

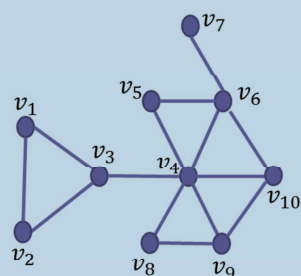
Ορισμός: Σε ένα συνδεόμενο μη κατευθυνόμενο γράφημα $G(V, E)$ ορίζουμε ως **συνδεδετικό δένδρο** T (ή αλλιώς **γεννητορικό** ή **επικαλυπτικό** δένδρο) του γραφήματος:

Ένα υπογράφημα του G που είναι δένδρο και περιέχει όλες τις κορυφές του G

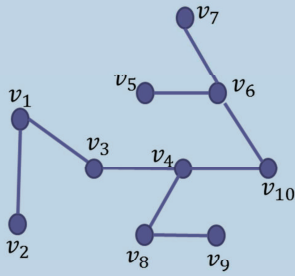
Παρατηρήσεις:

- Ένα γράφημα έχει συνδεδετικό δένδρο αν και μόνο αν είναι συνδεόμενο
- Ένα γράφημα μπορεί να έχει πολλά συνδεδετικά δένδρα.
- Ένα δένδρο έχει μόνο ένα συνδεδετικό δένδρο (τον εαυτό του)
- Ένα συνδεδετικό δένδρο μπορεί να υπολογιστεί με τον αλγόριθμο διάσχισης πρώτα κατά βάθος και τον αλγόριθμο διάσχισης πρώτα κατά πλάτος.

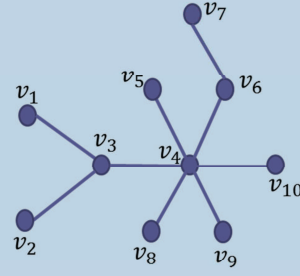
Παράδειγμα: Βλέπουμε ένα γράφημα και δύο συνδεδετικά του δένδρα (ένα γράφημα έχει πολλά συνδεδετικά δένδρα)



$G = (V, E)$



$T_1 = (V, E')$



$T_2 = (V, E'')$

ΔΙΑΣΧΙΣΗ ΚΑΤΑ ΠΛΑΤΟΣ

Σκιαγράφηση Αλγόριθμου Πρώτα κατά Πλάτος:

«κατασκευή του δένδρου κατά επίπεδα»

Ο αλγόριθμος δέχεται ως είσοδο ένα συνδεόμενο γράφημα και παράγει ένα συνδεδετικό δένδρο.

Στην αρχικοποίηση:

- Τοποθετούμε αυθαίρετα μία κορυφή στο συνδεδετικό δένδρο

Σε κάθε βήμα:

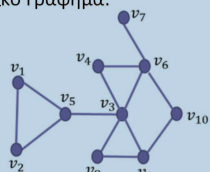
- Επιλέγουμε τρέχουσα κορυφή (με βάση την σειρά με την οποία μπήκε στο συνδεδετικό δένδρο)
- Κάθε γειτονική της κορυφή που δεν έχει μπει στο δένδρο την θέτουμε ως παιδί της (με αυθαίρετη σειρά)

Τερματισμός:

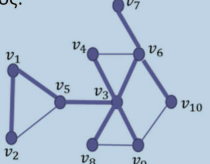
- Όταν όλες οι κορυφές εισαχθούν στο δένδρο.

Παράδειγμα:

Αρχικό Γράφημα:



Συνδεδετικό Δένδρο της Κατά Βάθος:



Βήματα:

Βήμα 0

Βήμα 1

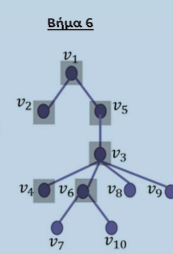
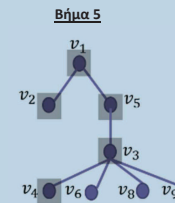
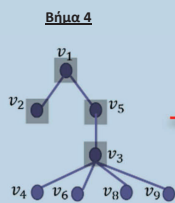
Βήμα 2

Βήμα 3

Βήμα 4

Βήμα 5

Βήμα 6



Σκιαγράφηση Αλγόριθμου Πρώτα κατά Βάθος:

«Βολίδα που εξερευνά το γράφο κατασκευάζοντας το συνδεδετικό δένδρο»

Ο αλγόριθμος δέχεται ως είσοδο ένα συνδεόμενο γράφημα και παράγει ένα συνδεδετικό δένδρο.

Στην αρχικοποίηση:

- Τοποθετούμε την βολίδα σε μια (αυθαίρετη) κορυφή. Την κορυφή την τοποθετούμε στο συνδεδετικό δένδρο

Σε κάθε βήμα:

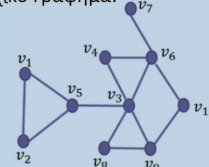
- Αν υπάρχει γειτονική κορυφή που δεν έχει επισκεφθεί, μεταβαίνει και την τοποθετεί στο συνδεδετικό δένδρο μαζί με την ακμή μετάβασης.
- Αν δεν υπάρχει κορυφή που δεν έχει επισκεφθεί, πηγαίνει στην ακριβώς προηγούμενη κορυφή που είχε επισκεφθεί.

Τερματισμός:

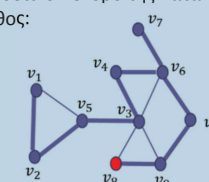
- Όταν όλες οι κορυφές εισαχθούν στο δένδρο.

Παράδειγμα:

Αρχικό Γράφημα:



Συνδεδετικό Δένδρο της Κατά Βάθος:



Βήματα:

Βήμα 0

Βήμα 1

Βήμα 2

Βήμα 3

Βήμα 4

Βήμα 5

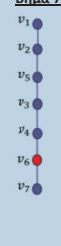
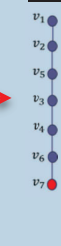
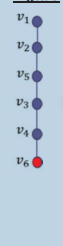
Βήμα 6

Βήμα 7

Βήμα 8

Βήμα 9

Βήμα 10



ΔΙΑΣΧΙΣΗ ΚΑΤΑ ΠΛΑΤΟΣ

Σκιαγράφηση Αλγόριθμου Πρώτα κατά Πλάτος:

«κατασκευή του δένδρου κατά επίπεδα»

Ο αλγόριθμος δέχεται ως είσοδο ένα συνδεόμενο γράφημα και παράγει ένα συνδεδετικό δένδρο.

Στην αρχικοποίηση:

- Τοποθετούμε αυθαίρετα μία κορυφή στο συνδεδετικό δένδρο

Σε κάθε βήμα:

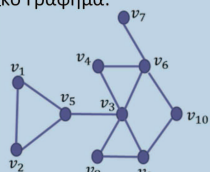
- Επιλέγουμε τρέχουσα κορυφή (με βάση την σειρά με την οποία μπήκε στο συνδεδετικό δένδρο)
- Κάθε γειτονική της κορυφή που δεν έχει μπει στο δένδρο την θέτουμε ως παιδί της (με αυθαίρετη σειρά)

Τερματισμός:

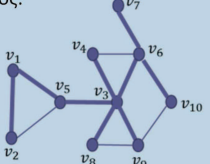
- Όταν όλες οι κορυφές εισαχθούν στο δένδρο.

Παράδειγμα:

Αρχικό Γράφημα:



Συνδεδετικό Δένδρο της Κατά Βάθος:



Βήματα:

Βήμα 0

Βήμα 1

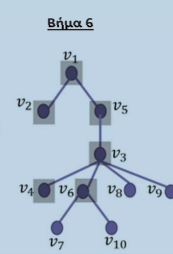
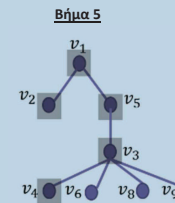
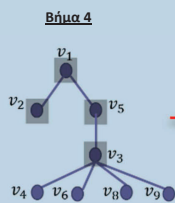
Βήμα 2

Βήμα 3

Βήμα 4

Βήμα 5

Βήμα 6



ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ PRIM

Ορισμός: Σε ένα συνδεόμενο μη κατευθυνόμενο γράφημα $G(V, E, W)$ ορίζουμε ως **ελάχιστο συνδεδετικό δένδρο** T (ή αλλιώς ελάχιστο **γεννητορικό** ή ελάχιστο **επικαλυπτικό** δένδρο) του γραφήματος:

- Ένα υπογράφημα του G που είναι δένδρο, περιέχει όλες τις κορυφές του G και έχει ελάχιστο βάρος (άθροισμα βαρών των ακμών του)

Σκιαγράφηση Αλγόριθμου Prim:

Στην αρχικοποίηση:

- Τοποθετούμε αυθαίρετα μια κορυφή στο συνδεδετικό δένδρο

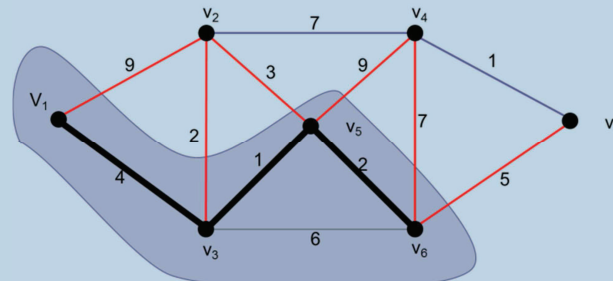
Σε κάθε βήμα:

- Υποψήφιες ακμές για να μπουν στο συνδεδετικό δένδρο είναι εκείνες οι ακμές που έχουν το ένα τους άκρο στο υπο κατασκευή συνδεδετικό δένδρο και το άλλο τους άκρο εκτός του συνδεδετικού δένδρου.
- Επιλέγεται η ακμή με το ελάχιστο βάρος από τις υποψήφιες
- Η ακμή εισάγεται στο δένδρο καθώς και το άκρο της που δεν ανήκε στο δένδρο.

Τερματισμός:

- Όταν όλες οι κορυφές εισαχθούν στο δένδρο.

Παράδειγμα: Σχηματική απεικόνιση μετά την εκτέλεση 3 βημάτων σε ένα γράφημα:



Επόμενη ακμή που επιλέγεται είναι η $[v_2, v_3]$

| | Dijkstra | Prim | Κατά Βάθος | Κατά Πλάτος | |
|---------------------------|------------------------|-------------|------------------------|------------------------|---|
| Συντομότερα Μονοπάτια | ✓ | × | × | Αν όλα τα βάρη ίδια: ✓ | (+C)>0: Δεν διατηρείται (× C)>0: Διατηρείται |
| Ελάχιστο Συνδετικό Δένδρο | Αν όλα τα βάρη ίδια: ✓ | ✓ | Αν όλα τα βάρη ίδια: ✓ | Αν όλα τα βάρη ίδια: ✓ | (+C)>0: Διατηρείται (× C)>0: Διατηρείται |
| Συνδετικό Δένδρο | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | |
| | Αρν.Βάρη:× | Αρν.Βάρη: ✓ | | | |