

ΠΛΗ20 – ΤΕΣΤ17

ΣΩΣΤΑ / ΛΑΘΟΣ

(1) Πόσα σταυρόλεξα $n \times n$ με m μαύρα τετράγωνα υπάρχουν;

1. Όσα οι n -ψηφιοί δυαδικοί αριθμοί με m άσσους
2. Όσα οι συνδυασμοί m στοιχείων από n^2
3. Όσα οι διατάξεις m στοιχείων από n^2
4. Όσα ο συντελεστής του x^m στη παράσταση $(1+x)^{n^2}$

(2) Έστω A , σύνολο με 10 στοιχεία

1. Τα υποσύνολα του A με 3 στοιχεία είναι περισσότερα από τα υποσύνολα του A με 7 στοιχεία.
2. Ο αριθμός των τρόπων επιλογής 4 στοιχείων του συνόλου με επανάληψη είναι $\binom{10}{4}$
3. Το πλήθος των υποσυνόλων του A με 5 στοιχεία είναι περιττός αριθμός
4. Το πλήθος των υποσυνόλων του A με 3 στοιχεία είναι ίσο με το συντελεστή του x^3 στη παράσταση $(1+x)^{10}$

(3) Θεωρούμε τέσσερις κληρώσεις ενός αριθμού από το 1 έως το 10. Κάθε αριθμός προκύπτει με πιθανότητα $1/10$ σε κάθε κλήρωση και τα αποτελέσματα των τεσσάρων κληρώσεων είναι ανεξάρτητα. Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις αληθεύουν και ποιες όχι;

1. Η πιθανότητα το αποτέλεσμα να είναι περιττός αριθμός σε όλες τις κληρώσεις $1/16$.
2. Η πιθανότητα το αποτέλεσμα να είναι άρτιος αριθμός σε μία κλήρωση και περιττός στις υπόλοιπες κληρώσεις είναι $1/8$.
3. Η πιθανότητα να μην κληρωθεί ούτε το 2 ούτε το 3, είναι $8^4/10^4$.
4. Η πιθανότητα να κληρωθεί τουλάχιστον ένα 2 είναι $9^4/10^4$

(4) Οι παρακάτω προτάσεις είναι αληθείς ή ψευδείς.

1. Ο προτασιακός τύπος: $\neg p \wedge q \rightarrow p$ είναι ταυτολογία
2. Ο προτασιακός τύπος: $\neg p \leftrightarrow (\neg q \rightarrow p)$ είναι ταυτολογία
3. Ο προτασιακός τύπος: $\neg p \vee (q \rightarrow \neg p)$ είναι ταυτολογία
4. Ο προτασιακός τύπος: $\neg(p \wedge q) \vee (p \wedge q)$ είναι ταυτολογία

(5) Δίδονται οι προτασιακοί τύποι φ, ψ και χ . Ποιες από τις παρακάτω δηλώσεις ισχύουν;

1. Ο τύπος $\varphi \wedge \neg \varphi \rightarrow \psi$ είναι ταυτολογία
2. $\{\varphi, \chi\} \models \psi \rightarrow \varphi$
3. $\chi \vdash \psi \rightarrow (\varphi \rightarrow \psi)$
4. $\psi \vdash \varphi \vee \psi$

(6) Αποφασίστε αν οι παρακάτω προτάσεις είναι αληθείς ή ψευδείς στην γλώσσα της θεωρίας αριθμών όπου $P(x, y)$ αληθεύει αν $x \leq y$

1. $\forall x \exists y P(x, y)$
2. $\exists x \forall y P(x, y)$
3. $\forall y \exists x \neg P(x, y)$
4. $\exists y \forall x \neg P(x, y)$

Β' ΜΕΡΟΣ: ΕΡΩΤΗΜΑΤΑ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ

Άσκηση 1: Συνδυαστική

(Ερώτημα 1) Σχηματίστε γεννήτρια συνάρτηση και επισημάνετε τον όρο που δίνει τους τρόπους με τους οποίους μπορούμε να πληρώσουμε ένα ποσό αξίας 1000€, χρησιμοποιώντας ακριβώς 100 (συνολικά) χαρτονομίσματα αξίας 5€, 10€, 20€.

Άσκηση 2 : ΛΟΓΙΚΗ

Άσκηση 2.1: Προτασιακή Λογική

(Ερώτημα 1)

Να δειχθεί ότι $\{\varphi \rightarrow (\psi \rightarrow \chi), (\varphi \rightarrow \psi) \rightarrow \varphi\} \vdash_{\text{ΠΛ}} (\varphi \rightarrow \psi) \rightarrow \chi$ όταν επιτρέπονται τα θεωρήματα του προτασιακού λογισμού, αλλά όχι τα θεωρήματα εγκυρότητας-πληρότητας

Άσκηση 2.2: Κατηγορηματική Λογική

(Ερώτημα 1) Να αποδείξετε ότι ο τύπος $\forall x \exists y P(x, y) \wedge \forall x \exists y P(y, x)$ είναι ικανοποιήσιμος