

**ΘΕΩΡΗΜΑ:** Έστω  $L_1 \leq L_2$  (Υπάρχει αναγωγή από την  $L_1$  στην  $L_2$ ). Τότε ισχύουν τα εξής:

1. Αν η  $L_2$  είναι Turing-Αποφασίσιμη, τότε και η  $L_1$  είναι Turing-Αποφασίσιμη
2. **Αν η  $L_1$  δεν είναι Turing-Αποφασίσιμη, τότε και η  $L_2$  δεν είναι Turing-Αποφασίσιμη**
3. Αν η  $L_2$  είναι Turing-Αποδεκτή, τότε και η  $L_1$  είναι Turing-Αποδεκτή
4. Αν η  $L_1$  είναι μη Turing-Αποδεκτή, τότε και η  $L_2$  είναι μη Turing-Αποδεκτή

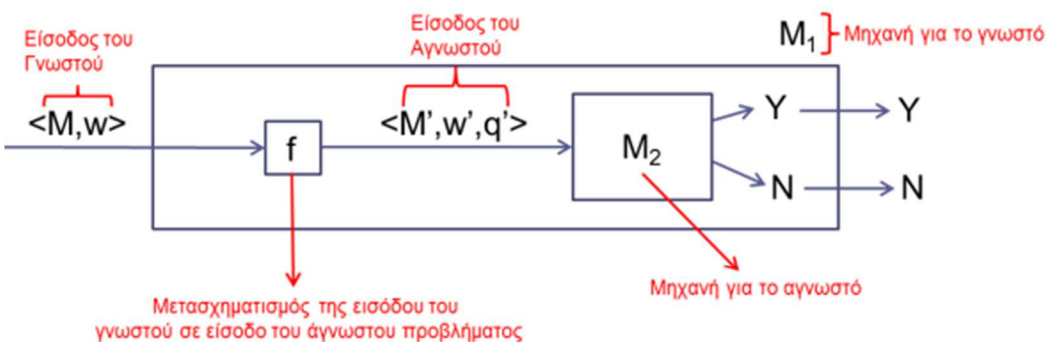
Από την εκφώνηση εντοπίζουμε την **γνωστή** και την **άγνωστη** μη επιλύσιμη γλώσσα. Για κάθε μία από αυτές εντοπίζουμε την είσοδό τους και το ερώτημα το οποίο θέτουν.

Γνωστή μη επιλύσιμη:

Είσοδος Γνωστής:  $H$   
Ερώτημα Γνωστής:  $H$  M με τερματίζει με είσοδο w  
 $H = \{ \langle M, w \rangle \mid H \text{ M με τερματίζει με είσοδο w} \}$

Άγνωστη μη επιλύσιμη:

Είσοδος Άγνωστής:  $Q$   
Ερώτημα Άγνωστής:  $Q$   
 $Q = \{ \langle M, w, q \rangle \mid H \text{ M με είσοδο w περνάει από την κατάσταση q} \}$



**Απόδειξη:** Γνωστή μη επιλύσιμη γλώσσα:

$L_1 = \{ \langle M, w \rangle \mid H \text{ M με τερματίζει με είσοδο w} \}$

Άγνωστη μη επιλύσιμη γλώσσα:  $L_2 =$

$\{ \langle M, w, q \rangle \mid H \text{ M με είσοδο w περνάει από την κατάσταση q} \}$

Έστω ότι η γλώσσα  $L_2$  είναι αποφασίσιμη, άρα υπάρχει μια μηχανή Turing που την αποφασίζει, εστω  $M_2$ . Κατασκευάζουμε μια μηχανή Turing  $M_1$  που αποφασίζει τη γλώσσα  $L_1$  ως εξής:

$H \text{ M}_1$  με είσοδο  $\langle M, w \rangle$  θέτει  $M' = M$ ,  $w' = w$  και  $q = \text{τελική κατάσταση του M}$ . Έπειτα περνάει την είσοδο  $\langle M', w', q \rangle$  στη μηχανή  $M_2$

1. Αν η  $M_2$  απαντήσει ΝΑΙ, τότε η  $M$  περνάει από την τελική κατάσταση h, με είσοδο w, άρα η  $M$  τερματίζει με είσοδο w, θέτουμε τη  $M_1$  να απαντήσει ΝΑΙ.

2. Αν η  $M_2$  απαντήσει ΟΧΙ, τότε η  $M$  δεν περνάει από την τελική κατάσταση h, με είσοδο w, άρα η  $M$  δεν τερματίζει με είσοδο w, θέτουμε τη  $M_1$  να απαντήσει ΟΧΙ.

Κατασκευάσαμε μια Μ.Τ. που αποφασίζει την  $L_1$ . Άτοπο. Άρα η  $L_2$  δεν είναι αποφασίσιμη

standard

Περιγραφή του μετασχηματισμού

YES στο ερώτημα του άγνωστού

YES στο ερώτημα του γνωστού

NO στο ερώτημα του άγνωστού

NO στο ερώτημα του γνωστού

standard