



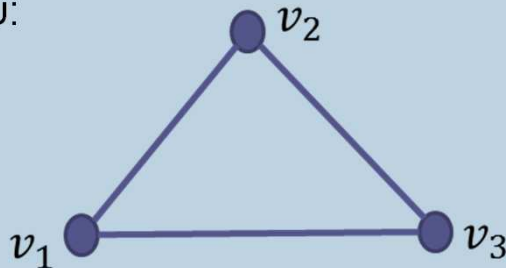
**Ορισμός:** Ένα Μη Κατευθυνόμενο Γράφημα  $G$  είναι μία διατεταγμένη δυάδα  $(V, E)$  όπου:

- $V$  είναι το σύνολο των κορυφών (ή κόμβων):  $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$
- $E$  είναι το σύνολο των ακμών (ή πλευρών ή τόξων):  $E = \{e_1, e_2, \dots, e_m\}$ 
  - Κάθε ακμή συνδέει δύο κορυφές, δηλαδή  $e_k = [v_i, v_j]$  ή  $e_k = \{v_i, v_j\}$  με  $v_i, v_j \in V$  για κάθε  $k = 1, \dots, m$
  - Η ακμή θεωρείται μη διατεταγμένη (δηλαδή η ακμή  $[v_i, v_j]$  είναι ίδια με την ακμή  $[v_j, v_i]$ ), δεν υπάρχει κατεύθυνση).

**Παράδειγμα:**  $G = (V, E)$  όπου:

$V = \{v_1, v_2, v_3\}$

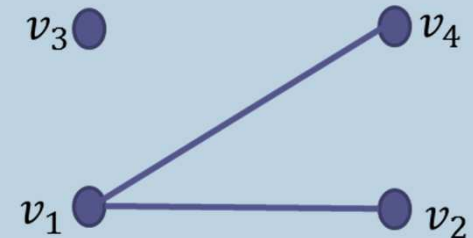
$E = \{[v_1, v_2], [v_1, v_3], [v_3, v_2]\}$



**Παράδειγμα:**  $G = (V, E)$  όπου:

$V = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$

$E = \{[v_1, v_2], [v_1, v_4]\}$



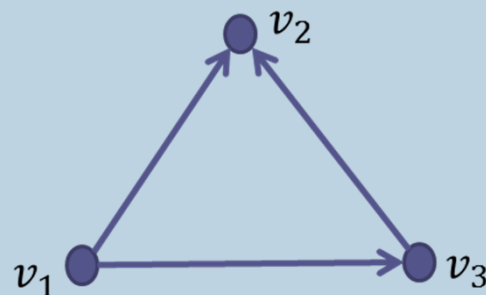
**Ορισμός:** Ένα Κατευθυνόμενο Γράφημα  $G$  είναι μία διατεταγμένη δυάδα  $(V, E)$  όπου:

- $V$  είναι το σύνολο των κορυφών (ή κόμβων):  $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$
- $E$  είναι το σύνολο των ακμών (ή πλευρών ή τόξων):  $E = \{e_1, e_2, \dots, e_m\}$ 
  - Κάθε ακμή συνδέει δύο κορυφές, δηλαδή  $e_k = (v_i, v_j)$  ή  $e_k = \langle v_i, v_j \rangle$  με  $v_i, v_j \in V$  για κάθε  $k = 1, \dots, m$
  - Η ακμή θεωρείται διατεταγμένη (δηλαδή η ακμή  $(v_i, v_j)$  είναι διαφορετική από την ακμή  $(v_j, v_i)$ ), υπάρχει κατεύθυνση). Η κορυφή  $v_i$  καλείται αρχή της ακμής και η κορυφή  $v_j$  λέγεται πέρας της ακμής.

**Παράδειγμα:**  $G = (V, E)$  όπου:

$V = \{v_1, v_2, v_3\}$

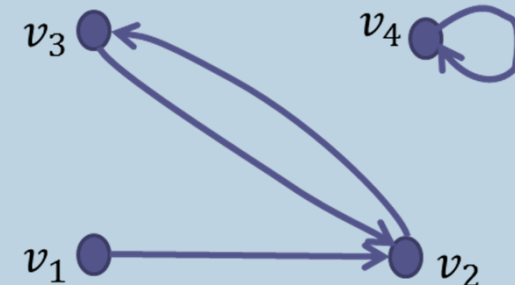
$E = \{(v_1, v_2), (v_1, v_3), (v_3, v_2)\}$



**Παράδειγμα:**  $G = (V, E)$  όπου:

$V = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$

$E = \{(v_1, v_2), (v_2, v_3), (v_3, v_2), (v_4, v_4)\}$





## Ορισμός:

**Μονοπάτι  $P$**  μήκους  $n$  από μία κορυφή  $v_0$  σε μία κορυφή  $v_n$  είναι

- μια ακολουθία  $n$  ακμών (ακολουθώντας τις τυχόν κατευθύνσεις τους)
- (άρα  $n+1$  κορυφών)

που ξεκινά από την κορυφή  $v_0$  και καταλήγει στην  $v_n$

**Απλό μονοπάτι** είναι ένα μονοπάτι χωρίς επαναλαμβανόμενες κορυφές (λέγεται και μονοκονδυλιά)

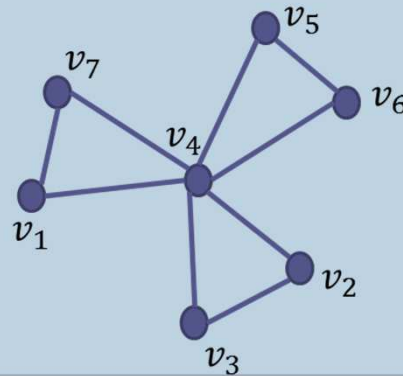
## Παράδειγμα:

Μονοπάτι (που δεν είναι απλό):

$$v_1 - v_4 - v_5 - v_6 - v_4 - v_3$$

Μονοπάτι (που είναι απλό):

$$v_1 - v_7 - v_4 - v_5 - v_6$$



## Ορισμός:

**Κύκλος** είναι ένα μονοπάτι χωρίς επαναλαμβανόμενες ακμές που αρχίζει και τελειώνει στην ίδια κορυφή

- Επιτρέπεται να περάσουμε από την ίδια κορυφή.
- Δεν επιτρέπεται να περάσουμε από την ίδια ακμή.

**Απλός Κύκλος** είναι ένας κύκλος χωρίς επαναλαμβανόμενες κορυφές

- Δεν επιτρέπεται να περάσουμε από την ίδια κορυφή
- Δεν επιτρέπεται να περάσουμε από την ίδια ακμή

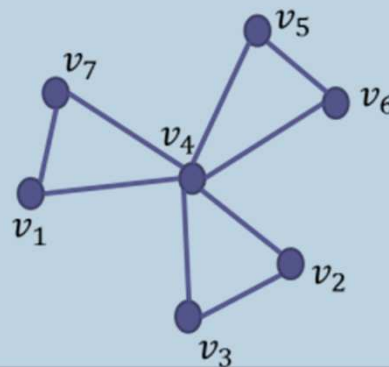
## Παράδειγμα:

Κύκλος (που δεν είναι απλός):

$$v_1 - v_7 - v_4 - v_5 - v_6 - v_4 - v_1$$

Κύκλος (που είναι απλός):

$$v_1 - v_7 - v_4 - v_1$$





**Ορισμός:** Πλήρες γράφημα ή κλίκα  $n$  κορυφών (συμβολισμός  $K_n$ )

- Είναι απλό γράφημα  $G=(V,E)$  με  $n$  κορυφές που περιέχει όλες τις δυνατές ακμές.

Τυπικά:

- Για κάθε  $v_i, v_j \in V$  με  $i \neq j$  η ακμή  $[v_i, v_j] \in E$

Σημαντικό:

- Η κλίκα  $n$  κορυφών έχει  $n(n-1)/2$  ακμές. (Είναι οι συνδυασμοί των  $n$  κορυφών ανά 2)

Οι 5 πρώτες κλίκες είναι οι εξής:

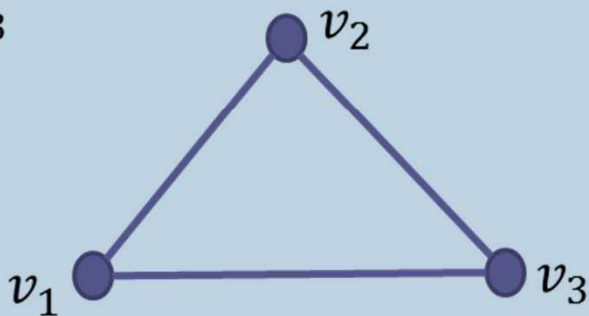
$K_1$



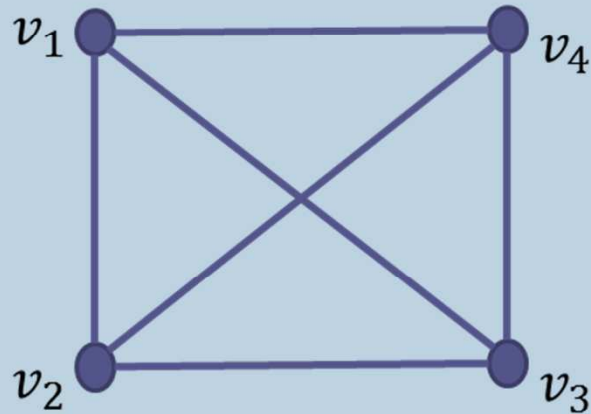
$K_2$



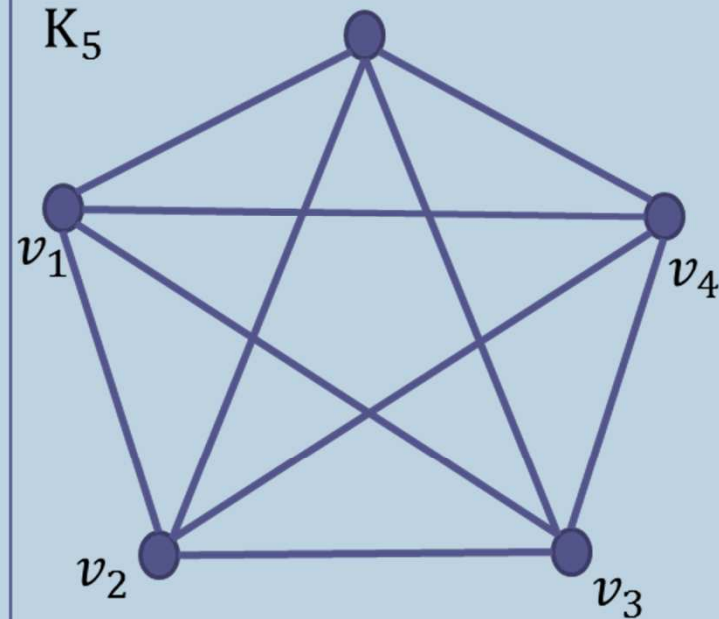
$K_3$



$K_4$



$K_5$





**Ορισμός: Συνδεόμενο** (ή συνδεδεμένο ή συνεκτικό) θα καλείται ένα Μ.Κ.Γ. που

- Οποιοσδήποτε δύο διαφορετικές κορυφές συνδέονται με τουλάχιστον ένα μονοπάτι.

Τυπικά:

- Για κάθε  $v_i, v_j \in V$  με  $i \neq j$  υπάρχει μονοπάτι από την  $v_i$  στην  $v_j$

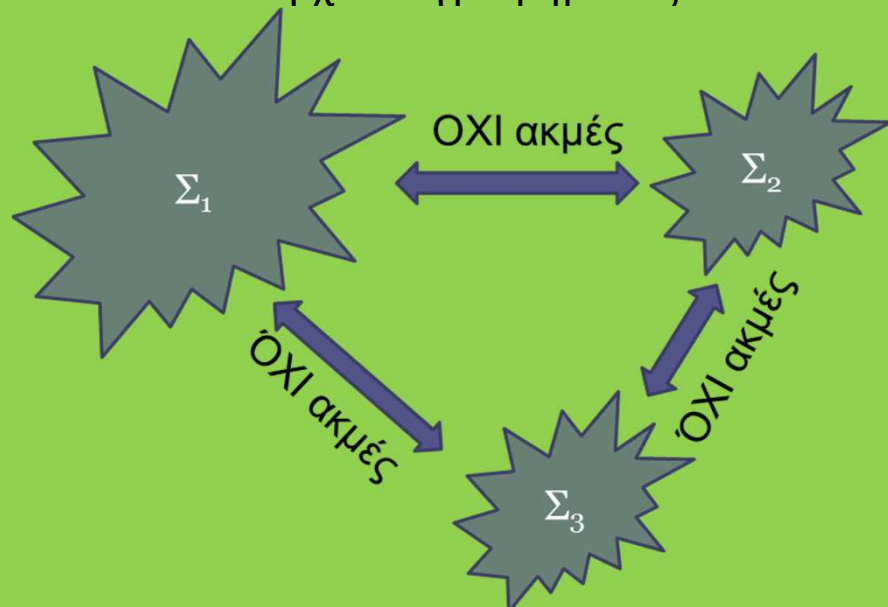
**Ορισμός:** Αν ένα γράφημα είναι μη συνδεόμενο:

- Κάθε μεγιστοτικό (ως προς τις κορυφές) συνδεόμενο υπογράφημά του λέγεται **συνεκτική συνιστώσα** ή **ασύνδετο τμήμα**

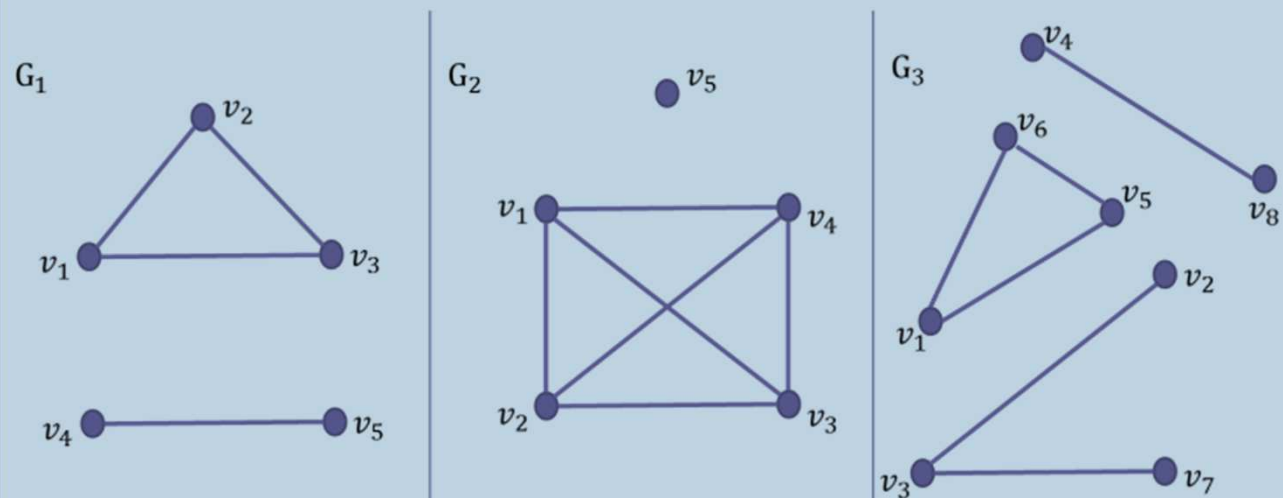
Πρακτικά, συνεκτική συνιστώσα είναι ένα «κομμάτι» του γραφήματος που μπορούμε να μεταβούμε (μέσω μονοπατιού) από κάθε κορυφή σε κάθε άλλη.

Γενικά ένα γράφημα θα είναι:

- Είτε συνδεόμενο, οπότε θα αποτελείται από 1 συνεκτική συνιστώσα.
- Είτε μη συνδεόμενο (οπότε θα αποτελείται από τουλάχιστον 2 συνεκτικές συνιστώσες)
  - Αν σε μια εκφώνηση συναντήσουμε μη συνδεόμενο γράφημα στο θα πρέπει να οραματιζόμαστε τουλάχιστον 2 συνεκτικές συνιστώσες που η κάθε μία είναι ένα συνδεόμενο υπογράφημα του αρχικού γραφήματος:



Παραδείγματα μη συνδεόμενων γραφημάτων:



Έστω συνδεόμενο γράφημα:

**Ορισμός:** Κάθε κορυφή, που αν αφαιρεθεί (μαζί με τις ακμές της) κάνει το γράφημα μη συνδεόμενο λέγεται σημείο κοπής ή σημείο άρθρωσης

**Ορισμός:** Κάθε ακμή, που αν αφαιρεθεί κάνει το γράφημα μη συνδεόμενο λέγεται γέφυρα ή ακμή τομής

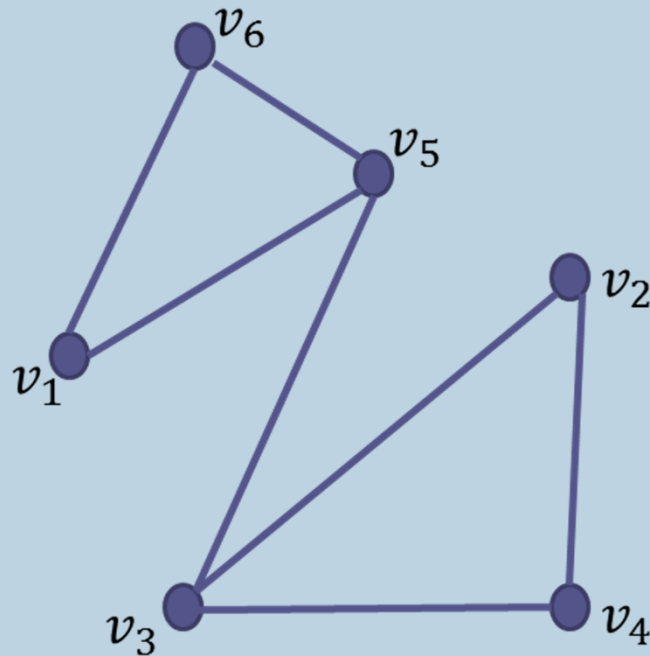
Παράδειγμα:

Σημεία Κοπής:

$v_3, v_5$

Γέφυρα:

$[v_3 - v_5]$



**Ορισμός:** Έστω ένα απλό γράφημα  $G = (V, E)$ . Συμπλήρωμα του  $G$ , καλείται το γράφημα  $\bar{G} = (\bar{V}, \bar{E})$ , που

- Έχει τις ίδιες κορυφές με το  $G$
- Έχει ως ακμές αυτές που δεν περιέχονται στο  $G$ .

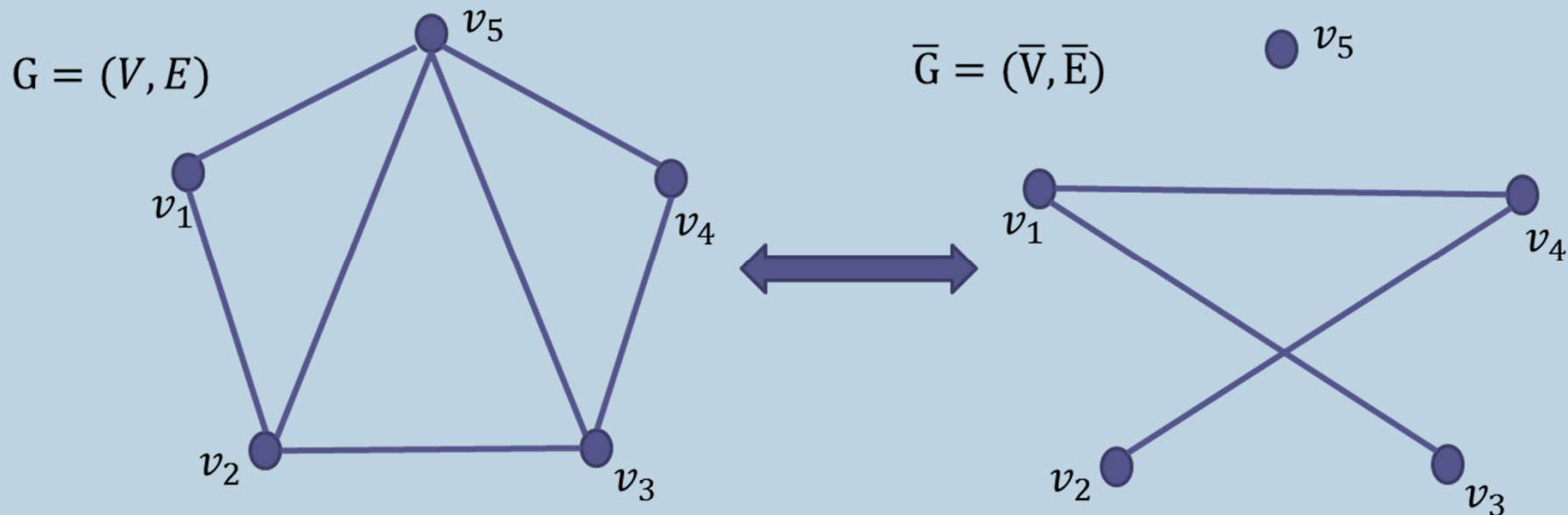
Τυπικά:

- Ισχύει  $\bar{V} = V$  και  $e \in \bar{E}$  αν και μόνο αν  $e \notin E$

Σημαντικό:

- $|E| + |\bar{E}| = n(n - 1)/2$

Παράδειγμα:







**Ορισμός:** Έστω ένα γράφημα  $G = (V, E)$ . **Υπογράφημα** του  $G$ , καλείται το γράφημα  $G' = (V', E')$ , που

- Περιέχει κάποιες κορυφές του  $G$  (1...όλες)
- Περιέχει κάποιες ακμές του  $G$  που συνδέουν αυτές τις κορυφές

Τυπικά:

- Ισχύει  $V' \subseteq V$  και  $E' \subseteq E$  και για κάθε  $[v_i, v_j] \in E'$  ισχύει ότι  $v_i, v_j \in V'$

**ΠΡΟΣΟΧΗ:** Απαγορεύεται στο υπογράφημα να έχουμε ακμή που δεν ανήκει στο αρχικό γράφημα

**Ορισμός:** Έστω ένα γράφημα  $G = (V, E)$ . **Επαγόμενο Υπογράφημα** του  $G$ , καλείται το γράφημα  $G' = (V', E')$ :

- Περιέχει κάποιες κορυφές του  $G$  (1...όλες)
- Περιέχει ΟΛΕΣ τις ακμές του  $G$  που συνδέουν αυτές τις κορυφές

Τυπικά:

- Ισχύει  $V' \subseteq V$  και  $E' \subseteq E$  και για κάθε  $[v_i, v_j] \in E$  με  $v_i, v_j \in V'$  ισχύει  $[v_i, v_j] \in E'$

**ΠΡΟΣΟΧΗ:** Απαγορεύεται στο επαγόμενο υπογράφημα να μην έχουμε όλες τις ακμές των κορυφών που έχουμε επιλέξει

Παράδειγμα:

