ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟ ΥΠΟΒΑΘΡΟ

Ιδιότητες Δυνάμεων	Λογάριθμοι με βάση το b	Λογάριθμοι με βάση το 2	Ιδιότητες Αθροισμάτων
$\alpha^0 = 1,\ \ \alpha^1 = \alpha$	$x = log_b a \quad \alpha\nu\nu \quad b^x = a$	$x = loga \quad \alpha\nu\nu \quad 2^x = a$	$\sum_{i=1}^{n} i = \frac{n(n+1)}{2}$
$\alpha^{-1} = 1/\alpha,$ $\alpha^{-k} = 1/a^k$	$log_b(x \cdot y)$ $= log_b(x) + log_b(y)$	$log(x \cdot y) = log(x) + log(y)$	$\sum_{i=1}^{n} i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$
$a^{m^n} = a^{(m^n)}$ $(a^m)^n = a^{mn}$	$log_b\left(\frac{x}{y}\right)$ $= log_b(x) - log_b(y)$	$log\left(\frac{x}{y}\right) = log(x) - log(y)$	$\sum_{i=0}^{n} x^i = \frac{x^{n+1}-1}{x-1}$
$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ $a^m/a^n = a^{m-n}$	$(log_b a)^X = log_b{}^X a$	$(loga)^X = log^X a$	$\sum_{i=A}^{B} c = c\sum_{i=A}^{B} 1, \qquad c: \sigma\tau\alpha\theta.$
$a^m \cdot b^m = (a \cdot b)^m$ $a^m/b^m = \left(\frac{a}{b}\right)^m$	$log_b a^X = X \cdot log_b a$	$loga^X = X \cdot loga$ $\log(a^X) = X \cdot loga$	$\sum_{i=1}^{X}[\mathrm{A}+\mathrm{B}] = \sum_{i=1}^{X} A + \sum_{i=1}^{X} B$
$\sqrt{x} = x^{1/2} = x^{0.5}$	$b^{log_b X} = X$	$2^{logX} = X$	$\sum_{i=A}^{B} 1 = B - A + 1$
$\sqrt[A]{x^B} = x^{\frac{B}{A}}$	$log_b a = \frac{log_c a}{log_c b}$	$loga = \frac{log_c a}{log_c 2}$	

ΧΡΟΝΙΚΗ ΠΟΛΥΠΛΟΚΟΤΗΤΑ ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΟΥ ΚΩΔΙΚΑ

ΧΡΟΝΙΚΗ ΠΟΛΥΠΛΟΚΟΤΗΤΑ ενός αλγορίθμου είναι μια συνάρτηση που υπολογίζει πόσες πράξεις (καταχωρήσεις, συγκρίσεις και αριθμητικές πράξεις) γίνονται ως συνάρτηση του πλήθους των δεδομένων της εισόδου.

- Χειρότερη Περίπτωση: Πόσες πράξεις κάνει το πολύ ο αλγόριθμος (συμβολισμός Ο(.))
- Μέση Περίπτωση: Πιθανοτική Ανάλυση της Συνάρτησης Πολυπλοκότητας
- Βέλτιστη Περίπτωση: Πόσες Πράξεις κάνει το λιγότερο ο αλγόριθμος (συμβολισμός Ω(.))

ΚΩΔΙΚΑΣ

```
....
  A
  B
  Γ
....
```

ΠΟΛΥΠΛΟΚΟΤΗΤΑ:

$A + B + \Gamma$

ΑΠΛΟ FOR

```
for (i=A to B)
    ... K πράξεις ...
end for
```

ΠΟΛΥΠΛΟΚΟΤΗΤΑ:

$$T(n) = \sum_{i=A}^{B} K$$

ΔΙΠΛΟ FOR

```
for (i=A to B)
   for (j=C to D)
      ... Εδώ γίνονται K πράξεις
   end for
end for
```

ΠΟΛΥΠΛΟΚΟΤΗΤΑ:

$$T(n) = \sum_{i=A}^{B}\sum_{j=C}^{D} K$$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ: ΤΑΞΙΝΟΜΗΣΗ ΜΕ ΕΠΙΛΟΓΗ

```
procedure SelectionSort(A)
   for i=1 to n
      pos=i
      for j=i+1 to n
         if (A[j]<A[pos])
            pos=j
         end if
      end for
      temp=A[i]; A[i]=A[pos]; A[pos]=temp
   end for
end procedure
```

$$T(n) = \textstyle\sum_{i=1}^{n}\left[1 + \left(\sum_{j=i+1}^{n} 2\right) + 3\right] = \sum_{i=1}^{n}\left[4 + 2\left(\sum_{j=i+1}^{n} 1\right)\right]$$

$$= \textstyle\sum_{i=1}^{n}[4 + 2(n - (i+1) + 1)] = \sum_{i=1}^{n}[4 + 2(n - i)]$$

$$= \textstyle\sum_{i=1}^{n}[4 + 2n - 2i] = \sum_{i=1}^{n}[4] + \sum_{i=1}^{n}[2n] - \sum_{i=1}^{n}[2i]$$

$$= 4\textstyle\sum_{i=1}^{n}[1] + 2n\sum_{i=1}^{n}[1] - 2\sum_{i=1}^{n}[i] = 4n + 2n^2 - 2\frac{n(n+1)}{2}$$

$$= n^2 + 3n$$

Άρα η πολυπλοκότητα είναι: $T(n) = n^2 + 3n$

ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΑΣΥΜΠΤΩΤΙΚΗΣ ΕΚΤΙΜΗΣΗΣ (Υπολογισμός Θ)

Υπολογισμός του Θ(.) μιας συνάρτησης πολυπλοκότητας

- Για να εξάγουμε το Θ(.) μιας συνάρτησης πολυπλοκότητας, θα πρέπει να κάνουμε τις όποιες επιμεριστικές ιδιότητες έτσι ώστε να έχουμε **«καθαρά» αθροίσματα**. Κάνουμε και τυχόν εύκολες πράξεις (ρίζες=>δυνάμεις, απλοποίηση λογαρίθμων κ.λπ.)
- Έπειτα επιλέγουμε τον **μέγιστο** από τους όρους του αθροίσματος, και τον **εισάγουμε** στο **Θ(.)**
- **Προσοχή** ότι απαλείφονται οι σταθερές που είναι πολλαπλασιασμένες με τους όρους του αθροίσματος.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ:

$$\mathrm{T}(n) = n(n+1) = n^2 + n = \Theta(n^2)$$

$$\mathrm{T}(n) = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} = \frac{(n^2+n)(2n+1)}{6} = \frac{2}{6}n^3 + \frac{3}{6}n^2 + \frac{1}{6}n = \Theta(n^3)$$

Στοιχειώδης Ιεραρχία Συναρτήσεων πολυπλοκότητας:

ΣΤΑΘΕΡΕΣ < ΛΟΓΑΡΙΘΜΙΚΕΣ < ΠΟΛΥΩΝΥΜΙΚΕΣ < ΕΚΘΕΤΙΚΕΣ < ΥΠΕΡΕΚΘΕΤΙΚΕΣ

- όπου:
  - Σταθερές είναι συναρτήσεις που δεν υπάρχει το n. Εχουμε: $\mathrm{T}(n) = \Theta(1)$
  - Λογαριθμικές είναι συναρτήσεις της μορφής:
    $\mathrm{T}(n) = \Theta(\log^k n)$ — Όπου k είναι σταθερα >0
  - Πολυωνυμικές είναι συναρτήσεις της μορφής:
    $\mathrm{T}(n) = \Theta(n^k)$ — Όπου k είναι σταθερα >0
  - Εκθετικές είναι συναρτήσεις της μορφής:
    $\mathrm{T}(n) = \Theta(a^n)$ — Όπου a είναι σταθερα >1
  - Υπερεκθετικές είναι οι εξής δύο συναρτήσεις:
    $\mathrm{T}(n) = \Theta(n!)$ και $\mathrm{T}(n) = \Theta(n^n)$ με $n! < n^n$