

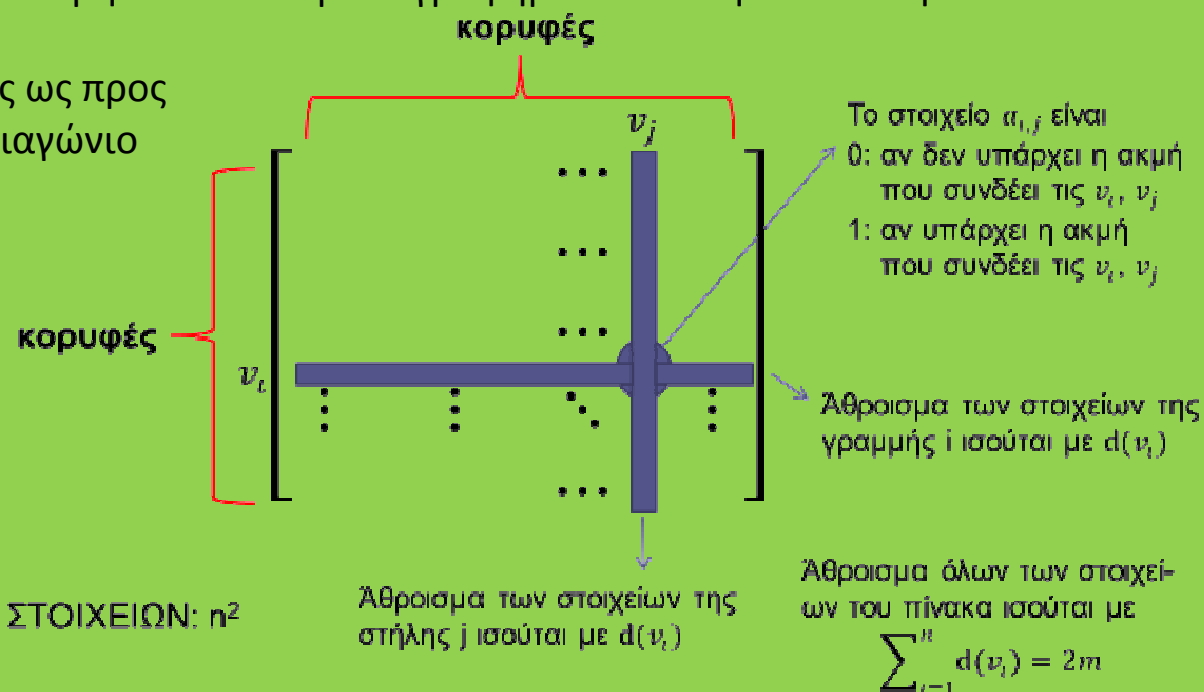


Ορισμός: Ο πίνακας γειτνίασης (ή μητρώο σύνδεσης) ενός μη κατευθυνόμενου γραφήματος $G=(V,E)$ με $|V|=n$ είναι ένας $n \times n$ τετραγωνικός πίνακας που ορίζεται ως:

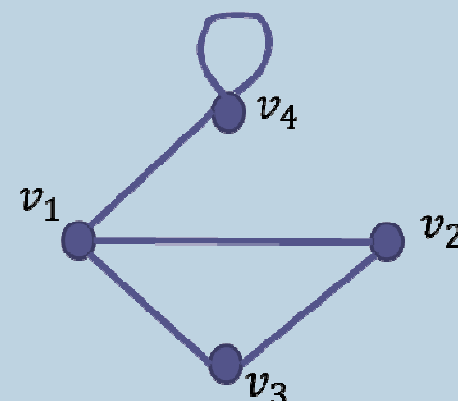
$$A_{n \times n} = (a_{ij}) = \begin{cases} 1, & \text{αν } [v_i, v_j] \in E \\ 0, & \text{αν } [v_i, v_j] \notin E \end{cases}$$

ΔΙΑΙΣΘΗΣΗ: Η μορφή που πρέπει να έχουμε στο μυαλό μας για τον πίνακα γειτνίασης σε απλά μη κατευθυνόμενα γραφήματα είναι η ακόλουθη:

- Συμμετρικός ως προς την κύρια διαγώνιο



Παράδειγμα: Στο σχήμα βλέπουμε ένα μη κατευθυνόμενο γράφημα και τον πίνακα γειτνίασής του:



Θεώρημα (υπολογισμού μονοπατιών):

Το στοιχείο (i, j) του πίνακα A^k (ο πίνακας γειτνίασης υψωμένος στην k δύναμη) δίνει πόσα μονοπάτια μήκους k υπάρχουν από την κορυφή v_i στην κορυφή v_j

Πόρισμα 1:

Το στοιχείο (i, j) του πίνακα $A + A^2 + \dots + A^k$ δίνει πόσα μονοπάτια μήκους το πολύ k υπάρχουν από την κορυφή v_i στην κορυφή v_j

Πόρισμα 2:

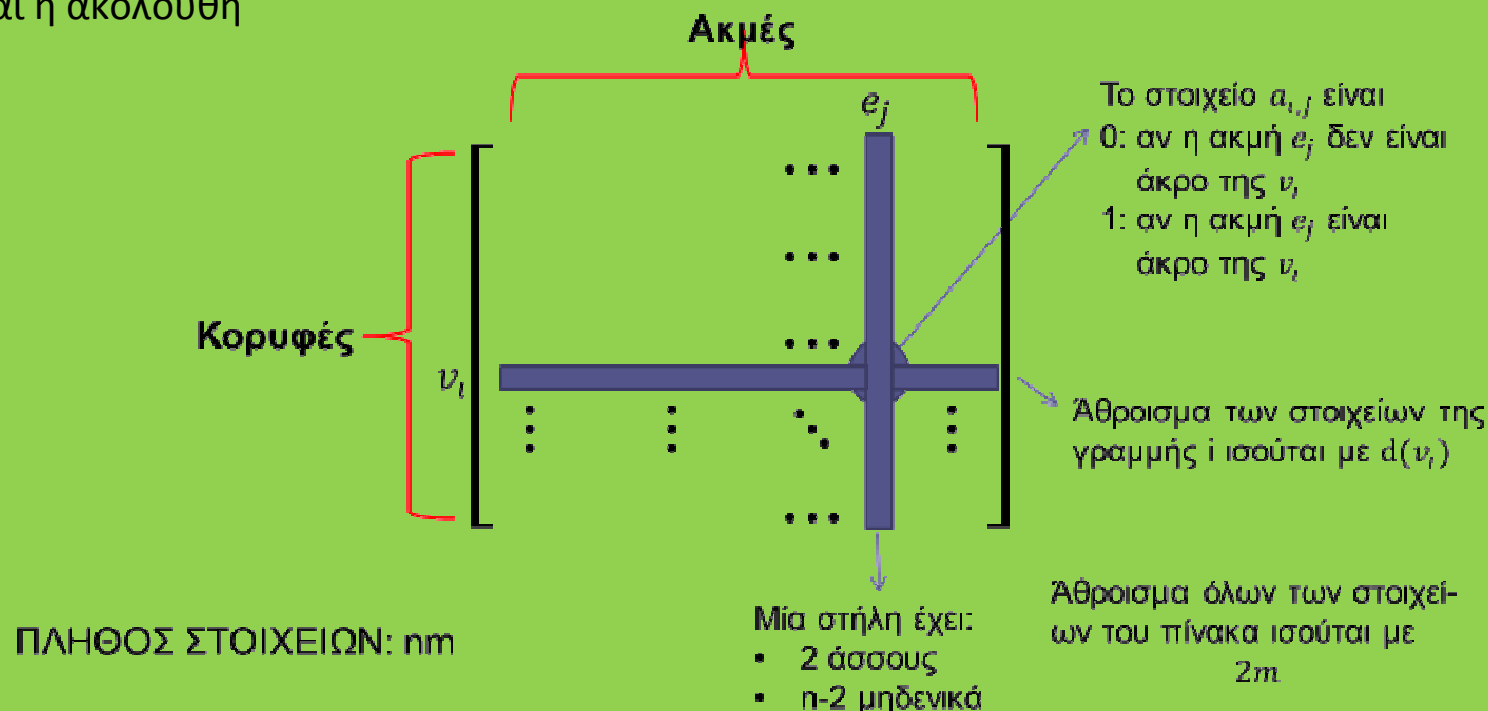
Αν ένα μη διαγώνιο στοιχείο (i, j) του πίνακα $A + A^2 + \dots + A^{n-1}$ (όπου $n=|V|$) είναι 0, τότε το γράφημα δεν είναι συνδεόμενο.

$$A = \begin{matrix} & \begin{matrix} v_1 & v_2 & v_3 & v_4 \end{matrix} \\ \begin{matrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

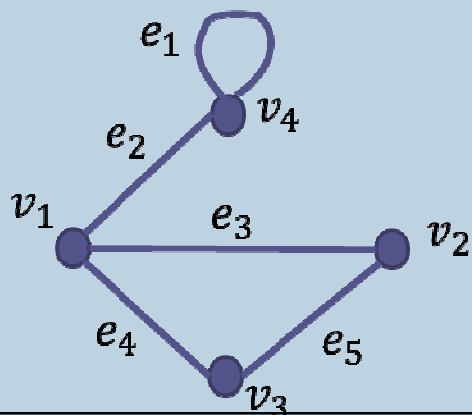
Ορισμός: Ο πίνακας πρόσπτωσης (ή μητρώο εφαπτόμενων ακμών) ενός μη κατευθυνόμενου γραφήματος $G=(V,E)$ με $|V|=n$, $|E|=m$ είναι ένας $n \times m$ πίνακας που ορίζεται ως:

$$A_{n \times m} = (a_{i,j}) = \begin{cases} 1, & \text{αν η κορυφή } v_i \text{ είναι ακρο της } e_j \\ 0, & \text{αλλιώς} \end{cases}$$

ΔΙΑΙΣΘΗΣΗ: Η μορφή που πρέπει να έχουμε στο μυαλό μας για τον πίνακα πρόσπτωσης σε απλά μη κατευθυνόμενα γραφήματα είναι η ακόλουθη



Παράδειγμα: Στο σχήμα βλέπουμε ένα μη κατευθυνόμενο γράφημα και τον πίνακα γειτνιάσής του:



$$A = \begin{matrix} & e_1 & e_2 & e_3 & e_4 & e_5 \\ \begin{matrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix}$$