

ΠΛΗ20 – ΤΕΣΤ7

ΣΩΣΤΑ / ΛΑΘΟΣ

(1) Ο αριθμός των τρόπων να τοποθετήσουμε 4 διακεκριμένα αντικείμενα σε 8 διακεκριμένες υποδοχές, όταν έχει σημασία η σειρά των αντικειμένων στις υποδοχές, είναι ίσος με:

1. 8^4
2. Τον αριθμό των διατάξεων 4 αντικειμένων από 11.
3. Τον αριθμό των συνδυασμών 4 αντικειμένων από 11.
4. Τον συντελεστή του $x^4 / 4!$ στην παράσταση $(1 + x)^{11}$.

(2) Ο αριθμός των τρόπων να τοποθετήσουμε 8 μη διακεκριμένα σφαιρίδια σε 6 διακεκριμένες υποδοχές, ώστε καμία υποδοχή να μην μείνει κενή είναι ίσος με:

1. Το συντελεστή του x^2 στη γεννήτρια συνάρτηση $(1 + x + x^2)^6$.
2. Το συντελεστή του x^6 στη γεννήτρια συνάρτηση $(x + x^2 + x^3 + \dots)^8$.
3. Το συντελεστή του x^8 στη γεννήτρια συνάρτηση $(x + x^2 + x^3 + \dots + x^8)^6$.
4. Το συντελεστή του x^8 στη γεννήτρια συνάρτηση $(x + x^2 + x^3)^6$.

(3) Δέκα αριθμοί από το 0 μέχρι το 6 κληρώνονται τυχαία (και ισοπίθανα) από δέκα διακεκριμένες κληρωτίδες. Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις αληθεύουν και ποιες όχι;

1. Ο αριθμός των διαφορετικών αποτελεσμάτων της κλήρωσης είναι ίσος με 10^6 .
2. Υπάρχουν $7^{10} - 6^{10}$ διαφορετικά αποτελέσματα όπου κληρώνεται τουλάχιστον ένα 0.
3. Υπάρχουν 6^{10} διαφορετικά αποτελέσματα όπου δεν κληρώνεται κανένα 0.
4. Η πιθανότητα το άθροισμα των δέκα αριθμών να είναι ίσο με 1 είναι ίση με $10/7^{10}$.

(4) Ρίχνουμε 10 φορές ένα ζάρι.

1. Τα διαφορετικά αποτελέσματα όταν η σειρά δεν έχει σημασία, είναι $C(15, 10)$.
2. Τα διαφορετικά αποτελέσματα όταν η σειρά έχει σημασία, είναι: 10^6
3. Τα διαφορετικά αποτελέσματα όταν η σειρά δεν έχει σημασία είναι όσα ο συντελεστής του x^{10} στη παράσταση $(1 + x)^{15}$
4. Τα διαφορετικά αποτελέσματα όταν η σειρά δεν έχει σημασία είναι όσα ο συντελεστής του x^{10} στη παράσταση $(1 + x + x^2 + \dots)^6$

(5) Τρεις διακεκριμένες κληρωτίδες κληρώνουν τυχαία και ισοπίθανα έναν αριθμό από το 0 έως το 9

1. Η πιθανότητα να έρθει τουλάχιστον ένα μηδενικό είναι $9^3/10^3$
2. Η πιθανότητα να μη έρθει μηδενικό είναι $9^3/10^3$
3. Η πιθανότητα το άθροισμα των αποτελεσμάτων να είναι ίσο με 1 είναι $3/10^3$
4. Η πιθανότητα το άθροισμα των αποτελεσμάτων να είναι ίσο με 2 είναι $6/10^3$

Β' ΜΕΡΟΣ**Άσκηση 1**

(α) Γράψτε γεννήτρια συνάρτηση για το πλήθος των θετικών (≥ 0) ακεραίων λύσεων της εξίσωσης

$$3x + 5y + 7z + 9w = 40$$

Ποιού όρου της γεννήτριας συνάρτησης ο συντελεστής δίνει το ζητούμενο πλήθος;

(β) Βρείτε τον αριθμό των διαφορετικών μεταθέσεων των γραμμάτων της λέξης ΠΑΡΑΠΟΝΑ στις οποίες τα τρία Α δεν είναι σε διαδοχικές θέσεις.

(γ) Να βρείτε το πλήθος των ακέραιων αριθμών από το 1 ως το 10,000 των οποίων το άθροισμα των ψηφίων είναι 7. Τέτοιοι αριθμοί είναι για παράδειγμα οι: 7, 25, 214, 2221.