ΠΛΗ20 – ΤΕΣΤ14

ΣΩΣΤΑ / ΛΑΘΟΣ

(1) Ρίχνουμε 10 μη διακεκριμένα ζάρια.

1. Τα διαφορετικά αποτελέσματα είναι 6^{10}
2. Τα διαφορετικά αποτελέσματα είναι $\binom{15}{10}$
3. Η πιθανότητα όλα τα αποτελέσματα να είναι άρτιοι αριθμοί είναι 1/2
4. Η πιθανότητα όλα τα αποτελέσματα να είναι 1 είναι $1/10^6$

(2) Έστω A σύνολο με n στοιχεία

1. Ο αριθμός των υποσυνόλων του A είναι ίσος με n^2.
2. Ο αριθμός των υποσυνόλων του A με k στοιχεία είναι ίσος με το συντελεστή του x^{n-k} στην παράσταση $(1+x)^n$.
3. Ο αριθμός των υποσυνόλων του A με k στοίχεια είναι ίσος με τους συνδυασμούς k στοιχείων από n-k+1 στοιχεία με επανάληψη.
4. Ο αριθμός των υποσυνόλων του A είναι ίσος με το άθροισμα όλων των συντελεστών του πολυωνύμου $(1+x)^n$

(3) Ο αριθμός των τρόπων να τοποθετήσουμε 6 μη διακεκριμένα σφαιρίδια σε 4 διακεκριμένες υποδοχές, έτσι ώστε καμία υποδοχή να μην μείνει κενή είναι ίσος με:

1. Το συντελεστή του x^2 στην $(1+x+x^2)^4$
2. Το συντελεστή του x^6 στην $(1+x+x^2+\cdots+x^6)^4$
3. Το συντελεστή του x^6 στην $(1+x+x^2+\cdots+x^4)^6$
4. Το πλήθος των λέξεων που κατασκευάζονται με 3A και 2B.

(4) *Στις παρακάτω προτάσεις αναφέρονται οι γεννήτριες συναρτήσεις απλών προβλημάτων απαρίθμησης.*

1. Ο συντελεστής του x^k στην παράσταση $(1-x)^{-n}$ δίνει τον αριθμό τρόπων διανομής k διακεκριμένων αντικειμένων σε n διακεκριμένες υποδοχές, όταν δεν έχει σημασία η σειρά των αντικειμένων στις υποδοχές.

2. Ο συντελεστής του x^k στην παράσταση $(1-x)^{-n}$ δίνει τον αριθμό των συνδυασμών k αντικειμένων από n

3. Ο συντελεστής του $x^k/k!$ στην παράσταση e^{nx} δίνει τον αριθμό των διατάξεων k αντικειμένων από n

4. Ο συντελεστής του $x^k/k!$ στην παράσταση e^{nx} δίνει τον αριθμό των τρόπων διανομής k διακεκριμένων αντικειμένων σε n διακεκριμένες υποδοχές, όταν δεν έχει σημασία η σειρά των αντικειμένων στις υποδοχές.

(5) Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις αληθεύουν;

1. $\{p_1 \wedge \neg p_2, p_2 \to p_3\} \vDash \neg p_1 \to (p_1 \wedge p_3)$

2. $\{p_1 \wedge \neg p_2, p_2 \to p_3\} \vDash p_1 \wedge p_2$

3. Ο τύπος $(\neg\neg\varphi \to \psi) \to ((\neg\neg\varphi \to \neg\psi) \to \neg\varphi)$ προκύπτει άμεσα από το ΑΣ3 με συντακτική αντικατάσταση

4. Ο τύπος $(\neg\varphi \to \neg\neg\psi) \to ((\neg\varphi \to \neg\psi) \to \varphi)$ προκύπτει άμεσα από το ΑΣ3 με συντακτική αντικατάσταση

(6) Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις αληθεύουν και ποιες όχι;

1. Ο τύπος $(p_1 \to p_2) \vee \neg(p_1 \to p_2)$ είναι ταυτολογία.

2. Ο τύπος $(p_1 \to p_2) \wedge \neg(p_1 \to p_2)$ είναι αντίφαση.

3. Ο τύπος $p_1 \to p_2 \vee p_1$ είναι ταυτολογικά ισοδύναμος με τον τύπο $p_2 \to p_2$

4. Ο τύπος: $p_1 \to (p_2 \to (p_3 \to (p_4 \to p_1)))$ είναι ταυτολογία.

Β'ΜΕΡΟΣ: ΕΡΩΤΗΜΑΤΑ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ

Άσκηση 1: ΣΥΝΔΥΑΣΤΙΚΗ

(Ερώτημα 1)
Μια τάξη αποτελείται από 2n μαθητές. Η δασκάλα της τάξης δίνει μια άσκηση για το σπίτι για την οποία οι μαθητές πρέπει να εργαστούν σε ομάδες των δύο. Υπολογίστε τους τρόπους με τους οποίους μπορεί να γίνει η διαμόρφωση των ομάδων

<u>Άσκηση 2 : ΛΟΓΙΚΗ</u>

(Ερώτημα 1)

Χωρίς να επικαλεστείτε ούτε το θεώρημα Πληρότητας αλλά ούτε και γνωστά θεωρήματα (απαγωγή, αντιθετοαναστροφή, εις άτοπον απαγωγή κλπ) δείξτε ότι $\neg\neg\chi \vdash (\neg\chi \to \neg\chi) \to \chi$.

(Ερώτημα 2)

Έστω Τ αυθαίρετο σύνολο προτασιακών τύπων και φ, ψ προτασιακοί τύποι για τους οποίους ισχύουν:

Τ |- $\varphi \to \psi$

και

Τ |- φ

Να αποδείξετε ότι Τ |- ψ

(α) Επικαλούμενοι τα θεωρήματα εγκυρότητας - πληρότητας (και μόνον αυτά)

(β) Χωρίς να επικαλεστείτε κανένα από τα γνωστά θεωρήματα του Προτασιακού Λογισμού.