ΒΑΣΙΚΟΙ ΟΡΙΣΜΟΙ ΚΑΤΗΓΟΡΗΜΑΤΙΚΗΣ ΛΟΓΙΚΗΣ

Συντακτικό Προτάσεων ΚΛ

Έκφραση: Οτιδήποτε χρησιμοποιεί σύμβολα ΚΛ (ακόμη και ασύντακτο)

Ορός: Αποτιμάται σε τιμή από το πεδίο ορισμού

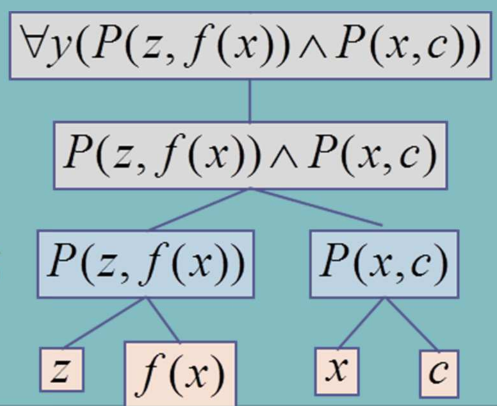
- **Μεταβλητή (π.χ. x, y, z...)**
- **Σταθερά (π.χ. c, d,...)**
- **Συναρτησιακό Σύμβολο (ορίσματα όροι)**
  - π.χ.: $f(ορος, ορος, \dots)$

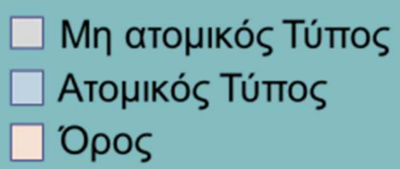
Ατομικός Τύπος: Αποτιμάται σε Α/Ψ

- **Ισότητα όρων ($\approx$)**
  - π.χ.: $ορος \approx ορος$
- **Κατηγορηματικό Σύμβολο (ορίσματα όροι)**
  - π.χ.: $P(ορος, ορος, \dots)$

Μη Ατομικός Τύπος: Αποτιμάται σε Α/Ψ

- **Προτασιακοί Σύνδεσμοι** ($\neg, \vee, \wedge, \rightarrow, \leftrightarrow$)
  - $\neg(τύπος)$
  - $(τύπος) \vee (τύπος)$
  - $(τύπος) \wedge (τύπος)$
  - $(τύπος) \rightarrow (τύπος)$
  - $(τύπος) \leftrightarrow (τύπος)$
- **Ποσοδείκτες ($\forall, \exists$):**
  - $\forall x(τύπος)$
  - $\exists x(τύπος)$





$\forall x(τύπος)$	$\exists x(τύπος)$
Αληθές (για όλα τα x: τύπος =Α)	Αληθές (π.χ. για x=...)
Ψευδές (π.χ. για x=...)	Ψευδές (για όλα τα x: τύπος =Ψ)

Κανόνες Συντακτικού:

- **Πρόταση:** Τύπος χωρίς ελεύθερες μεταβλητές
- **Προτεραιότητα:**
  1. $\neg, \forall, \exists$
  2. $\vee, \wedge$
  3. $\rightarrow, \leftrightarrow$
- **Εμβέλεια:** Αν δεν καθορίζεται με παρενθέσεις, η εμβέλεια των ποσοδεικτών φτάνει μέχρι τον πρώτο διμελή προτασιακό σύνδεσμο.

Η δομή (ή ερμηνεία) Α αποτελείται από τα εξής:

- Το **σύμπαν της A** (συμβολίζεται με $|A|$) που είναι το πεδίο ορισμού των μεταβλητών.
- Σε κάθε **συναρτησιακό σύμβολο** f/n αντιστοιχούμε μια συνάρτηση: $f^A\colon |A|^n \rightarrow |A|$
- Σε κάθε **κατηγορηματικό σύμβολο** P/n αντιστοιχούμε μια σχέση: $P^A \subseteq |A|^n$
- Σε κάθε σύμβολο **σταθεράς c** αντιστοιχούμε μια τιμή: $c^A \in |A$

η ερμηνεία αποδίδει νόημα σε όλα τα σύμβολα που εμφανίζονται στον τύπο (ή στον όρο)

Η **αποτίμηση v** είναι μία συνάρτηση που δίνει τιμή από το σύμπαν σε κάθε ελεύθερη μεταβλητή.

- Άρα είναι μία συνάρτηση: $v\colon M(\Gamma_1) \rightarrow |A|$

$\neg(\pi\rho o\tau\alpha\sigma\eta)$	Δεν ισχύει η $(\pi\rho o\tau\alpha\sigma\eta)$
$(\pi\rho o\tau\alpha\sigma\eta) \wedge (\pi\rho o\tau\alpha\sigma\eta)$	$(\pi\rho o\tau\alpha\sigma\eta)$ και $(\pi\rho o\tau\alpha\sigma\eta)$
$(\pi\rho o\tau\alpha\sigma\eta) \vee (\pi\rho o\tau\alpha\sigma\eta)$	$(\pi\rho o\tau\alpha\sigma\eta)$ ή $(\pi\rho o\tau\alpha\sigma\eta)$
$(\pi\rho o\tau\alpha\sigma\eta) \rightarrow (\pi\rho o\tau\alpha\sigma\eta)$	Αν $(\pi\rho o\tau\alpha\sigma\eta)$ τότε $(\pi\rho o\tau\alpha\sigma\eta)$
$(\pi\rho o\tau\alpha\sigma\eta) \leftrightarrow (\pi\rho o\tau\alpha\sigma\eta)$	$(\pi\rho o\tau\alpha\sigma\eta)$ αν και μόνο αν $(\pi\rho o\tau\alpha\sigma\eta)$
$\exists x(\iota\delta\iota\acute{o}\tau\eta\tau\alpha\ \tau o\upsilon\ x)$	Υπάρχει στοιχείο για το οποίο ισχύει η $(\iota\delta\iota\acute{o}\tau\eta\tau\alpha\ \tau o\upsilon\ x)$ Υπάρχει στοιχείο τέτοιο ώστε να ισχύει η $(\iota\delta\iota\acute{o}\tau\eta\tau\alpha\ \tau o\upsilon\ x)$
$\forall x(\iota\delta\iota\acute{o}\tau\eta\tau\alpha\ \tau o\upsilon\ x)$	Κάθε στοιχείο έχει την $(\iota\delta\iota\acute{o}\tau\eta\tau\alpha\ \tau o\upsilon\ x)$ Για κάθε στοιχείο ισχύει η $(\iota\delta\iota\acute{o}\tau\eta\tau\alpha\ \ \tau o\upsilon\ x\ )$
$\exists x \exists y(x\ \sigma\chi\varepsilon\sigma\eta\ \mu\varepsilon\ y)$	Υπάρχει ζεύγος στοιχείων για το οποίο ισχύει η $(\sigma\chi\varepsilon\sigma\eta)$ Υπάρχει ζεύγος στοιχείων τέτοιο ώστε να ισχύει η $(\sigma\chi\varepsilon\sigma\eta)$
$\forall x \forall y(x\ \sigma\chi\varepsilon\sigma\eta\ \mu\varepsilon\ y)$	Κάθε ζεύγος στοιχείων έχει την $(\sigma\chi\varepsilon\sigma\eta)$ Για κάθε ζεύγος στοιχείων ισχύει η $(\sigma\chi\varepsilon\sigma\eta)$
$\exists x \forall y(x\ \sigma\chi\varepsilon\sigma\eta\ \mu\varepsilon\ y)$	Υπάρχει στοιχείο που έχει τη $(\sigma\chi\varepsilon\sigma\eta)$με όλα τα στοιχεία
$\forall x \exists y(x\ \sigma\chi\varepsilon\sigma\eta\ \mu\varepsilon\ y)$	Κάθε στοιχείο έχει τη $(\sigma\chi\varepsilon\sigma\eta)$ με τουλάχιστον ένα στοιχείο
$\exists x \exists y(x \neq y \wedge (x\ \sigma\chi\varepsilon\sigma\eta\ \mu\varepsilon\ y))$	Υπάρχει ζεύγος διαφ/κών στοιχείων για το οποίο ισχύει η $(\sigma\chi\varepsilon\sigma\eta)$
$\forall x \forall y(x \neq y \rightarrow (x\ \sigma\chi\varepsilon\sigma\eta\ \mu\varepsilon\ y)$	Για κάθε ζεύγος διαφ/κων στοιχείων ισχύει η $(\sigma\chi\varepsilon\sigma\eta)$
$\exists x\big[(\iota\delta\iota o\tau\eta\tau\alpha\ \sigma\tau o\ x) \wedge \forall y\big((o\mu o\iota\alpha\ \iota\delta\iota o\tau\eta\tau\alpha\ \sigma\tau o\ y) \rightarrow x \approx y\big)\big]$	Υπάρχει μοναδικό στοιχείο με την ιδιότητα Υπάρχει ακριβώς ένα στοιχείο με την ιδιότητα
$\exists x \exists y \begin{bmatrix} (\iota\delta\iota o\tau\eta\tau\alpha\ \sigma\tau o\ x) \wedge (o\mu o\iota\alpha\ \iota\delta\iota o\tau\eta\tau\alpha\ \sigma\tau o\ y) \wedge x \neq y \wedge \\ \forall z\big((o\mu o\iota\alpha\ \iota\delta\iota o\tau\eta\tau\alpha\ \sigma\tau o\ z) \rightarrow z \approx x \vee z \approx y\big) \end{bmatrix}$	Υπάρχουν ακριβώς δύο στοιχεία με την ιδιότητα