

ΠΛΗ20 – ΤΕΣΤ13

ΣΩΣΤΑ / ΛΑΘΟΣ

(1) Ρίχνουμε 2 μη διακεκριμένα ζάρια. Οι διαφορετικές ζαριές είναι ίσες με:

1. Το πλήθος των υποσυνόλων με 2 στοιχεία από ένα σύνολο με 7 στοιχεία
2. Τις δυαδικές συμβολοσειρές μήκους 7 με 5 άσσους.
3. Τους διαφορετικούς τρόπους να τοποθετήσουμε σε μια σειρά 5Γ και 2Δ.
4. Τους αναγραμματισμούς της λέξης ABAABAA

(2) Ο συντελεστής του x^k στην $(1 + x + x^2 + \dots)^n$ είναι ίσος με:

1. Το συντελεστή του x^k στην $(1 + x)^{n+k-1}$.
2. Το συντελεστή του x^{n-1} στην $(1 + x)^{n+k-1}$.
3. Τους τρόπους να διατάξουμε n άσσους και $k - 1$ μηδενικά.
4. Τις ακέραιες λύσεις της εξίσωσης $x_1 + x_2 + \dots + x_k = n$ όπου $x_i \in \mathbb{Z}, x_i \geq 0$ για $i = 1, 2, \dots, k$

(3) Θεωρούμε δύο κληρώσεις ενός ακέραιου αριθμού από το 1 μέχρι το 10. Κάθε αριθμός προκύπτει με πιθανότητα $1/10$ σε κάθε κλήρωση και τα αποτελέσματα των δύο κληρώσεων είναι ανεξάρτητα. Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις αληθεύουν και ποιες όχι;

1. Η πιθανότητα το αποτέλεσμα να είναι περιττός αριθμός και στις δύο κληρώσεις είναι $1/4$.
2. Η πιθανότητα το αποτέλεσμα να είναι άρτιος αριθμός στην πρώτη κλήρωση και περιττός αριθμός στην δεύτερη κλήρωση είναι $3/4$.
3. Η πιθανότητα το αποτέλεσμα να είναι άρτιος αριθμός στην μία κλήρωση και περιττός αριθμός στην άλλη κλήρωση είναι $3/4$.
4. Η πιθανότητα το αποτέλεσμα να είναι 10 σε τουλάχιστον μία από τις δύο κληρώσεις είναι $19/100$.

(4) Οι παρακάτω προτάσεις είναι αληθείς ή ψευδείς.

1. Ο προτασιακός τύπος: $p \vee q \rightarrow p$ είναι ταυτολογία
2. Ο προτασιακός τύπος: $p \wedge q \rightarrow p$ είναι ταυτολογία
3. Ο προτασιακός τύπος: $p \wedge q \rightarrow p \vee q$ είναι ταυτολογία
4. Ο προτασιακός τύπος: $p \vee q \rightarrow p \wedge q$ είναι ταυτολογία

(5) Δίδεται το σύνολο προτασιακών τύπων: $T = \{p \wedge q \rightarrow r, r \wedge \neg q, r \rightarrow q\}$

1. $T \models p \rightarrow p$
2. $T \models q \rightarrow \neg p$
3. $T \models p \vee q \rightarrow \neg r$
4. $T \models q \wedge \neg q \rightarrow p$

Β' ΜΕΡΟΣ: ΕΡΩΤΗΜΑΤΑ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ

Άσκηση 1: ΣΥΝΔΥΑΣΤΙΚΗ

(Ερώτημα 1)

Να γράψετε την γεννήτρια συνάρτηση και να υποδείξετε τον όρο του οποίου ο συντελεστής δίνει τους τρόπους τοποθέτησης σε μία σειρά n μη διακεκριμένων κόκκινων βόλων και m μη διακεκριμένων πράσινων βόλων ώστε να μην βρίσκονται κόκκινοι βόλοι σε διαδοχικές θέσεις (θεωρήστε ότι $m > n$)

(Ερώτημα 2)

Πενήντα καλεσμένοι σε ένα γάμο προσέρχονται στο κέντρο για την δεξίωση.

- i) Με πόσους τρόπους μπορούν να καθίσουν όλοι οι καλεσμένοι σε 5 τραπέζια των 10 ατόμων αν τα τραπέζια είναι αριθμημένα (δηλαδή θεωρούνται διακεκριμένα) και δεν έχει σημασία πως θα καθίσουν οι καλεσμένοι σε αυτά;
- ii) Όπως στο (i) αλλά τώρα τα τραπέζια δεν θεωρούνται διακεκριμένα και πάλι δεν έχει σημασία πως θα καθίσουν οι συνδαιτυμόνες σε αυτά.

Άσκηση 2 : ΛΟΓΙΚΗ

(Ερώτημα 1)

Χρησιμοποιώντας τα αξιωματικά σχήματα ΑΣ1-3 και τον αποδεικτικό κανόνα Modus Ponens, να αποδειχθεί ότι:

$$\{\neg\phi \rightarrow (\chi \rightarrow \neg\psi), \neg\phi \rightarrow \chi, \neg\phi \rightarrow \psi\} \vdash \phi$$

(Ερώτημα 2)

Να αποδειχθεί ότι:

$$\vdash \phi \rightarrow (\psi \rightarrow \neg(\phi \rightarrow \neg\psi))$$

(Σε αυτό το υποερώτημα επιτρέπεται η χρήση των θεωρημάτων Απαγωγής, Αντιθετοαναστροφής και Απαγωγής σε Άτοπο)