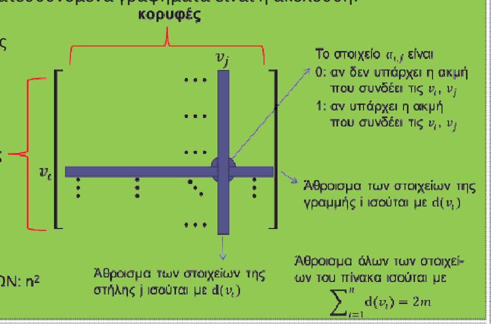
ΠΙΝΑΚΑΣ ΓΕΙΤΝΙΑΣΗΣ

Ορισμός: Ο πίνακας γειτνίασης (ή μητρώο σύνδεσης) ενός μη κατευθυνόμενου γραφήματος G=(V,E) με |V|=n είναι ένας n x n τετραγωνικός πίνακας που ορίζεται ως:

$$A_{n\times n} = (a_{i,j}) = \begin{cases} 1, & \text{αν } [v_i, v_j] \in E \\ 0, & \text{αν } [v_i, v_j] \notin E \end{cases}$$

ΔΙΑΙΣΘΗΣΗ: Η μορφή που πρέπει να έχουμε στο μυαλό μας για τον πίνακα γειτνίασης σε απλά μη κατευθυνόμενα γραφήματα είναι η ακόλουθη:

- Συμμετρικός ως προς την κύρια διαγώνιο



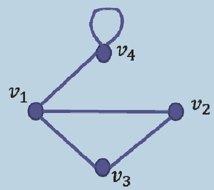
ΠΛΗΘΟΣ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ: n^2

Θεώρημα (υπολογισμού μονοπατιών):
Το στοιχείο (i,j) του πίνακα A^k (ο πίνακας γειτνίασης υψωμένος στην k δυναμη) δίνει πόσα μονοπάτια μήκους k υπάρχουν από την κορυφή v_i στην κορυφή v_j

Πόρισμα 1:
Το στοιχείο (i,j) του πίνακα $A + A^2 + \cdots + A^k$ δίνει πόσα μονοπάτια μήκους το πολύ k υπάρχουν από την κορυφή v_i στην κορυφή v_j

Πόρισμα 2:
Αν ένα μη διαγώνιο στοιχείο (i,j) του πίνακα $A + A^2 + \cdots + A^{n-1}$ (όπου n=|V|) είναι 0, τότε το γράφημα δεν είναι συνδεόμενο.

Παράδειγμα: Στο σχήμα βλέπουμε ένα μη κατευθυνόμενο γράφημα και τον πίνακα γειτνίασής του:



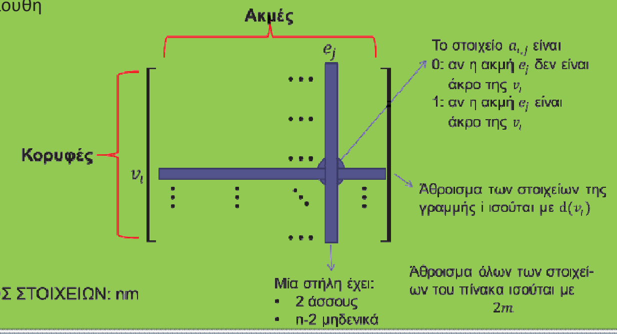
$$A = \begin{array}{c c} & \begin{array}{cccc} v_1 & v_2 & v_3 & v_4 \end{array} \\ \begin{array}{c} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \end{array} & \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{array}$$

ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΡΟΣΠΤΩΣΕΩΣ

Ορισμός: Ο πίνακας πρόσπτωσης (ή μητρώο εφαπτόμενων ακμών) ενός μη κατευθυνόμενου γραφήματος G=(V,E) με |V|=n, |E|=m είναι ένας n x m πίνακας που ορίζεται ως:

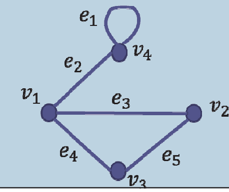
$$A_{n\times m} = (a_{i,j}) = \begin{cases} 1, & \text{αν η κορυφη } v_i \text{ ειναι ακρο της } e_j \\ 0, & \text{αλλιώς} \end{cases}$$

ΔΙΑΙΣΘΗΣΗ: Η μορφή που πρέπει να έχουμε στο μυαλό μας για τον πίνακα πρόσπτωσης σε απλά μη κατευθυνόμενα γραφήματα είναι η ακόλουθη



ΠΛΗΘΟΣ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ: nm

Παράδειγμα: Στο σχήμα βλέπουμε ένα μη κατευθυνόμενο γράφημα και τον πίνακα γειτνίασής του:



$$A = \begin{array}{c c} & \begin{array}{ccccc} e_1 & e_2 & e_3 & e_4 & e_5 \end{array} \\ \begin{array}{c} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \end{array} & \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$