Παράδειγμα: Υπολογίστε ασυμπτωτικά άνω και κάτω φραγματα του αθροίσματος:

$$T(n)=\sum_{i=1}^{n}\log i$$

Υπολογισμός Άνω Φράγματος: Εκτιμούμε από ποια ποσότητα είναι πάντα μικρότερος ο όρος του αθροίσματος

Άνω Φράγμα: (αφού ισχύει ότι $\log i \leq \log n$ για κάθε $i=1,\dots,n$)

$$T(n)=\sum_{i=1}^{n}\log i \leq \sum_{i=1}^{n}\log n=\log n\sum_{i=1}^{n}1=\log n\,(n-1+1)=n\log n=\Theta(n\log n)$$

Συνεπώς $T(n)=O(n\log n)$

Υπολογισμός Κάτω Φράγματος: Εκτιμούμε από ποια ποσότητα είναι πάντα μεγαλύτερος ο όρος του αθροίσματος. Στην άσκηση αυτή έχουμε και μία αρκετά έξυπνη ιδέα!

Κάτω Φράγμα:

$$T(n)=\sum_{i=1}^{n}\log i \geq \sum_{i=\frac{n}{2}}^{n}\log i \geq \sum_{i=\frac{n}{2}}^{n}\log\frac{n}{2}=\log\frac{n}{2}\sum_{i=\frac{n}{2}}^{n}1=\log\frac{n}{2}\sum_{i=\frac{n}{2}}^{n}1=(\log n-\log 2)\left(n-\frac{n}{2}+1\right)=(\log n-1)\left(\frac{n}{2}+1\right)=$$

$$=\frac{n}{2}\log n-\frac{n}{2}+\log n-1=\Theta(\mathrm{n}\log \mathrm{n})$$

Συνεπώς $T(n)=\Omega(n\log n)$

Αν το άνω και το κάτω φράγμα είναι ίδια τότε ισχύει και το Θ(.) του κοινού φράγματος. Αλλιώς ισχύουν τα φράγματα της συνάρτησης πολυπλοκότητας που έχουμε υπολογίσει

Συνεπώς αφού $T(n)=O(n\log n)$ και $T(n)=\Omega(n\log n)$ ισχύει ότι: $T(n)=\Theta(n\log n)$