

Παράδειγμα: Να αποδείξετε με μαθηματική επαγωγή ότι ισχύει ο τύπος:  $1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$

Ισχυρισμός:  $1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$  για  $n \geq 1$

Απόδειξη:

**Βάση Επαγωγής:** Δείχνουμε ότι ισχύει για  $n = 1$ ,

δηλαδή ότι:  $1 = \frac{1(1+1)}{2}$

**Απόδειξη:**

Πράγματι ισχύει ότι:  $\frac{1(1+1)}{2} = \frac{2}{2} = 1$

**Επαγωγική Υπόθεση:** Υποθέτουμε ότι ισχύει για

$n = k$ , δηλαδή ότι:  $1 + 2 + \dots + k = \frac{k(k+1)}{2}$

**Επαγωγικό Βήμα:** Δείχνουμε ότι ισχύει για  $n = k + 1$ ,

δηλαδή ότι:  $1 + 2 + \dots + (k + 1) = \frac{(k+1)(k+2)}{2}$

**Απόδειξη:**

Πράγματι ισχύει ότι:

$1 + 2 + \dots + (k + 1) = [1 + 2 + \dots + k] + (k + 1)$

και λόγω της επαγωγικής υπόθεσης έχουμε:

$= \frac{k(k+1)}{2} + (k + 1) = \frac{k(k+1)}{2} + \frac{2(k+1)}{2} = \frac{(k+2)(k+1)}{2}$

Πολύ σημαντική η καθαρογραφη του ισχυρισμού (να φαίνεται καθαρά το  $n$  και να μην σημειώνουμε το κάτω όριο του  $n$  σε αυτόν)

Στην **βάση επαγωγής** αποδεικνύουμε τον ισχυρισμό για τον μικρότερο φυσικό που μας λείπει η εκφώνηση (ή εντοπίζουμε εμείς ότι ισχύει)

Στην **επαγωγική υπόθεση** υποθέτουμε ότι η πρόταση ισχύει για  $n=k$  (και αντικαθιστούμε στον ισχυρισμό όπου  $n$  το  $k$ )

Στην ισχυρή μαθηματική επαγωγή μπορούμε να κάνουμε υπόθεση για όλες τις τιμές από την αρχή έως το  $k$

Στο **επαγωγικό βήμα** αποδεικνύουμε την πρόταση που προκύπτει αν θέσουμε στον ισχυρισμό όπου  $n$  το  $k+1$ . Προσοχή ότι πρέπει υποχρεωτικά να χρησιμοποιήσουμε την επαγωγική υπόθεση.