Η ΓΛΩΣΣΑ ΤΩΝ ΜΗ ΚΑΤΕΥΘΥΝΟΜΕΝΩΝ ΓΡΑΦΗΜΑΤΩΝ

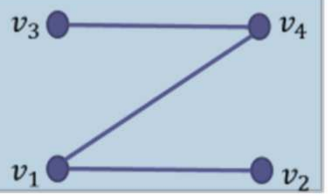
Ορισμός: Ορίζουμε τη γλώσσα των μη κατευθυνόμενων γραφημάτων να συμπεριλαμβάνει ερμηνείες που περιλαμβάνουν τα εξής στοιχεία:

- Το σύμπαν είναι το σύνολο κορυφών |A|={1,2,…,n} (Γράφημα με n κορυφές)
- Το κατηγορηματικό σύμβολο P(x,y) είναι αληθές αν υπάρχει η μη κατευθυνόμενη ακμή που συνδέει τις κορυφές x και y.

<u>Παράδειγμα: Ερμηνείας- - Γραφήματος</u>

$|A| = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$,

$P^A = \{(v_1, v_2), (v_2, v_1), (v_1, v_4), (v_4, v_1),$
$(v_3, v_4), (v_4, v_3)\}$



<u>Συντομογραφίες στα μη κατευθυνόμενα γραφήματα:</u>

- K(x) αληθεύει αν η x είναι απομονωμένη:
$$K(x) \equiv \forall y[\neg P(x,y)]$$
- $\deg_0(x)$ αληθεύει αν η κορυφή x έχει βαθμό 0
$$\deg_0(x) \equiv \forall y[\neg P(x,y)]$$
- $\deg_{\geq 1}(x)$ αληθεύει αν η κορυφή x έχει βαθμό ≥ 1
$$\deg_{\geq 1}(x) \equiv \exists y[P(x,y)]$$
- $\deg_1(x)$ αληθεύει αν η κορυφή x έχει βαθμό 1
$$\deg_1(x) \equiv \exists y[P(x,y) \wedge \forall z(P(x,z) \rightarrow z \approx y)]$$
- $\deg_{\leq 1}(x)$ αληθεύει αν η κορυφή x έχει βαθμό ≤ 1
$$\deg_{\leq 1}(x) \equiv out_0(x) \vee \deg_1(x)$$
- $\deg_{\geq 2}(x)$ αληθεύει αν η κορυφή x έχει βαθμό ≥ 2
$$\deg_{\geq 2}(x) \equiv \exists y \exists z[P(x,y) \wedge P(x,z) \wedge y \neq z]$$
- $\deg_2(x)$ αληθεύει αν η κορυφή x έχει βαθμό 2
$$\deg_2(x) \equiv \exists y \exists z[P(x,y) \wedge P(x,z) \wedge y \neq z \wedge \\ \wedge \forall w(P(x,w) \rightarrow w \approx y \vee w \approx z)]$$
- $\deg_{\leq 2}(x)$ αληθεύει αν η κορυφή x έχει βαθμό ≤ 1
$$\deg_{\leq 2}(x) \equiv \deg_0(x) \vee \deg_1(x) \vee \deg_2(x)$$

Παράδειγματα:

Υπάρχει μονοπάτι μήκους 2
$$\exists x \exists y \exists z[P(x,y) \wedge P(y,z)]$$

Υπάρχει απλό μονοπάτι μήκους 2
$$\exists x \exists y \exists z[P(x,y) \wedge P(y,z) \wedge x \neq y \wedge x \neq z \wedge y \neq z]$$

Υπάρχει κύκλος μήκους 3
$$\exists x \exists y \exists z[P(x,y) \wedge P(y,z) \wedge P(z,x)]$$

Υπάρχει απλός κύκλος μήκους 3
$$\exists x \exists y \exists z[P(x,y) \wedge P(y,z) \wedge P(z,x) \wedge x \neq y \wedge x \neq z \wedge y \neq z]$$

Το γράφημα είναι πλήρες
$$\forall x \forall y[x \neq y \rightarrow P(x,y)]$$

Υπάρχει μοναδική απομονωμένη κορυφή
$$\exists x[K(x) \wedge \forall y(K(y) \rightarrow x \approx y)]$$

<u>**Ορισμοί σε Μη Κατευθυνόμενα Γραφήματα:**</u>

- <u>**Απλό Γράφημα:**</u> Γράφημα χωρίς ανακυκλώσεις και παράλληλες ακμές
- <u>**Πλήρες Γράφημα (ή Κλίκα):**</u> Απλό Γράφημα που περιέχει όλες τις δυνατές ακμές.
- <u>**Μονοπάτι:**</u> είναι ακολουθία διαδοχικών μη κατευθυνόμενων ακμών
Απλό Μονοπάτι: Χωρίς επανάληψη κορυφών
- <u>**Κύκλος:**</u> είναι κλειστό μονοπάτι
Απλός Κύκλος: Χωρίς επανάληψη κορυφών
- <u>**Βαθμός Μιας Κορυφής:**</u> Πλήθος ακμών που προσπίπτουν στην κορυφή.
- <u>**Απομονωμένη Κορυφή:**</u> Κορυφή η οποία δεν συνδέεται με άλλες κορυφές