



Ορισμός: Δύο γραφήματα $G_1(V_1, E_1)$ και $G_2(V_2, E_2)$ είναι **ισομορφικά**, αν υπάρχει συνάρτηση $f: V_1 \rightarrow V_2$ 1-1 και επί, τέτοια ώστε $(v_i, v_j) \in E_1$ και $(f(v_i), f(v_j)) \in E_2$ και αντίστροφα.

Η f λέγεται **συνάρτηση ισομορφισμού** ή **ισομορφισμός** του G_1 με το G_2 .

Με απλά λόγια:

- Υπάρχει αντιστοίχιση των κορυφών ώστε να ταυτίζονται οι ακμές.

Θεώρημα: Για δύο ισομορφικά γραφήματα $G_1(V_1, E_1)$ και $G_2(V_2, E_2)$ ισχύει ότι με κάποια κατάλληλη διάταξη των κορυφών οι πίνακες γειτνίασης των δύο γραφημάτων ταυτίζονται.

Παράδειγμα: Στο σχήμα βλέπουμε δύο ισόμορφα γραφήματα. Η αναδιάταξη των κορυφών του G_2 ώστε να ταυτίζονται οι κορυφές προκύπτει από την συνάρτηση ισομορφισμού

$$f: V_1 \rightarrow V_2$$

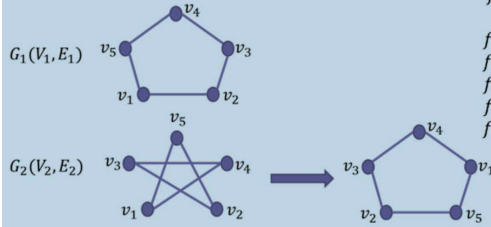
$$f(v_1) = v_2$$

$$f(v_2) = v_5$$

$$f(v_3) = v_1$$

$$f(v_4) = v_4$$

$$f(v_5) = v_3$$



Ορισμός:

Αυτομορφισμός είναι ένας ισομορφισμός από ένα γράφημα στον εαυτό του

- Το K_n έχει $n!$ αυτομορφισμούς
- Το $K_{n,m}$ έχει $n! m!$ αυτομορφισμούς

Αυτοσυμπληρωματικό καλείται ένα γράφημα, αν είναι ισόμορφο με το συμπλήρωμά του.

- έχει $m = n(n-1)/4$ ακμές
- Το μονοπάτι 4 κορυφών είναι αυτοσυμπληρωματικό γράφημα
- Ο κύκλος 5 κορυφών είναι αυτοσυμπληρωματικό γράφημα

Για να δείξω ότι δύο γραφήματα είναι ισομορφικά:

- Δίνω τη συνάρτηση ισομορφισμού
- Δείχνω ότι τα συμπληρώματα είναι ισομορφικά

Για να δείξω ότι δύο γραφήματα δεν είναι ισομορφικά:

- Βρίσκω μία αναλλοίωτη ιδιότητα που δεν διατηρείται π.χ.
 - έχει n κορυφές, έχει m ακμές, έχει κορυφή βαθμού k , έχει κύκλο Euler, έχει κύκλο Hamilton, είναι συνδεόμενο, είναι επίπεδο κ.λπ.