ΠΛΗ30

ΕΝΟΤΗΤΑ 5: ΑΠΟΦΑΣΙΣΙΜΕΣ και ΑΠΟΔΕΚΤΕΣ ΓΛΩΣΣΕΣ

Μάθημα 5.2:
Αποφασίσιμες Γλώσσες

Δημήτρης Ψούνης

www.psounis.gr

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

Α. Σκοπός του Μαθήματος

Οι στόχοι του μαθήματος είναι:

Επίπεδο Α

- Η μεθοδολογία κατασκευής Μ.Τ. που αποφασίζουν γλώσσες είναι SOS για τις τελικές εξετάσεις

Επίπεδο Β

- Μη Ντετερμινιστικές Μ.Τ.
- Κλειστότητα Πράξεων στις Αποφασίσιμες Γλώσσες

Επίπεδο Γ

- (-)

Β. Θεωρία

1. Μηχανές Turing που αποφασίζουν γλώσσες

1. Ορισμός Αποφασισιμης Γλώσσας

Μία μηχανή Turing θα λέμε ότι **αποφασίζει** μία γλώσσα αν για κάθε συμβολοσειρά εισόδου w:

- Τερματίζει με σχηματισμό (h, #Y#) αν $w \in L$
- Τερματίζει με σχηματισμό (h, #N#) αν $w \notin L$

Αν για μία γλώσσα L υπάρχει μηχανή Turing που την αποφασίζει **λέγεται Turing-Αποφασίσιμη** (ή Αναδρομική ή Επιλύσιμη ή Αποφασίσιμη Γλώσσα)

- Συνεπώς το επόμενο σύνολο γλωσσών που μελετάμε είναι το σύνολο των αποφασίσιμων γλωσσών για τις οποίες υπάρχει μηχανή Turing που τις αποφασίζει.

Ο παραπάνω τυπικός ορισμός εισάγει δύο ειδικά σύμβολα στο αλφάβητο Y,N τα οποία συμβολίζουν αντίστοιχα την απάντηση ΝΑΙ – **Y**(es) και ΟΧΙ – **N**(o).

- Συνεπώς η δουλειά που πρέπει να κάνουμε είναι αφού καταλάβουμε αν η συμβολοσειρά εισόδου ανήκει ή όχι στην γλώσσα.
  - Να σβήνει την ταινία και να γράφει το σύμβολο Y στην μορφή #Y# αν η συμβολοσειρά εισόδου ανήκει στην γλώσσα.
  - Να σβήνει την ταινία και να γράφει το σύμβολο N στην μορφή #N# αν η συμβολοσειρά εισόδου δεν ανήκει στην γλώσσα.

Β. Θεωρία

1. Μηχανές Turing που αποφασίζουν γλώσσες

2. Οι μηχανές που γράφουν #Y# και #N#

Οι ακόλουθες δύο μηχανές θα φανούν χρήσιμες όταν γράφουμε μηχανές που αποφασίζουν γλώσσες.

- Η ακόλουθη μηχανή (θα την συμβολίζουμε με M_Y) με είσοδο #w$\underline{\#}$ σβήνει την είσοδο της και φέρνει την ταινία στην μορφή #Y$\underline{\#}$

$$\begin{tikzcd} > \mathrm{L} \arrow[r, "\overline{\#}"] \arrow[d, "\#"] & \# \arrow[l, bend right] & \\ R \arrow[r] & Y \arrow[r] & R \end{tikzcd}$$

- Η ακόλουθη μηχανή (θα την συμβολίζουμε με M_N) με είσοδο #w$\underline{\#}$ σβήνει την είσοδο της και φέρνει την ταινία στην μορφή #N$\underline{\#}$

$$\begin{tikzcd} > \mathrm{L} \arrow[r, "\overline{\#}"] \arrow[d, "\#"] & \# \arrow[l, bend right] & \\ R \arrow[r] & N \arrow[r] & R \end{tikzcd}$$

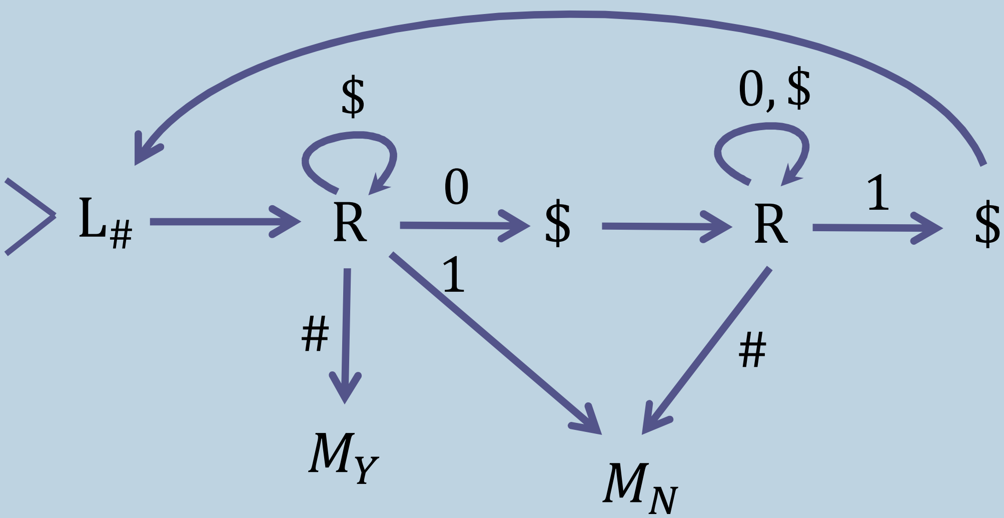
Β. Θεωρία

2. Μεθοδολογία Κατασκευής Μ.Τ.

1. Ισότητα 3 πραγμάτων

Παράδειγμα: Δίδεται η γλώσσα: $L = \{0^n 1^n | n \geq 0\}$. Να κατασκευάσετε ντετερμινιστική μηχανή Turing Μ, με αλφάβητο Σ={0,1,#,$,Y,N} που να αποφασίζει την γλώσσα. Θεωρήστε ότι η Μ με είσοδο $x \in \{0,1\}^*$ ξεκινά τη λειτουργία της από το σχηματισμό #x#. Δώστε άτυπη περιγραφή της λειτουγίας της μηχανής και το διάγραμμα ροής της Μ.

ΛΥΣΗ: ‘Ατυπη Περιγραφή της λειτουργίας της Μ.Τ.: Η μηχανή μετακινεί την κεφαλή στην αρχή της ταινίας και έπειτα σαρώνει επαναληπτικά την είσοδο από αριστερά προς τα δεξιά αντικαθιστώντας μία εμφάνιση 0 με $ και μία εμφάνιση 1 με $. Όταν όλη η είσοδος γίνει $, η μηχανή τερματίζει απαντώντας YES. Σε κάθε άλλη περίπτωση απαντάει NO.
Το διάγραμμα ροής της μηχανής είναι το ακόλουθο:



Β. Θεωρία

2. Μεθοδολογία Κατασκευής Μ.Τ.

1. Ισότητα 3 πραγμάτων

Άσκηση: Δίδεται η γλώσσα: $L = \{\alpha^n b^n c^n | n \geq 0\}$. Να κατασκευάσετε ντετερμινιστική μηχανή Turing M, με αλφάβητο Σ={a,b,c,#,$,Y,N} που να αποφασίζει την γλώσσα. Θεωρήστε ότι η M με είσοδο $x \in \{a, b, c\}^*$ ξεκινά τη λειτουργία της από το σχηματισμό #x$\underline{\#}$. Δώστε άτυπη περιγραφή της λειτουγίας της μηχανής και το διάγραμμα ροής της M.

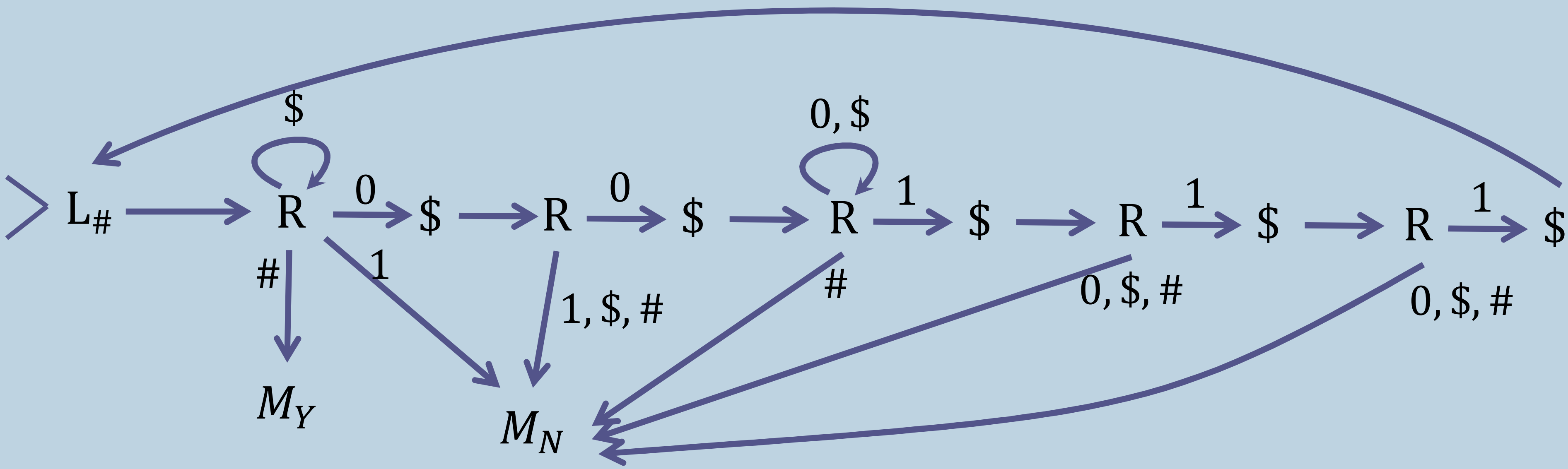
Β. Θεωρία

2. Μεθοδολογία Κατασκευής Μ.Τ.

2. Αναλογία 3 πραγμάτων

Παράδειγμα: Δίδεται η γλώσσα: $L = \{0^{2n}1^{3n} | n \geq 0\}$. Να κατασκευάσετε ντετερμινιστική μηχανή Turing M, με αλφάβητο Σ={0,1,#,$,Y,N} που να αποφασίζει την γλώσσα. Θεωρήστε ότι η M με είσοδο $x \in \{0,1\}^*$ ξεκινά τη λειτουργία της από το σχηματισμό #x$\underline{\#}$. Δώστε άτυπη περιγραφή της λειτουγίας της μηχανής και το διάγραμμα ροής της M.

ΛΥΣΗ: ‘Ατυπη Περιγραφή της λειτουργίας της Μ.Τ.: Η μηχανή μετακινεί την κεφαλή στην αρχή της ταινίας και έπειτα σαρώνει επαναληπτικά την είσοδο από αριστερά προς τα δεξιά αντικαθιστώντας δύο εμφανίσεις 0 με $ και τρεις εμφανίσεις 1 με $. Όταν όλη η είσοδος γίνει $, η μηχανή τερματίζει απαντώντας YES. Σε κάθε άλλη περίπτωση απαντάει NO.
Το διάγραμμα ροής της μηχανής είναι το ακόλουθο:



Β. Θεωρία

2. Μεθοδολογία Κατασκευής Μ.Τ.

2. Αναλογία 3 πραγμάτων

Άσκηση: Δίδεται η γλώσσα: $L = \{\alpha^n b^{2n} c^{3n} | n \geq 0\}$. Να κατασκευάσετε ντετερμινιστική μηχανή Turing M, με αλφάβητο Σ={a,b,c,#,$,Y,N} που να αποφασίζει την γλώσσα. Θεωρήστε ότι η M με είσοδο $x \in \{a, b, c\}^*$ ξεκινά τη λειτουργία της από το σχηματισμό #x#. Δώστε άτυπη περιγραφή της λειτουγίας της μηχανής και το διάγραμμα ροής της M.

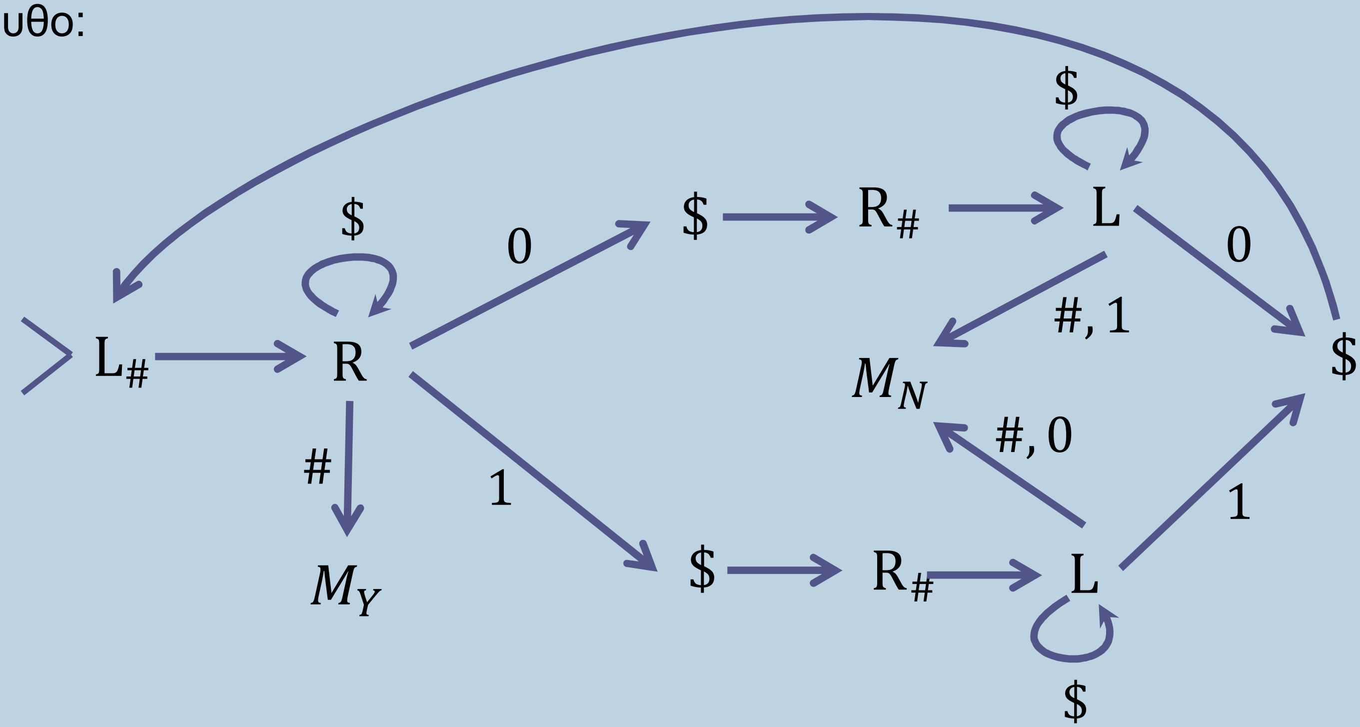
Β. Θεωρία

2. Μεθοδολογία Κατασκευής Μ.Τ.

3. Παλινδρομικότητα

Παράδειγμα: Δίδεται η γλώσσα: $L = \{ww^R | w \in \{0,1\}^*\}$. Να κατασκευάσετε ντετερμινιστική μηχανή Turing M, με αλφάβητο Σ={0,1,#,$,Y,N} που να αποφασίζει την γλώσσα. Θεωρήστε ότι η Μ με είσοδο $x \in \{0,1\}^*$ ξεκινά τη λειτουργία της από το σχηματισμό #x#. Δώστε άτυπη περιγραφή της λειτουγίας της μηχανής και το διάγραμμα ροής της Μ.

ΛΥΣΗ: ‘Ατυπη Περιγραφή της λειτουργίας της Μ.Τ.: Κάνουμε ταίριασμα του αριστερότερου με το δεξιότερο σύμβολο, μετατρέποντας τα σε $ εφόσον αυτά είναι ίδια. Αν δεν είναι ίδια τερματίζουμε απαντώντας NO. Όταν όλη η είσοδος γίνει $, τερματίζουμε απαντώντας YES. Το διάγραμμα ροής της μηχανής είναι το ακόλουθο:



Β. Θεωρία

2. Μεθοδολογία Κατασκευής Μ.Τ.

3. Παλινδρομικότητα

Άσκηση: Δίδεται η γλώσσα: $L = \{wcw^R | w \in \{a,b\}^*\}$. Να κατασκευάσετε ντετερμινιστική μηχανή Turing M, με αλφάβητο Σ={a,b,c,#,\$,Y,N} που να αποφασίζει την γλώσσα. Θεωρήστε ότι η Μ με είσοδο $x \in \{a,b,c\}^*$ ξεκινά τη λειτουργία της από το σχηματισμό #x#. Δώστε άτυπη περιγραφή της λειτουγίας της μηχανής και το διάγραμμα ροής της Μ.

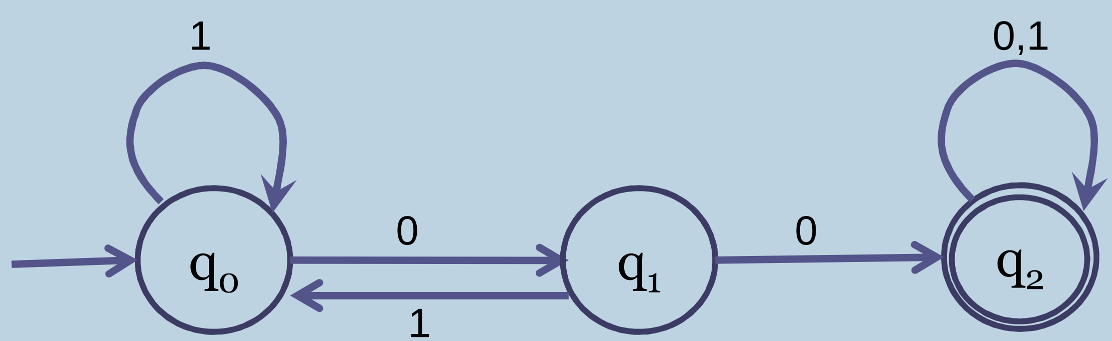
Β. Θεωρία

2. Μεθοδολογία Κατασκευής Μ.Τ.

4. Κανονικές Γλώσσες

Παράδειγμα: Δίδεται η γλώσσα: $L = \{ w \in \{0,1\}^* | w\ \pi\varepsilon\rho\iota\varepsilon\chi\varepsilon\iota\ \tau o\ 00\}$. Να κατασκευάσετε ντετερμινιστική μηχανή Turing M, με αλφάβητο Σ={0,1,#,Y,N} που να αποφασίζει την γλώσσα. Θεωρήστε ότι η Μ με είσοδο $x \in \{0,1\}^*$ ξεκινά τη λειτουργία της από το σχηματισμό #x#. Δώστε άτυπη περιγραφή της λειτουγίας της μηχανής και το διάγραμμα ροής της Μ.

ΛΥΣΗ: Η γλώσσα είναι κανονική και αποφασίζεται από το ακόλουθο ΝΠΑ:



Μεθοδολογία: Προσομοιώνουμε την λειτουργία του ΝΠΑ με μία μηχανή Turing με τους ακόλουθους κανόνες:

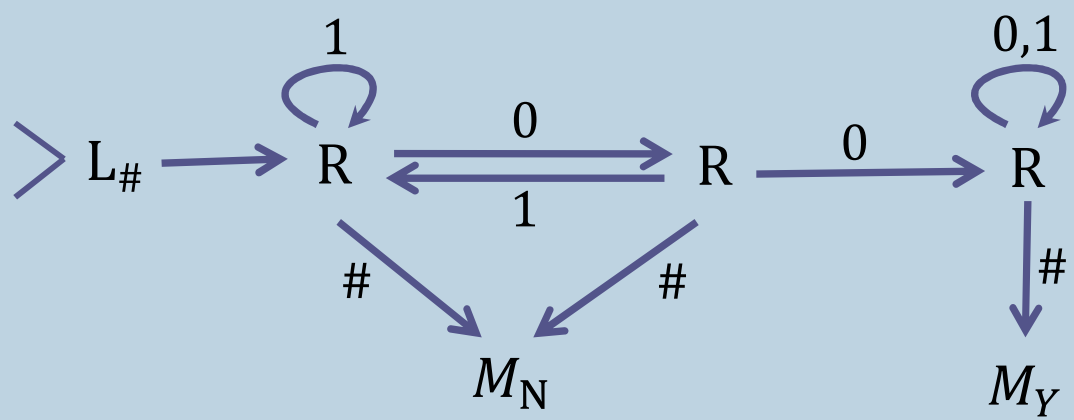
- Μετακινούμε την κεφαλή στην αρχή της ταινίας (αν απαιτείται)
- Κάθε κατάσταση γίνεται R
- Βάζουμε μετάβαση με # στην M_Y από κάθε τελική κατάσταση.
- Βάζουμε μετάβαση με # στην M_N από κάθε μη τελική κατάσταση.

Β. Θεωρία

2. Μεθοδολογία Κατασκευής Μ.Τ.

4. Κανονικές Γλώσσες

ΛΥΣΗ (συνέχεια): Η λειτουργία του ΝΠΑ προσομοιώνεται από την ακόλουθη μηχανή Turing:



Β. Θεωρία

2. Μεθοδολογία Κατασκευής Μ.Τ.

4. Κανονικές Γλώσσες

Άσκηση: Δίδεται η γλώσσα: $L = \{ w \in \{0,1\}^* | w\ \delta\varepsilon\nu\ \tau\varepsilon\lambda\varepsilon\iota\acute{\omega}\nu\varepsilon\iota\ \mu\varepsilon\ 01\}$. Να κατασκευάσετε ντετερμινιστική μηχανή Turing M, με αλφάβητο Σ={0,1,#,Y,N} που να αποφασίζει την γλώσσα. Θεωρήστε ότι η Μ με είσοδο $x \in \{0,1\}^*$ ξεκινά τη λειτουργία της από το σχηματισμό #x#. Δώστε άτυπη περιγραφή της λειτουγίας της μηχανής και το διάγραμμα ροής της Μ.

Β. Θεωρία

3. Μη Ντετερμινιστικές Μηχανές Turing

1. Μη Ντετερμινιστικές Μηχανές Turing

Οι ιδέες του μη ντετερμινισμού μπορούν να επεκταθούν και στις μηχανές Turing. Έτσι μπορούμε να ορίσουμε **μη ντετερμινιστικές μηχανές Turing** οι οποίες:

- Μπορούν να καθορίζονται πολλές μεταβάσεις με το ίδιο σύμβολο
- Ορίζονται ε-κινήσεις (κινήσεις χωρίς διάβασμα συμβόλου)

Μία μη ντετερμινιστική μηχανή Turing:

- Απαντά ΝΑΙ, αν υπάρχει έστω ένα μονοπάτι υπολογισμού που να οδηγεί σε αποδοχή.
- Απαντά ΌΧΙ, αν δεν υπάρχει μονοπάτι υπολογισμού που να οδηγεί σε αποδοχή.

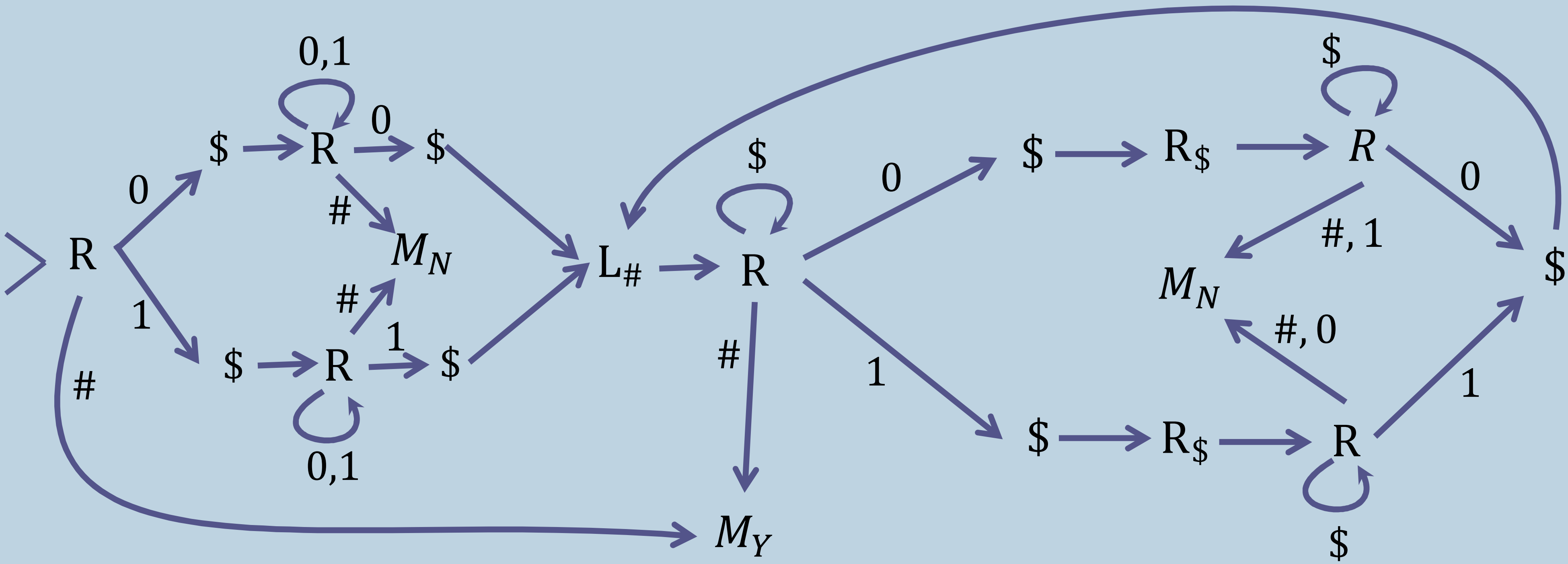
Β. Θεωρία

3. Μη Ντετερμινιστικές Μηχανές Turing

1. Παραδείγματα

Παράδειγμα: Δίδεται η γλώσσα: $L = \{ww | w \in \{0,1\}^*\}$. Να κατασκευάσετε μη ντετερμινιστική μηχανή Turing M, με αλφάβητο Σ={0,1,#,$,Y,N} που να αποφασίζει την γλώσσα. Θεωρήστε ότι η M με είσοδο $x \in \{0,1\}^*$ ξεκινά τη λειτουργία της από το σχηματισμό #x#. Δώστε άτυπη περιγραφή της λειτουγίας της μηχανής και το διάγραμμα ροής της M.

ΛΥΣΗ: ‘Ατυπη Περιγραφή της λειτουργίας της Μ.Τ.: Η Μηχανή Turing μη διαβάζει το πρώτο σύμβολο της συμβολοσεριάς εισόδου και μη ντετερμινιστικά επιλέγει το σημείο που αρχίζει η παράθεση της όμοιας συμβολοσειράς. Έπειτα γίνεται ταύτιση των επομένων συμβόλων των δύο όμοιων συμβολοσειρών



Β. Θεωρία

3. Μη Ντετερμινιστικές Μηχανές Turing

1. Παραδείγματα

Άσκηση: Δίδεται η γλώσσα: $L = \{ uv | u \ \ \delta\varepsilon\nu\ \tau\varepsilon\lambda\varepsilon\iota\acute{\omega}\nu\varepsilon\iota\ \mu\varepsilon\ 0, v\ \delta\varepsilon\nu\ \alpha\rho\chi\iota\zeta\varepsilon\iota\ \mu\varepsilon\ 1\}$. Να κατασκευάσετε ντετερμινιστική μηχανή Turing M, με αλφάβητο Σ={0,1,#,Y,N} που να αποφασίζει την γλώσσα. Θεωρήστε ότι η M με είσοδο $x \in \{0,1\}^*$ ξεκινά τη λειτουργία της από το σχηματισμό #x#. Δώστε άτυπη περιγραφή της λειτουγίας της μηχανής και το διάγραμμα ροής της M.

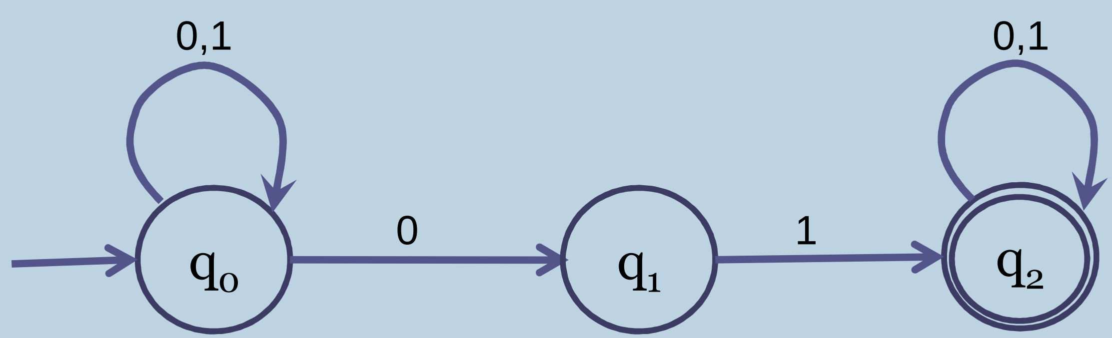
Β. Θεωρία

3. Μη Ντετερμινιστικές Μηχανές Turing

2. Μηχανή Turing που προσομοιώνει ΜΠΑ

Παράδειγμα: Δίδεται η γλώσσα: $L = (0+1)^* 01 (0+1)^*$ Να κατασκευάσετε μη ντετερμινιστική μηχανή Turing M, με αλφάβητο Σ={0,1,#,Y,N} που να αποφασίζει την γλώσσα. Θεωρήστε ότι η M με είσοδο $x \in \{0,1\}^*$ ξεκινά τη λειτουργία της από το σχηματισμό #x#. Δώστε άτυπη περιγραφή της λειτουγίας της μηχανής και το διάγραμμα ροής της M.

ΛΥΣΗ: Η γλώσσα είναι κανονική και αποφασίζεται από το ακόλουθο ΜΠΑ:



Μεθοδολογία: Προσομοιώνουμε την λειτουργία του ΝΠΑ με μία μηχανή Turing με τους ακόλουθους κανόνες:

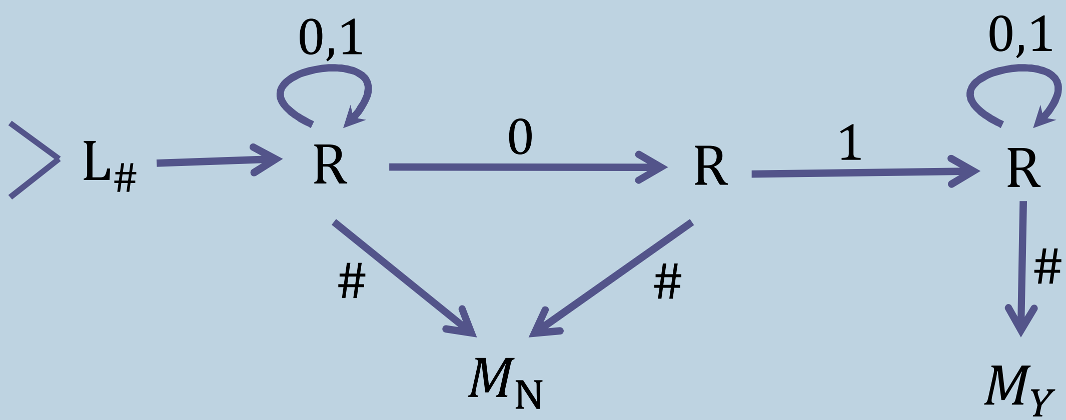
- Μετακινούμε την κεφαλή στην αρχή της ταινίας (αν απαιτείται)
- Κάθε κατάσταση γίνεται R
- Βάζουμε μετάβαση με # στην M_Y από κάθε τελική κατάσταση.
- Βάζουμε μετάβαση με # στην M_N από κάθε μη τελική κατάσταση.

Β. Θεωρία

3. Μη Ντετερμινιστικές Μ.Τ.

2. Μηχανή Turing που προσομοιώνει ΜΠΑ

ΛΥΣΗ (συνέχεια): Η λειτουργία του ΜΠΑ προσομοιώνεται από την ακόλουθη μηχανή Turing:



Β. Θεωρία

4. Κλειστότητα των Αποφασίσιμων Γλωσσών

Έστω δύο αποφασίσιμες γλώσσες

- Η ένωση τους είναι αποφασίσιμη γλώσσα
- Η παράθεση τους είναι αποφασίσιμη γλώσσα
- Η τομή τους είναι αποφασίσιμη γλώσσα
- Το αστέρι Kleene μίας γλώσσας θα είναι αποφασίσιμη γλώσσα
- Το συμπλήρωμα μία γλώσσας θα είναι αποφασίσιμη γλώσσα

Άρα έχουμε κλειστότητα σε όλες τις πράξεις στις αποφασίσιμες γλώσσες.

Όλες οι κλειστότητες θα αποδειχθούν μέσω μηχανών Turing.

Β. Θεωρία

4. Κλειστότητα των Αποφασίσιμων Γλωσσών

1. Κλειστότητα στην Ένωση

Θεώρημα (Κλειστότητα των Αποφασίσιμων Γλωσσών στην Ένωση)

Αν η L_1 είναι Αποφασίσιμη Γλώσσα και η L_2 είναι Αποφασίσιμη Γλώσσα τότε και η $L_1 \cup L_2$ είναι Αποφασίσιμη Γλώσσα

Απόδειξη

Η L_1 είναι Αποφασίσιμη Γλώσσα, άρα υπάρχει μία μηχανη Turing που την αποφασίζει έστω M_1

Η L_2 είναι Αποφασίσιμη Γλώσσα, άρα υπάρχει μία μηχανη Turing που την αποφασίζει έστω M_2

Κατασκευάζουμε μία μηχανή Turing, έστω M’ η οποία με είσοδο w λειτουργεί ως εξής:

1. Τρέχει την M_1 με είσοδο w. Αν η M_1 απαντήσει ΝΑΙ, τότε η M’ απαντά ΝΑΙ και τερματίζει. Αν η M_1 απαντήσει ΌΧΙ προχωράει στο βήμα 2:
2. Τρέχει την M_2 με είσοδο w. Αν η η M_2 απαντήσει ΝΑΙ, τότε η M’ απαντά ΝΑΙ και τερματίζει. Αν η M_2 απαντήσει ΌΧΙ τότε απαντά ΌΧΙ και τερματίζει.

Β. Θεωρία

4. Κλειστότητα των Αποφασίσιμων Γλωσσών

2. Κλειστότητα στην Τομή

Θεώρημα (Κλειστότητα των Αποφασίσιμων Γλωσσών στην Τομή)

Αν η L_1 είναι Αποφασίσιμη Γλώσσα και η L_2 είναι Αποφασίσιμη Γλώσσα τότε και η $L_1 \cap L_2$ είναι Αποφασίσιμη Γλώσσα

Απόδειξη

Η L_1 είναι Αποφασίσιμη Γλώσσα, άρα υπάρχει μία μηχανη Turing που την αποφασίζει έστω M_1

Η L_2 είναι Αποφασίσιμη Γλώσσα, άρα υπάρχει μία μηχανη Turing που την αποφασίζει έστω M_2

Κατασκευάζουμε μία μηχανή Turing, έστω M’ η οποία με είσοδο w λειτουργεί ως εξής:

1. Τρέχει την M_1 με είσοδο w. Αν η M_1 απαντήσει ΟΧΙ, τότε η M’ απαντά ΟΧΙ και τερματίζει. Αν η M_1 απαντήσει ΝΑΙ προχωρά στο βήμα 2:
2. Τρέχει την M_2 με είσοδο w. Αν η η M2 απαντήσει ΟΧΙ, τότε η M’ απαντά ΟΧΙ και τερματίζει. Αν η M_2 απαντήσει ΝΑΙ τότε η M’ απαντά ΝΑΙ και τερματίζει.

Β. Θεωρία

4. Κλειστότητα των Αποφασίσιμων Γλωσσών

3. Κλειστότητα στο Συμπλήρωμα

Θεώρημα (Κλειστότητα των Αποφασίσιμων Γλωσσών στο Συμπλήρωμα)

Αν η L είναι Αποφασίσιμη Γλώσσα η $\overline{L}$ είναι Αποφασίσιμη Γλώσσα

Απόδειξη

Η L είναι Αποφασίσιμη Γλώσσα, άρα υπάρχει μία μηχανη Turing που την αποφασίζει έστω Μ

Κατασκευάζουμε μία μηχανή Turing, έστω Μ' η οποία με είσοδο w λειτουργεί ως εξής:

1. Τρέχει την Μ με είσοδο w.
   - Αν η Μ απαντήσει ΟΧΙ, τότε η Μ' απαντά ΝΑΙ και τερματίζει.
   - Αν η Μ απαντήσει ΟΧΙ, τότε η Μ' απαντάει ΌΧΙ και τερματίζει.

Β. Θεωρία

4. Κλειστότητα των Αποφασίσιμων Γλωσσών

4. Κλειστότητα στην Παράθεση

Θεώρημα (Κλειστότητα των Αποφασίσιμων Γλωσσών στην Παράθεση)

Αν η L_1 είναι Αποφασίσιμη Γλώσσα και η L_2 είναι Αποφασίσιμη Γλώσσα τότε και η L_1L_2 είναι Αποφασίσιμη Γλώσσα

Απόδειξη

Η L_1 είναι Αποφασίσιμη Γλώσσα, άρα υπάρχει μία μηχανη Turing που την αποφασίζει έστω M_1

Η L_2 είναι Αποφασίσιμη Γλώσσα, άρα υπάρχει μία μηχανη Turing που την αποφασίζει έστω M_2

Κατασκευάζουμε μία μηχανή Turing, έστω M’ η οποία με είσοδο w λειτουργεί ως εξής:

1. Πρώτα μία μηχανή Turing διαχωριστής D παράγει όλους τους δυνατούς διαχωρισμούς της συμβολοσειράς w στην παράθεση δύο συμβολοσειρών w_1 και w_2 (δηλαδή όλους τους δυνατούς διαχωρισμούς της w ως w_1w_2.)
2. Για κάθε δυνατό διαχωρισμό:
   1. Τρέχει την M_1 με είσοδο w_1 και την M_2 με είσοδο w_2. Αν και οι δύο μηχανές απαντήσουν ΝΑΙ, τότε η M’ τερματίζει απαντώντας ΝΑΙ

   Αν όλοι οι δυνατοί διαχωρισμοί απαντηθούν ΌΧΙ, τότε και η M’ τερματίζει απαντώντας ΌΧΙ.

Β. Θεωρία

4. Κλειστότητα των Αποφασίσιμων Γλωσσών

5. Κλειστότητα στο Αστέρι Kleene

Θεώρημα (Κλειστότητα των Αποφασίσιμων Γλωσσών στο Αστέρι Kleene)

Αν η L είναι Αποφασίσιμη Γλώσσα η L^* είναι Αποφασίσιμη Γλώσσα

Απόδειξη
Η L είναι Αποφασίσιμη Γλώσσα, άρα υπάρχει μία μηχανη Turing που την αποφασίζει έστω M

Κατασκευάζουμε μία μηχανή Turing, έστω M' η οποία με είσοδο w λειτουργεί ως εξής:

1. Πρώτα μία μηχανή Turing διαχωριστής D παράγει όλους τους δυνατούς διαχωρισμούς της συμβολοσειράς w στην παράθεση 1..|w| συμβολοσειρών (δηλαδή όλους τους δυνατούς διαχωρισμούς της w ως $w_1w_2\ldots w_k$ με k=1,2,…|w|)
2. Για κάθε δυνατό διαχωρισμό:
    1. Τρέχει την M διαδοχικά με εισόδους $w_1, w_2, \ldots, w_k$. Αν η M απαντήσει ΝΑΙ για όλες τις συμβολοσειρές τότε η M' τερματίζει απαντώντας ΝΑΙ.

   Αν όλοι οι δυνατοί διαχωρισμοί απαντηθούν ΌΧΙ, τότε και η M' τερματίζει απαντώντας ΌΧΙ.

Γ. Ασκήσεις
Εφαρμογή 1

(2009Α) Εστω αλφάβητο Σ = {0,1} και η γλώσσα:

L = {w $\in$ Σ* : το w περιέχει τουλάχιστον δύο 0 (συνεχόμενα ή όχι)}.

Να κατασκευάσετε μηχανή Turing T με αλφάβητο Σ_0 = {0, 1, #, Y, N} που θα αποφασίζει την γλώσσα L. Η μηχανή θα ξεκινά με σχηματισμό: $\underline{\#}w\#$ για κάποιο w $\in$ Σ*.

Δώστε άτυπη περιγραφή της παραπάνω μηχανής Turing (τον αλγόριθμο διαχείρισης της ταινίας) και στη συνέχεια τυπική περιγραφή μέσω γραφήματος ροής.

Γ. Ασκήσεις
Εφαρμογή 2

(2009B) Έστω αλφάβητο Σ = {0,1} και η γλώσσα:

L = {w $\in$ Σ^* : το w περιέχει τουλάχιστον δύο συνεχόμενα 0 (δηλαδή: 00)}.

Να κατασκευάσετε μηχανή Turing T με αλφάβητο Σ_0 = {0, 1, #, Y, N} που θα αποφασίζει την γλώσσα L. Η μηχανή θα ξεκινά με σχηματισμό: $\underline{\#}$w# για κάποιο w $\in$ Σ^*.

Δώστε άτυπη περιγραφή της παραπάνω μηχανής Turing (τον αλγόριθμο διαχείρισης της ταινίας) και στη συνέχεια τυπική περιγραφή μέσω γραφήματος ροής.

Γ. Ασκήσεις
Εφαρμογή 3

(2010Α) Εξηγήστε γιατί το πρόβλημα του κατά πόσον μια συμβολοσειρά στο αλφάβητο {0,1} περιέχει τον ίδιο αριθμό 0 και 1 είναι επιλύσιμο (αποφασίσιμο).

Γ. Ασκήσεις
Εφαρμογή 4

(2011Α) Να κατασκευάσετε ντετερμινιστική μηχανή Turing M, με αλφάβητο $\Sigma = \{0, 1, \#, Y, N\}$, που να αποφασίζει την γλώσσα $L = \{ x \in \{0,1\}^* \mid$ η x είναι παλίνδρομο $\}$. Παλίνδρομα είναι οι συμβολοσειρές που διαβάζονται το ίδιο και από δεξιά και από αριστερά.

Θεωρήστε ότι η M με είσοδο $x \in \{0,1\}^*$ ξεκινά την λειτουργία της από τον σχηματισμό $\#x\underline{\#}$. Οι χαρακτήρες Y (YES) και N (NO) χρησιμοποιούνται αποκλειστικά για την σηματοδότηση της αποδοχής ή της απόρριψη της εισόδου, αντίστοιχα.

(1) Δώστε μια άτυπη περιγραφή της λειτουργίας της M (έναν αλγόριθμο διαχείρισης της ταινίας της).

Γ. Ασκήσεις
Εφαρμογή 4

(2) Δώστε το γράφημα ροής της Μ (σχηματική αναπαράσταση με χρήση γνωστών μηχανών).

(3) Δώστε τον υπολογισμό της Μ για τους παρακάτω αρχικούς μετασχηματισμούς:
(i) #01010<u>#</u> (ii) #1001<u>#</u> (iii) #1101<u>#</u> και (iv) #<u>#</u>