

ΠΛΗ30 – ΤΕΣΤ17

ΘΕΜΑ 1: (Μονάδες 10+10)

(A) Να ταξινομηθούν οι ακόλουθες συναρτήσεις κατά αύξουσα τάξη μεγέθους:

$$f_1(n) = 5n^5 + 4n^4 + 2n^3 + n^2 + 1$$

$$f_2(n) = \log \log n^n + \log(\log n)^n$$

$$f_3(n) = \sqrt[\log n]{(\log n)^{\log n}} + \sqrt[n]{\log n^n} + \left(\sqrt[\log n]{\log n} \right)^n$$

Ο συμβολισμός \log παριστάνει λογάριθμο με βάση το 2. . Η συνάρτηση f έχει την ίδια τάξη μεγέθους (ίδιο ρυθμό αύξησης) με την g ($f \equiv g$), αν $f = \Theta(g)$ (ισοδύναμα $\Theta(f) = \Theta(g)$). Η συνάρτηση f έχει μικρότερη τάξη μεγέθους (μικρότερο ρυθμό αύξησης) από την g ($f < g$), αν $f = o(g)$.

(B) Να υπολογίσετε την ακριβή λύση των αναδρομικών σχέσεων:

$$(1) \quad T(n) = \begin{cases} T(n-1) + 2n - 1, & n > 0 \\ 0, & n = 0 \end{cases}$$

$$(2) \quad T(n) = \begin{cases} 3T\left(\frac{n}{2}\right) + 2n, & n > 1 \\ 0, & n = 1 \end{cases}$$

ΘΕΜΑ 3: (Μονάδες 5+5+5+5)

Άσκηση 2: Δίδεται η κανονική έκφραση: $(0+1)^*01^*0^*$

(Α) Δώστε Μη Ντετερμινιστικό Πεπερασμένο Αυτόματο (ΜΠΑ) της L

(Β) Δώστε το ισοδύναμο Ντετερμινιστικό Πεπερασμένο Αυτόματο (ΝΠΑ) της L

ΘΕΜΑ 4: (Μονάδες 5+5)

Δώστε γραμματικές χωρίς συμφραζόμενα για τις γλώσσες:

$$L_1 = \{1^{3n}0^{2n} \mid n \geq 0\}$$

$$L_2 = \{a^m b^n c^n d^m \mid n, m \geq 0\}$$

$$L_3 = \{b^m c^n a^m a^n \mid n, m \geq 0\}$$

$$L_4 = \{a^{5n} b^{2n} \mid n \geq 0\}$$

$$L_5 = \{wcabcw^R \mid w \in \{a, b\}^*\}$$

$$L_6 = \{b^{2n} a^{3n} \mid n \geq 0\}$$

$$L_7 = \{(bc)^n (ab)^{3n} \mid n \geq 0\}$$

$$L_8 = \{(ab)^n (bc)^m d^{n+m} \mid n, m \geq 0\}$$

$$L_9 = \{a^{2n} b^{n+m} (ba)^{3m} \mid n, m \geq 0\}$$

$$L_{10} = \{a^n b^m \mid n > m\}$$

$$L_{11} = \{a^n b^m \mid n \geq m\}$$

Άσκηση 2

Δίδεται η γλώσσα $L = \{a^n 11b^m \mid n < m\}$

(Α) Δείξτε ότι η L δεν είναι κανονική

(Β) Δώστε Γραμματική χωρίς συμφραζόμενα που παράγει τις συμβολοσειρές της L

(Γ) Δώστε Ντετερμινιστικό Αυτόματο Στοίβας που αναγνωρίζει τις συμβολοσειρές της L .

Το Λήμμα Αντλησης για Κανονικές Γλώσσες:

Έστω L μια άπειρη κανονική γλώσσα. Τότε υπάρχει ένας αριθμός n (μήκος άντλησης) τέτοιος ώστε κάθε $x \in L$ με $|x| \geq n$ να μπορεί να γραφεί στην μορφή $x = uvw$ όπου για τις συμβολοσειρές u, v και w ισχύει:

➤ $|uv| \leq n$

➤ $v \neq \varepsilon$

$uv^m w \in L$ για κάθε φυσικό $m \geq 0$

