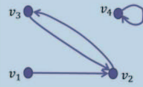


Ορισμός: Ορίζουμε τη γλώσσα των κατευθυνόμενων γραφημάτων να συμπεριλαμβάνει ερμηνείες που περιλαμβάνουν τα εξής στοιχεία:

- Το σύμπαν είναι το σύνολο κορυφών $|A|=\{1,2,...,n\}$ (Γράφημα με n κορυφές)
- Το κατηγορηματικό σύμβολο $P(x,y)$ είναι αληθές αν υπάρχει η κατευθυνόμενη ακμή από το x στο y .

Παράδειγμα: Ερμηνείας - Γραφήματος
 $A = \{ \quad |A| = \{v_1, v_2, v_3, v_4\},$
 $P^A = \{(v_1, v_2), (v_2, v_3), (v_3, v_2), (v_4, v_4)\}$
 $\}$



Συντομογραφίες στα κατευθυνόμενα γραφήματα:

- $K(x)$ αληθεύει αν η x είναι απομονωμένη:
 $K(x) \equiv \forall y [P(x,y) \vee P(y,x) \rightarrow x \approx y]$
- $out_0(x)$ αληθεύει αν η κορυφή x έχει έξω βαθμό 0
 $out_0(x) \equiv \forall y [\neg P(x,y)]$
- $out_{\geq 1}(x)$ αληθεύει αν η κορυφή x έχει έξω βαθμό ≥ 1
 $out_{\geq 1}(x) \equiv \exists y [P(x,y)]$
- $out_1(x)$ αληθεύει αν η κορυφή x έχει έξω βαθμό 1
 $out_1(x) \equiv \exists y [P(x,y) \wedge \forall z (P(x,z) \rightarrow z \approx y)]$
- $out_{\leq 1}(x)$ αληθεύει αν η κορυφή x έχει έξω βαθμό ≤ 1
 $out_{\leq 1}(x) \equiv out_0(x) \vee out_1(x)$
- $out_{\geq 2}(x)$ αληθεύει αν η κορυφή x έχει έξω βαθμό ≥ 2
 $out_{\geq 2}(x) \equiv \exists y \exists z [P(x,y) \wedge P(x,z) \wedge y \neq z]$
- $out_2(x)$ αληθεύει αν η κορυφή x έχει έξω βαθμό 2
 $out_2(x) \equiv \exists y \exists z [P(x,y) \wedge P(x,z) \wedge y \neq z \wedge \wedge \forall w (P(x,w) \rightarrow w \approx y \vee w \approx z)]$
- $out_{\leq 2}(x)$ αληθεύει αν η κορυφή x έχει έξω βαθμό ≤ 2
 $out_{\leq 2}(x) \equiv out_0(x) \vee out_1(x) \vee out_2(x)$

Αντιστρέφοντας τη σειρά των ορισμάτων στο κατηγορημα $P(x,y)$ έχουμε συντομογραφίες για τον έσω βαθμό.

Παράδειγμα: Να ερμηνεύσετε τις προτάσεις σε φυσική γλώσσα:

	Τύπος	Μετάφραση
1	$\forall x P(x,x)$	Κάθε κορυφή έχει ανακύκλωση
2	$\exists x P(x,x)$	Υπάρχει κορυφή με ανακύκλωση
3	$\forall x \forall y P(x,y)$	Το γράφημα είναι πλήρες
4	$\exists x \exists y P(x,y)$	Το γράφημα έχει τουλάχιστον μία ακμή
5	$\forall x \exists y P(x,y)$	Κάθε κορυφή έχει έξω βαθμό τουλάχιστον 1
6	$\exists x \forall y P(x,y)$	Υπάρχει κορυφή με έξω βαθμό n [n : πλήθος κορυφών]
7	$\forall y \forall x P(x,y)$	(ίδιο με 3 από Νόμο Κατανομής Ποσοδεικτών)
8	$\exists y \exists x P(x,y)$	(ίδιο με 4 από Νόμο Κατανομής Ποσοδεικτών)
9	$\exists y \forall x P(x,y)$	Υπάρχει κορυφή με έσω βαθμό n [n : πλήθος κορυφών]
10	$\forall y \exists x P(x,y)$	Κάθε κορυφή έχει έσω βαθμό τουλάχιστον 1

Ορισμοί σε Κατευθυνόμενα Γραφήματα:

Ανακυκλώσεις (Είναι ακμές με αρχή και τέλος την ίδια κορυφή)

Παράλληλες Ακμές (Είναι ακμές με κοινά άκρα και κοινή φορά)

Αντιπαράλληλες ακμές (Είναι ακμές με κοινά άκρα και αντίθετη φορά)

Μονοπάτι P μήκους n είναι μια ακολουθία n διαδοχικών ακμών (ακολουθώντας τις κατευθύνσεις τους)

Απλό μονοπάτι είναι ένα μονοπάτι χωρίς επαναλαμβανόμενες κορυφές

Κύκλος είναι ένα μονοπάτι χωρίς επαναλαμβανόμενες ακμές που αρχίζει και τελειώνει στην ίδια κορυφή

Απλός Κύκλος είναι ένας κύκλος χωρίς επαναλαμβανόμενες κορυφές

Έσω Βαθμός της κορυφής v_i είναι το πλήθος των ακμών που εισέρχονται στην κορυφή v_i

Έξω Βαθμός της κορυφής v_i είναι το πλήθος των ακμών που εξέρχονται από την κορυφή v_i

Απομονωμένη κορυφή είναι μία κορυφή στην οποία δεν εισέρχονται ούτε εξέρχονται ακμές από άλλες κορυφές.