

ΠΛΗ20 – ΤΕΣΤ22

ΣΩΣΤΑ / ΛΑΘΟΣ

(1) Σε μια συγκέντρωση συμμετέχουν 10 άνδρες και 10 γυναίκες. Όλοι οι άνδρες ανταλλάσσουν χειραψία μεταξύ τους, όλοι οι άνδρες ανταλλάσσουν χειραψία με όλες τις γυναίκες, ενώ οι γυναίκες δεν ανταλλάσσουν χειραψία μεταξύ τους.

1. Οι χειραψίες μεταξύ ανδρών είναι 10^2
2. Οι χειραψίες μεταξύ ανδρών είναι $\binom{10}{2}$
3. Οι χειραψίες μεταξύ ανδρών και γυναικών είναι 10^2
4. Οι χειραψίες μεταξύ ανδρών και γυναικών είναι $\binom{20}{2}$

(2) Ο συντελεστής του x^m στην παράσταση $(1+x)^{n+m-1}$ είναι ίσος με:

1. Τους διαφορετικούς τρόπους να διανείμουμε n μη διακεκριμένα αντικείμενα σε m διακεκριμένες υποδοχές.
2. Τις δυαδικές συμβολοσειρές μήκους $n+m-1$ με $n-1$ άσσους.
3. Το συντελεστή του x^n στην παράσταση $(1+x+x^2+\dots)^m$
4. Τις ακέραιες λύσεις της εξίσωσης $x_1+x_2+\dots+x_n=m$ όπου $x_i \in \mathbb{N}$ για $i=1,2,\dots,n$

(3) Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις αληθεύουν;

1. $\varphi \vee \neg\varphi \models \neg(\varphi \rightarrow (\psi \rightarrow \varphi))$
2. $\neg(\varphi \rightarrow \varphi) \models \varphi \rightarrow \neg\varphi$
3. $\models \psi \rightarrow (\varphi \rightarrow \psi)$
4. $\varphi \rightarrow \psi \models \varphi \vee \neg\varphi$

(4) Οι παρακάτω τύποι είναι ταυτολογίες:

1. $(p_1 \wedge p_2) \leftrightarrow \neg(\neg p_1 \vee \neg p_2)$
2. $(\neg p_1 \vee p_2) \leftrightarrow (p_1 \rightarrow p_2)$
3. $(p_1 \rightarrow p_2) \leftrightarrow (\neg p_2 \rightarrow \neg p_1)$
4. $p_1 \rightarrow (\neg p_1 \vee p_2 \rightarrow p_1)$

(5) Θεωρούμε μια πρωτοβάθμια γλώσσα με ένα διμελές κατηγορηματικό σύμβολο P . Ερμηνεύουμε τη γλώσσα αυτή στο κατευθυνόμενο γράφημα του σχήματος ώστε οι μεταβλητές να ερμηνεύονται ως κορυφές του γραφήματος και το σύμβολο P με τη σχέση που αποτελείται από όλα τα ζευγάρια κορυφών (a,b) για τα οποία υπάρχει ακμή από την a στη b . Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις αληθεύουν σε αυτή την ερμηνεία;

1. $\forall x \forall y P(x, y)$
2. $\forall x \forall y [P(x, y) \rightarrow \neg P(y, x)]$
3. $\neg \forall x \exists y P(x, y)$
4. $\exists x \forall y \neg P(x, y)$



(6) Θεωρούμε μια πρωτοβάθμια γλώσσα με ένα διμελές κατηγορηματικό σύμβολο P . Ερμηνεύουμε τη γλώσσα αυτή σε απλά μη κατευθυνόμενα γραφήματα όπου το σύμπαν είναι οι κορυφές του γραφήματος και το διμελές κατηγορηματικό σύμβολο $P(x, y)$ ερμηνεύεται με τη σχέση όλων των ζευγών κορυφών που συνδέονται με ακμή. Οι παρακάτω προτάσεις αληθεύουν στο γράφημα του σχήματος:

1. $\forall x \forall y \neg P(x, y)$
2. $\neg \forall x \forall y [x \neq y \rightarrow P(x, y)]$
3. $\exists x \exists y [x \neq y \wedge \forall w (w \approx x \vee w \approx y)]$
4. $\exists x \forall w (w \approx x)$



(7) Έστω $G = (V, E)$ απλό μη κατευθυνόμενο γράφημα

1. Αν το γράφημα είναι κανονικό, τότε και το συμπλήρωμά του είναι κανονικό.
2. Αν το γράφημα είναι διχοτομίσιμο τότε κάθε υπογράφημά του είναι επίσης διχοτομίσιμο.
3. Αν κάθε κύκλος του γραφήματος έχει άρτιο μήκος, τότε το γράφημα είναι διχοτομίσιμο.
4. Αν το γράφημα είναι πλήρες διχοτομίσιμο, τότε είναι 2-χρωματίσιμο

(8) Έστω μη κατευθυνόμενο γράφημα 6 κορυφών

1. Αν το γράφημα είναι πλήρες, έχει 15 ακμές.
2. Αν το γράφημα είναι 3-κανονικό, έχει 9 ακμές.
3. Αν το γράφημα είναι 3-κανονικό, τότε το συμπλήρωμά του είναι 3-κανονικό.
4. Αν το γράφημα είναι πλήρες διμερές, τότε έχει 9 ακμές.

Β' ΜΕΡΟΣ (ΑΡΙΣΤΑ: 100)**Άσκηση 1: ΣΥΝΔΥΑΣΤΙΚΗ**

(Ερώτημα 1) Έστω ότι σε μια 8x8 σκακιέρα ένα πιόνι βρίσκεται στο κάτω αριστερό τετραγωνίδιο. Υπολογίστε τις διαφορετικές διαδρομές με τις οποίες μπορούμε να μετακινήσουμε το πιόνι στο άνω δεξί τετραγωνίδιο κάνοντας ακριβώς 14 κινήσεις. Κάθε νόμιμη κίνηση μετακινεί το πιόνι κατά ένα τετραγωνίδιο δεξιά, αριστερά πάνω ή κάτω αλλά όχι διαγώνια.

(Ερώτημα 2) Σε μια αίθουσα συνεδριάσεων πρόκειται να εισέλθουν 12 διακεκριμένα άτομα χρησιμοποιώντας 3 διακεκριμένες εισόδους. Επιπλέον σε κάθε είσοδο θα επιτραπεί να εισέλθουν το πολύ 6 άτομα. Σχηματίστε γεννήτρια συνάρτηση και υποδείξτε τον όρο τους οποίου ο συντελεστής θα μας δώσει τους τρόπους με τους οποίους μπορούν να εισέλθουν στην αίθουσα τα 12 άτομα αν έχει σημασία η σειρά με την οποία εισέρχονται τα άτομα σε κάθε είσοδο.

(Ερώτημα 3) Πόσοι οι αναγραμματισμοί της λέξης TAPAPA:
(Α) χωρίς περιορισμό.

(Β) που τα 2P είναι σε διαδοχικές θέσεις

(Γ) που τα 2P δεν είναι σε διαδοχικές θέσεις

Άσκηση 2: ΛΟΓΙΚΗ

(Ερώτημα 1)

Δείξτε ότι αν $\psi \models \chi$ και $\psi \models \chi \rightarrow \phi$, τότε $\psi \models \phi$.

(Ερώτημα 2)

Δείξτε ότι $\{ \phi \rightarrow \chi, \chi \rightarrow \neg \psi \} \vdash \phi \rightarrow \neg \psi$

1. Χρησιμοποιώντας το θεώρημα Απαγωγής
2. Εφαρμόζοντας το θεώρημα Απαγωγής και στη συνέχεια το θεώρημα Απαγωγής σε Άτοπο.

(Ερώτημα 3) Θεωρούμε μια πρωτοβάθμια γλώσσα με ένα διμελές κατηγορηματικό σύμβολο P .

Ερμηνεύουμε τη γλώσσα αυτή σε απλά μη κατευθυνόμενα γραφήματα όπου το σύμπαν είναι οι κορυφές του γραφήματος και το διμελές κατηγορηματικό σύμβολο $P(x, y)$ ερμηνεύεται με τη σχέση όλων των ζευγών κορυφών που συνδέονται με ακμή.

Να διατυπώσετε πρόταση κατηγορηματικής λογικής που να αληθεύει σε γραφήματα που ο μέγιστος βαθμός κορυφής είναι 2.