(g)$ ). Η συνάρτηση  $f$  έχει μικρότερη τάξη μεγέθους (μικρότερο ρυθμό αύξησης) από την  $g$  ( $f < g$ ), αν  $f = o(g)$ .

(B) Να λύσετε τις αναδρομές:

$$(1) \quad T(n) = T\left(\frac{4n}{5}\right) + T\left(\frac{n}{8}\right) + n^2$$

$$(2) \quad T(n) = 23T\left(\frac{n}{4}\right) + n^2$$

$$(3) \quad T(n) = 3T\left(\frac{n}{9}\right) + \sqrt{n}$$

$$(4) \quad T(n) = T(n-1) + 4n^{10}$$

Στη συνέχεια, να διαταχθούν οι λύσεις τους κατά αύξουσα τάξη μεγέθους.

**Θεώρημα Κυριαρχίας:** Έστω η αναδρομική εξίσωση  $T(n) = aT(n/b) + f(n)$ , όπου  $a \geq 1$ ,  $b > 1$  είναι σταθερές, και  $f(n)$  είναι μια ασυμπτωτικά θετική συνάρτηση. Τότε διακρίνονται οι ακόλουθες τρεις περιπτώσεις:

(1) αν  $f(n) = O(n^{\log_b a - \epsilon})$ , για κάποια σταθερά  $\epsilon > 0$ , τότε  $T(n) = \Theta(n^{\log_b a})$

(2) αν  $f(n) = \Theta(n^{\log_b a})$ , τότε  $T(n) = \Theta(n^{\log_b a} \log n)$

(3) αν  $f(n) = \Omega(n^{\log_b a + \epsilon})$ , για κάποια σταθερά  $\epsilon > 0$ , και αν υπάρχει σταθερά  $n_0$ , τέτοια

ώστε, για κάθε  $n \geq n_0$ ,  $af\left(\frac{n}{b}\right) \leq cf(n)$  για κάποια σταθερά  $c < 1$ , τότε  $T(n) = \Theta(f(n))$ .

**Υπόδειξη:** Θεωρείστε γνωστό ότι:  $\sum_{i=1}^n i^{10} = \Theta(n^{11})$

### **ΘΕΜΑ 3: ΚΑΝΟΝΙΚΕΣ ΓΛΩΣΣΕΣ**

Άσκηση 1: Κατασκευάστε ΜΠΑ για τις κανονικές εκφράσεις:

$$L1 = (0+1)^*11$$

$$L2 = (0+10+100+1000)^*$$

$$L3 = 11(0+1)^* + (0+1)^*001$$

$$L4 = 0^*1^*1^*$$

$$L5 = (00(0+1)^*11)^*$$

Άσκηση 2: Δίδεται η γλώσσα του αλφαβήτου  $\{0,1\}$

$L = \{w \mid w \text{ αρχίζει με } 010, \text{ περιέχει το } 110 \text{ και τελειώνει με } 111\}$

(Α) Δώστε Κανονική Έκφραση που παράγει τις συμβολοσειρές της  $L$

(Β) Δώστε Μη Ντετερμινιστικό Πεπερασμένο Αυτόματο (ΜΠΑ) της  $L$

(Γ) Δώστε Ντετερμινιστικό Πεπερασμένο Αυτόματο (ΝΠΑ) της  $L$

(Δ) Δώστε Ντετερμινιστικό Πεπερασμένο Αυτόματο (ΝΠΑ) για το συμπλήρωμα της  $L$