

ΠΛΗ30 – ΤΕΣΤ13

ΘΕΜΑ 1: ΑΝΑΛΥΣΗ ΑΛΓΟΡΙΘΜΩΝ

(Α) Να ταξινομηθούν οι ακόλουθες συναρτήσεις κατά αύξουσα τάξη μεγέθους:

$$f_1(n) = \sqrt[\log n]{\sqrt[n]{n^{n \log^2 n}}}$$

$$f_2(n) = \sqrt[n^2]{\sqrt[n]{\log^{n^4} n}}$$

Ο συμβολισμός \log παριστάνει λογάριθμο με βάση το 2. . Η συνάρτηση f έχει την ίδια τάξη μεγέθους (ίδιο ρυθμό αύξησης) με την g ($f \equiv g$), αν $f = \Theta(g)$ (ισοδύναμα $\Theta(f) = \Theta(g)$). Η συνάρτηση f έχει μικρότερη τάξη μεγέθους (μικρότερο ρυθμό αύξησης) από την g ($f < g$), αν $f = o(g)$.

(B) Να λύσετε τις αναδρομές:

$$(1) \quad T(n) = T\left(\frac{n}{2}\right) + T\left(\frac{n}{5}\right) + n$$

$$(2) \quad T(n) = T(n-1) + 3n^2$$

$$(3) \quad T(n) = 4T\left(\frac{n}{16}\right) + \sqrt{n}$$

Στη συνέχεια, να διαταχθούν οι λύσεις τους κατά αύξουσα τάξη μεγέθους.

Θεώρημα Κυριαρχίας: Έστω η αναδρομική εξίσωση $T(n) = aT(n/b) + f(n)$, όπου $a \geq 1$, $b > 1$ είναι σταθερές, και $f(n)$ είναι μια ασυμπτωτικά θετική συνάρτηση. Τότε διακρίνονται οι ακόλουθες τρεις περιπτώσεις:

(1) αν $f(n) = O(n^{\log_b a - \epsilon})$, για κάποια σταθερά $\epsilon > 0$, τότε $T(n) = \Theta(n^{\log_b a})$

(2) αν $f(n) = \Theta(n^{\log_b a})$, τότε $T(n) = \Theta(n^{\log_b a} \log n)$

(3) αν $f(n) = \Omega(n^{\log_b a + \epsilon})$, για κάποια σταθερά $\epsilon > 0$, και αν υπάρχει σταθερά n_0 , τέτοια

ώστε, για κάθε $n \geq n_0$, $af\left(\frac{n}{b}\right) \leq cf(n)$ για κάποια σταθερά $c < 1$, τότε $T(n) = \Theta(f(n))$.

ΘΕΜΑ 3: ΚΑΝΟΝΙΚΕΣ ΓΛΩΣΣΕΣ

Άσκηση 1:

Κατασκευάστε Κανονικές Εκφράσεις για τις Γλώσσες του αλφαβήτου $\{0,1\}$:

$$L_1 = \{ w \mid w \text{ τελειώνει με } 0 \}$$

$$L_2 = \{ w \mid w \text{ αρχίζει με } 01 \}$$

$$L_3 = \{ w \mid w \text{ περιέχει το } 100 \}$$

$$L_4 = \{ w \mid w \text{ έχει μήκος } 3 \}$$

$$L_5 = \{ w \mid w \text{ έχει μήκος τουλάχιστον } 2 \}$$

$$L_6 = \{ w \mid w \text{ έχει μήκος το πολύ } 1 \}$$

$$L_7 = \{ w \mid w \text{ έχει άρτιο μήκος ή αρχίζει με } 00 \}$$

$$L_8 = \{ w \mid w \text{ δεν αρχίζει με } 00 \}$$

$$L_9 = \{ w \mid w \text{ δεν περιέχει το } 10 \}$$

Άσκηση 2: Κατασκευάστε ΜΠΑ για τις κανονικές εκφράσεις:

$$L1 = 0(0+1)^*11^*$$

$$L2 = (100+1+11)^*$$

$$L3 = 00^*1^* + 11^*0^*$$

$$L4 = 0^*1^*1(0+1)^*$$

$$L5 = (1^*01)^*$$

Άσκηση 3:

Δίδεται η κανονική έκφραση: $1^*0^*11^*$

(Α) Δώστε Μη Ντετερμινιστικό Αυτόματο (ΜΠΑ) με ακριβώς μία ε-κίνηση που αναγνωρίζει τις συμβολοσειρές που παράγονται από την παραπάνω κανονική έκφραση.

(Β) Δώστε το ισοδύναμο ΜΠΑ χωρίς ε-κινήσεις

(Γ) Δώστε το ισοδύναμο ΝΠΑ

Άσκηση 4:

Διαδοχικά στο αλφάβητο $\{0,1\}$:

- 1) Δώστε Κ.Ε. για τη $L_1 = \{w \mid w \text{ τελειώνει με } 1\}$
- 2) Δώστε Κ.Ε. για τη $L_2 = \{w \mid w \text{ περιέχει το } 0\}$
- 3) Δώστε ΜΠΑ για την L_1
- 4) Δώστε ΜΠΑ για την L_2
- 5) Δώστε το ισοδύναμο ΝΠΑ της L_1
- 6) Δώστε το ισοδύναμο ΝΠΑ της L_2
- 7) Δώστε το ΝΠΑ της $L_1 \cap L_2$ (χρησιμοποιώντας τον αλγόριθμο κλειστότητας της τομής)