

ΠΛΗ20 – ΤΕΣΤ12

ΣΩΣΤΑ / ΛΑΘΟΣ

- (1) Ο αριθμός των τρόπων διανομής n μη διακεκριμένων αντικειμένων σε m διακεκριμένες υποδοχές είναι:
- Όσες οι διατάξεις $n+m-1$ αντικειμένων από τα οποία τα n αποτελούν μια ομάδα μη διακεκριμένων μεταξύ τους αντικειμένων και τα υπόλοιπα μια άλλη.
 - Όσες οι δυαδικές συμβολοσειρές με $m-1$ μηδενικά και n άσσους.
 - Όσες οι ακέραιες και θετικές λύσεις της εξίσωσης $x_1 + x_2 + \dots + x_m = n + m$
 - Όσες οι επιλογές μιας διατεταγμένης n -άδας με δυνατότητα επανάληψης από m διακεκριμένα αντικείμενα.
- (2) Οι 6-ψηφίες συμβολοσειρές που κατασκευάζονται με τα 10 ψηφία $\{0,1,2,\dots,9\}$ είναι:
- 6^{10} αν δεν υπάρχουν περιορισμοί στην επιλογή των ψηφίων.
 - 5^6 αν μόνο τα άρτια ψηφία μπορούν να χρησιμοποιηθούν.
 - $6!/(3!5!)$ αν τα μόνα επιτρεπόμενα ψηφία είναι το 3 και το 5
 - Όσοι ο συντελεστής του x^6 στην $(1+x+x^2+\dots+x^{10})^6$
- (3) Έχουμε 6 βόλους εκ των οποίων οι 3 είναι πράσινοι, οι 2 είναι κόκκινοι και ο 1 είναι μαύρος
- Οι τρόποι τοποθέτησης τους σε μια σειρά είναι $6!$
 - Οι τρόποι τοποθέτησης τους σε μια σειρά που ξεκινούν με πράσινο βόλο και τελειώνουν με μαύρο βόλο είναι $4!/4$
 - Οι τρόποι επιλογής 1 βόλου είναι $\binom{6}{1}$
 - Οι τρόποι διανομής των πράσινων βόλων σε 3 υποδοχές είναι $\binom{5}{3}$

(4) Στους παρακάτω τύπους p, q, r είναι προτασιακές μεταβλητές.

1. Ο τύπος $p \vee q \rightarrow \neg q$ είναι ικανοποιήσιμος
2. Ο τύπος $q \wedge \neg r \rightarrow (r \rightarrow r)$ είναι ταυτολογία.
3. Ο τύπος $\neg p \wedge (q \vee \neg q \rightarrow p)$ είναι ικανοποιήσιμος.
4. Ο τύπος $\neg(q \rightarrow q)$ είναι αντίφαση.

(5) Έστω φ, ψ προτασιακοί τύποι. Ποιες από τις παρακάτω ταυτολογικές συνεπαγωγές αληθεύουν;

1. $\varphi \vee \psi \models \varphi \rightarrow \psi$
2. $\neg\psi \rightarrow \neg\varphi \models \varphi \rightarrow \psi$
3. $\neg(\varphi \rightarrow (\psi \rightarrow \varphi)) \models \neg\varphi$
4. $\varphi \rightarrow \neg\varphi \models \psi \rightarrow \neg\varphi$

Β' ΜΕΡΟΣ: ΕΡΩΤΗΜΑΤΑ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ

Άσκηση 1: ΣΥΝΔΥΑΣΤΙΚΗ

(1) Σε ένα τουρνουά ποδοσφαίρου λαμβάνουν μέρος 16 διακεκριμένες ομάδες. Με πόσους τρόπους μπορούν να χωριστούν οι ομάδες σε 4 ομίλους των 4 ομάδων ο καθένας, αν δεν παίζει ρόλο η σειρά τοποθέτησης των ομάδων στους ομίλους, και (α) οι 4 όμιλοι θεωρούνται διακεκριμένοι, και (β) οι 4 όμιλοι θεωρούνται μη διακεκριμένοι;

(2) Έχουν επιλεγεί 10 διακεκριμένοι διαιτητές για να διαιτητεύσουν τους 32 διακεκριμένους αγώνες. Να βρείτε τους τρόπους με τους οποίους μπορεί να γίνει ο ορισμός των διαιτητών, αν ο 1^{ος} διαιτητής πρέπει να οριστεί σε ακριβώς δύο αγώνες.

(3) Έχουμε απεριόριστους άσπρους, κόκκινους και μαύρους βόλους. Γράψτε την γεννήτρια συνάρτηση και υποδείξτε τον όρο του οποίου ο συντελεστής δίνει τους τρόπους να επιλέξουμε 8 από αυτούς, έτσι ώστε οι άσπροι βόλοι να είναι τουλάχιστον όσοι οι μαύροι βόλοι και οι μαύροι βόλοι να είναι περισσότεροι από τους κόκκινους βόλους

Άσκηση 2 : ΛΟΓΙΚΗ

(Ερώτημα 1) Δείξτε ότι $\{\neg\phi \rightarrow \neg\psi, \neg\phi \rightarrow (\neg\psi \rightarrow \psi)\} \vdash \neg\phi \rightarrow \psi$ όταν δεν επιτρέπεται να χρησιμοποιήσετε κανένα από τα θεωρήματα του προτασιακού λογισμού.

(Ερώτημα 2)

Εκφράστε με τύπους της ΠΛ κάθε μια από τις παρακάτω δηλώσεις:

- Ο Γιάννης έχει αυτοκίνητο.
- Δεν είναι δυνατόν ο Γιάννης να είναι ανήλικος και να έχει δίπλωμα οδήγησης.
- Αν ο Γιάννης δεν έχει δίπλωμα οδήγησης, τότε δεν έχει αυτοκίνητο.

Στη συνέχεια εξετάστε κατά πόσο το συμπέρασμα:

- Ο Γιάννης είναι ενήλικος και έχει δίπλωμα οδήγησης.
- είναι ταυτολογική συνέπεια των τριών προηγούμενων δηλώσεων - υποθέσεων