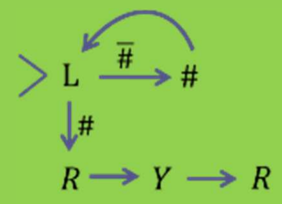
ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΑΠΟΦΑΣΙΣΙΜΩΝ ΓΛΩΣΣΩΝ

Μία **<u>μηχανή Turing</u>** θα λέμε ότι αποφασίζει μία γλώσσα αν για κάθε συμβολοσειρά εισόδου w:

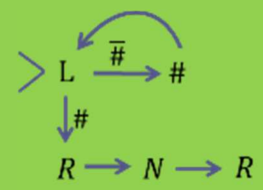
- Τερματίζει με σχηματισμό (h, #Y<u>#</u>) αν $w \in L$
- Τερματίζει με σχηματισμό (h, #N<u>#</u>) αν $w \notin L$

Αν για μία γλώσσα L υπάρχει μηχανή Turing που την αποφασίζει λέγεται Turing-Αποφασίσιμη (ή Αναδρομική ή Επιλύσιμη ή Αποφασίσιμη Γλώσσα)

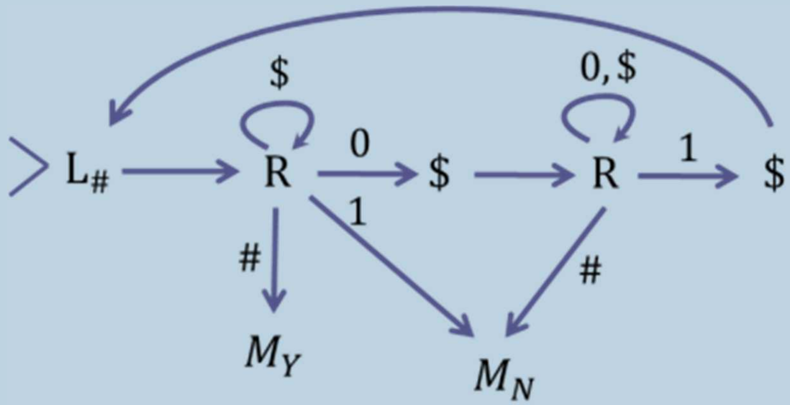
Μηχανή του YES



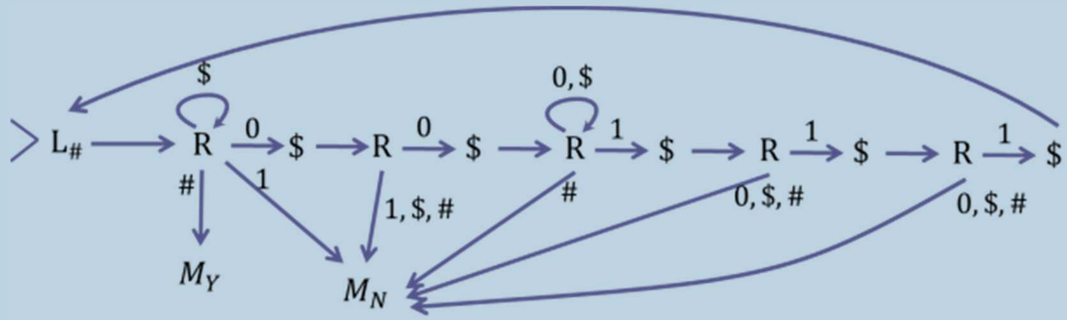
Μηχανή του NO



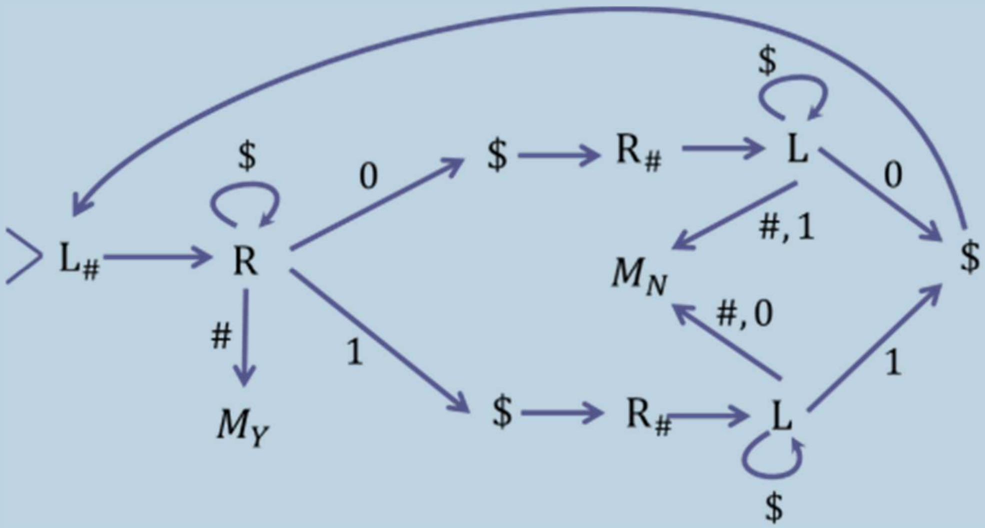
Ισότητα $L = \{0^n 1^n | n \geq 0\}$



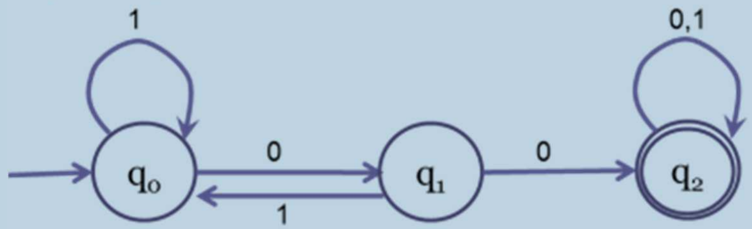
Αναλογία $L = \{0^{2n} 1^{3n} | n \geq 0\}$



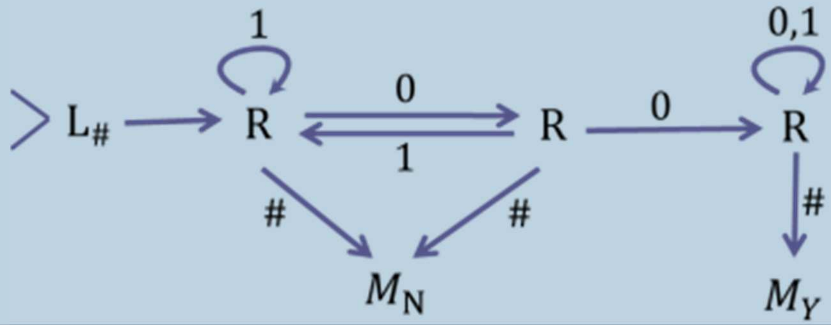
Παλινδρομικότητα $L = \{ww^R | w \in \{0,1\}^*\}$



Κανονικές $L = \{ w \in \{0,1\}^* | w\ περιεχει\ το\ 00\}$.



Μ.Τ. που προσομοιώνει το ΝΠΑ:



Η L_1 είναι Αποφασίσιμη Γλώσσα, άρα υπάρχει μία μηχανη Turing που την αποφασίζει έστω M_1
Η L_2 είναι Αποφασίσιμη Γλώσσα, άρα υπάρχει μία μηχανη Turing που την αποφασίζει έστω M_2

Κλειστότητα των Αποφασισίμων Γλωσσών στην **Ένωση**

Κατασκευάζουμε μία μηχανή Turing, έστω M’ η οποία με είσοδο w λειτουργεί ως εξής:
1) Τρέχει την M_1 με είσοδο w. Αν η M_1 απαντήσει ΝΑΙ, τότε η M’ απαντά ΝΑΙ και τερματίζει. Αν η M_1 απαντήσει ΌΧΙ προχωράει στο βήμα 2:
2) Τρέχει την M_2 με είσοδο w. Αν η η M_2 απαντήσει ΝΑΙ, τότε η M’ απαντά ΝΑΙ και τερματίζει. Αν η M_2 απαντήσει ΌΧΙ τότε απαντά ΌΧΙ και τερματίζει.

Κλειστότητα των Αποφασισίμων Γλωσσών στην **Τομή**

Κατασκευάζουμε μία μηχανή Turing, έστω M’ η οποία με είσοδο w λειτουργεί ως εξής:
1) Τρέχει την M_1 με είσοδο w. Αν η M_1 απαντήσει ΟΧΙ, τότε η M’ απαντά ΟΧΙ και τερματίζει. Αν η M_1 απαντήσει ΝΑΙ προχωρά στο βήμα 2:
2) Τρέχει την M_2 με είσοδο w. Αν η η M2 απαντήσει ΟΧΙ, τότε η M’ απαντά ΟΧΙ και τερματίζει. Αν η M_2 απαντήσει ΝΑΙ τότε η M’ απαντά ΝΑΙ και τερματίζει.

Κλειστότητα των Αποφασισίμων Γλωσσών στην **Παράθεση**

Κατασκευάζουμε μία μηχανή Turing, έστω M’ η οποία με είσοδο w λειτουργεί ως εξής:
1. Πρώτα μία μηχανή Turing διαχωριστής D παράγει όλους τους δυνατούς διαχωρισμούς της συμβολοσειράς w στην παράθεση δύο συμβολοσειρών w_1 και w_2 (δηλαδή όλους τους δυνατούς διαχωρισμούς της w ως w_1w_2.)
2. Για κάθε δυνατό διαχωρισμό: Τρέχει την M_1 με είσοδο w_1 και την M_2 με είσοδο w_2. Αν και οι δύο μηχανές απαντήσουν ΝΑΙ, τότε η M’ τερματίζει απαντώντας ΝΑΙ

Αν όλοι οι δυνατοί διαχωρισμοί απαντηθούν ΌΧΙ, τότε και η M’ τερματίζει απαντώντας ΌΧΙ.

Κλειστότητα των Αποφασισίμων Γλωσσών στο **Συμπλήρωμα**

Η L είναι Αποφασίσιμη Γλώσσα, άρα υπάρχει μία μηχανη Turing που την αποφασίζει έστω M

Κατασκευάζουμε μία μηχανή Turing, έστω M’ η οποία με είσοδο w λειτουργεί ως εξής:
1) Τρέχει την M με είσοδο w.
- Αν η M απαντήσει ΟΧΙ, τότε η M’ απαντά ΝΑΙ και τερματίζει.
- Αν η M απαντήσει ΟΧΙ, τότε η M’ απαντάει ΌΧΙ και τερματίζει.

Κλειστότητα των Αποφασισίμων Γλωσσών στο **Αστέρι Kleene**

Κατασκευάζουμε μία μηχανή Turing, έστω M’ η οποία με είσοδο w λειτουργεί ως εξής:
1. Πρώτα μία μηχανή Turing διαχωριστής D παράγει όλους τους δυνατούς διαχωρισμούς της συμβολοσειράς w στην παράθεση 1..|w| συμβολοσειρών (δηλαδή όλους τους δυνατούς διαχωρισμούς της w ως $w_1w_2…w_k$ με k=1,2,…|w|)
2. Για κάθε δυνατό διαχωρισμό: Τρέχει την M διαδοχικά με εισόδους w_1,w_2 , … , w_k. Αν η M απαντήσει ΝΑΙ για όλες τις συμβολοσειρές τότε η M’ τερματίζει απαντώντας ΝΑΙ.

Αν όλοι οι δυνατοί διαχωρισμοί απαντηθούν ΌΧΙ, τότε και η M’ τερματίζει απαντώντας ΌΧΙ.