ΚΛΕΙΣΤΟΤΗΤΕΣ ΠΡΑΞΕΩΝ στις ΚΑΝΟΝΙΚΕΣ ΓΛΩΣΣΕΣ

Ορισμός: Λέμε ότι ένα σύνολο είναι κλειστό σε μία πράξη, αν το αποτέλεσμα της πράξης επί δύο στοιχείων του συνόλου δίνει στοιχείο που παραμένει στο σύνολο:
- Οι φυσικοί είναι κλειστοί στην πράξη της πρόσθεσης.
- Οι φυσικοί δεν είναι κλειστοί στην πράξη του πολλαπλασιασμού.

Θεώρημα: Οι **κανονικές γλώσσες είναι κλειστές** και στις 5 πράξεις: **Ένωση, Τομή, Συμπλήρωμα, Παράθεση, Αστέρι Kleene.**

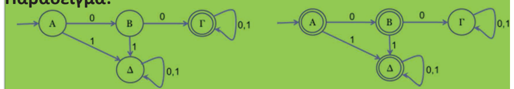
Κλειστότητα των Κανονικών Γλωσσών **στην Ένωση**
- Η L_1 είναι κανονική, άρα περιγράφεται από μία κανονική έκφραση, έστω $\mathbf{r_1}$. Η L_2 είναι κανονική, άρα περιγράφεται από μία κανονική έκφραση, έστω $\mathbf{r_2}$
- Η $L_1 \cup L_2$ περιγράφεται από την κανονική έκφραση $\mathbf{r_1} + \boldsymbol{r_2}$, άρα είναι κανονική γλώσσα.

Κλειστότητα των Κανονικών Γλωσσών **στην Παράθεση**
- Η L_1 είναι κανονική, άρα περιγράφεται από μία κανονική έκφραση, έστω $\mathbf{r_1}$. Η L_2 είναι κανονική, άρα περιγράφεται από μία κανονική έκφραση, έστω $\mathbf{r_2}$
- Η L_1L_2 περιγράφεται από την κανονική έκφραση $\mathbf{r_1}\boldsymbol{r_2}$, άρα είναι κανονική γλώσσα.

Κλειστότητα των Κανονικών Γλωσσών στο **Αστέρι Kleene**
- Η L είναι κανονική, άρα περιγράφεται από μία κανονική έκφραση, έστω $\boldsymbol{r}$.
- Η L^* περιγράφεται από την κανονική έκφραση $\boldsymbol{r}^*$, άρα είναι κανονική γλώσσα.

Κλειστότητα των Κανονικών Γλωσσών στο **Συμπλήρωμα**
- Η L είναι κανονική άρα υπάρχει ένα ντετερμινιστικό πεπερασμένο αυτόματο M που αποφασίζει την γλώσσα.
- Κατασκευάζουμε ΝΠΑ για την $\overline{L}$ ως εξής: Είναι το M, κάνοντας κάθε τελική: μη τελική και κάθε μη τελική: τελική.

Παράδειγμα:

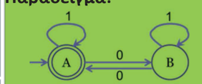


$L = \{w \in \{0,1\}^* | \, w\ αρχιζει\ με\ 00\}$ $\qquad$ $L = \{w \in \{0,1\}^* | \, w\ δεν\ αρχιζει\ με\ 00\}$

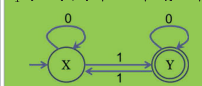
Κλειστότητα των Κανονικών Γλωσσών στην **Τομή**
- Οι $\boldsymbol{L_1}, \boldsymbol{L_2}$ είναι κανονικές άρα υπάρχουν ντετερμινιστικά πεπερασμένα αυτόματα M_1, M_2 που τις αποφασίζουν
- Κατασκευάζουμε ΝΠΑ για την $\boldsymbol{L_1} \cap \boldsymbol{L_2}$ ως εξής: Καταστάσεις: Καρτεσιανό Γινόμενο. Μεταβάσεις: Προσομοιώνουν τα αρχικά αυτόματα. Τελική: Συνδυασμός Τελικών.

ΝΠΑ για Ενωση: Τελικές: κάθε κατάσταση που περιέχει τελική
ΝΠΑ για Διαφορά: Τελική της L_1 και μη τελική της L_2

Παράδειγμα:

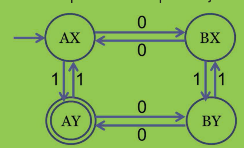


L_1={w∈{0,1}*| w περιέχει άρτια 0}



L_2={w∈{0,1}*| w περιέχει περιττά 1}

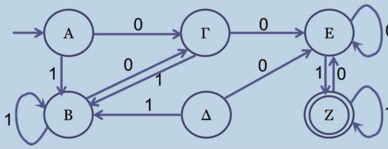
$L_1 \cap L_2$ = {w∈{0,1}*| w περιέχει άρτια 0 και περιττά 1}



ΚΑΝΟΝΕΣ ΑΠΛΟΠΟΙΗΣΗΣ ΝΠΑ

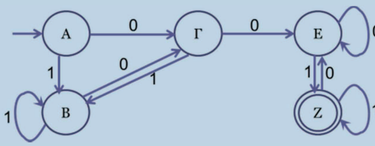
ΚΑΝΟΝΙΚΕΣ ΓΛΩΣΣΕΣ www.psounis.gr

Παράδειγμα:
- Απλοποιούμε το ΝΠΑ του σχήματος:



Κανόνας Απλοποίησης 1: Διαγράφονται οι καταστάσεις που δεν υπάρχει μονοπάτι από την αρχική κατάσταση σε αυτές.

- Απλοποιείται η κατάσταση Δ (δεν υπάρχει μονοπάτι που να οδηγεί σε αυτήν από την αρχική κατάσταση)



Σημείωση:
- Οι κανόνες απλοποίησης είναι επαναληπτικοί. Τους εφαρμόζουμε εωσότου να μην εφαρμόζονται άλλο.

Κανόνας Απλοποίησης 2: Ενοποιούνται καταστάσεις που είναι και οι δύο τελικές ή μη τελικές και έχουν την ίδια συμπεριφορά: Με το ίδιο σύμβολο πηγαίνουν στην ίδια κατάσταση.

- Κατασκευάζουμε τον πίνακα μετάβασης του ΝΠΑ

		0	1
>	A	Γ	B
	B	Γ	B
	Γ	E	B
	E	E	Z
f	Z	E	Z

Οι Α,Β ενοποιούνται διότι έχουν την ίδια συμπεριφορά. Μετονομάζω σε Κ

- Προκύπτει ο πίνακας μετάβασης

		0	1
>	K	Γ	K
	Γ	E	K
	E	E	Z
f	Z	E	Z

Δεν ενοποιούνται. Η μία είναι τελική και η άλλη μη τελική.

- Και σχηματικά είναι: