ΠΛΗ30

ΕΝΟΤΗΤΑ 4: ΓΛΩΣΣΕΣ ΑΝΕΞΑΡΤΗΤΕΣ ΣΥΜΦΡΑΖΟΜΕΝΩΝ

Μάθημα 4.3:
Μη Ντετερμινιστικά Αυτόματα Στοίβας

Δημήτρης Ψούνης

www.psounis.gr

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

Α. Σκοπός του Μαθήματος

Β. Θεωρία

1. Μη Ντετερμινιστικό Αυτόματο Στοίβας
   1. Ορισμός Γλώσσας Ανεξάρτητης Συμφραζομένων
   2. Ιδέα Πίσω από το Μη Ντετερνιστικό Αυτόματο Στοίβας
   3. Παράδειγμα για την $L = \{0^n 1^n \mid \mathrm{n} \geq 0\}$
   4. Παράδειγμα για την $L = \{\alpha^n b^m c^m \alpha^n \mid \mathrm{n}, \mathrm{m} \geq 0\}$
2. Μαθηματικός Ορισμός Μη Ντετερμισνιστικού Αυτομάτου Στοίβας
   1. Ορισμός
   2. Παράδειγμα

Γ.Ασκήσεις

Εφαρμογές

Α. Σκοπός του Μαθήματος

Οι στόχοι του μαθήματος είναι:

Επίπεδο Α
- Κατασκευή Μη Ντετερμινιστικού Αυτομάτου Στοίβας

Επίπεδο Β
- (-)

Επίπεδο Γ
- Μαθηματικός Ορισμός Μη Ντετερμινιστικού Αυτομάτου Στοίβας
- Τρόπος Λειτουργίας Μη Ντετερμινιστικού Αυτομάτου Στοίβας

Β. Θεωρία

1. Μη Ντετερμινιστικό Αυτόματο Στοίβας

1. Ορισμός Γλώσσας Ανεξάρτητης Συμφραζομένων

Ορισμός Γλώσσας Ανεξάρτητης Συμφραζομένων:

- Μία γλώσσα θα λέγεται **Γλώσσα Ανεξάρτητη Συμφραζομένων (ή Γλώσσα Χωρίς Συμφραζόμενα)** αν και μόνο αν
  - Υπάρχει Γραμματική Ανεξάρτητη Συμφραζομένων (Γ.Χ.Σ) που παράγει τις συμβολοσειρές της.
  - Υπάρχει Αυτόματο Στοίβας (Α.Σ) που αναγνωρίζει τις συμβολοσειρές της γλώσσας.

- Το Αυτόματο Στοίβας είναι η «μηχανή» που αναγνωρίζει τις συμβολοσειρές της γλώσσας, δηλαδή:
  - Απαντά ΝΑΙ για κάθε συμβολοσειρά που ανήκει στην γλώσσα.
  - Απαντά ΌΧΙ για κάθε συμβολοσειρά που δεν ανήκει στην γλώσσα.
- Υπάρχουν δύο κατηγορίες αυτομάτων στοίβας:
  - Τα Ντετερμινιστικά Αυτόματα Στοίβας (Μάθημα 4.2)
  - Τα Μη Ντετερμινιστικά Αυτόματα Στοίβας (Μάθημα 4.3)

Β. Θεωρία

1. Μη Ντετερμινιστικό Αυτόματο Στοίβας

2. Ιδέα πίσω από το Μη Ντετερμινιστικό Αυτόματο Στοίβας

Το ΕΑΠ με το Αυτόματο Στοίβας έχουν μια ιδιαίτερη σχέση!!!!

Το μη ντετερμινιστικό αυτόματο στοίβας ορίζεται ΑΥΣΤΗΡΑ ως το αυτοματο στοίβας που προκύπτει με την μετατροπή μιας Γραμματικής Χωρίς Συμφραζόμενα σε Αυτόματο Στοίβας.

Έτσι θα ορίσουμε τον αλγόριθμο μετατροπής ο οποίος:

- Με είσοδο μία γραμματική χωρίς συμφραζόμενα,
- Θα παράγει ένα μη ντετερμινιστικό αυτόματο στοίβας που αναγνωρίζει τις συμβολοσειρές της.

Άρα συνοψίζοντας:

- Ως ντετερμινιστικό αυτόματο στοιβας ορίζεται το αυτόματο που κάνει μία διαχείριση της στοίβας.
- Ως μη ντετερμινιστικό αυτόματο στοίβας ορίζεται το αυτόματο που προσομοιώνει την λειτουργία της αντίστοιχης γραμματικής χωρίς συμφραζόμενα.

Β. Θεωρία

1. Μη Ντετερμινιστικό Αυτόματο Στοίβας

3. Παράδειγμα Κατασκευής Μη Ντετερμινιστικού Αυτομάτου Στοίβας

<u>**ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 1:**</u> Να κατασκευαστεί Μη Ντετερμινιστικό Αυτόματο Στοίβας που να αναγνωρίζει τις συμβολοσειρές της γλώσσας: $L = \{0^n 1^n \mid \mathrm{n} \geq 0\}$

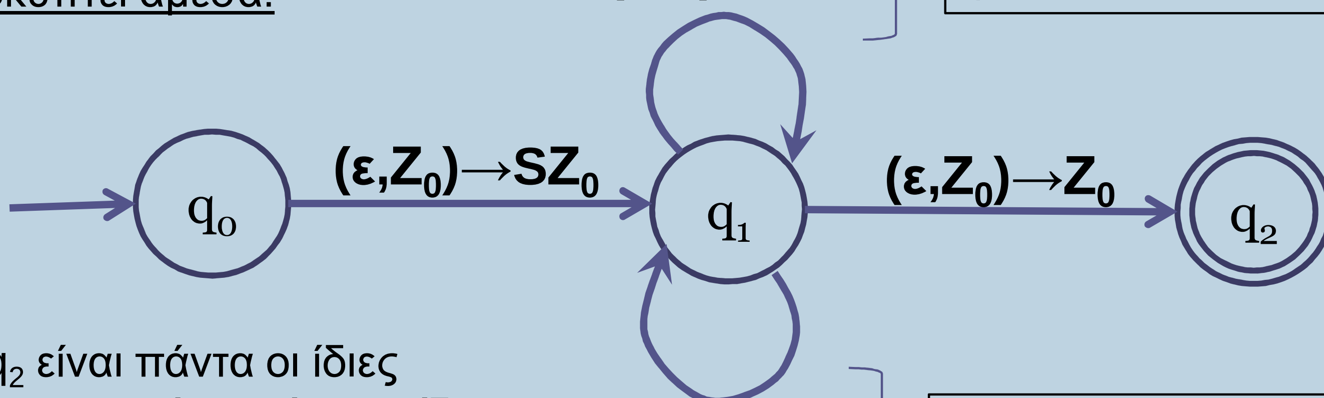
<u>**ΠΡΟΧΕΙΡΟ:**</u>
<u>Πρώτα σκεφτόμαστε μία γραμματική χωρίς συμφραζόμενα που παράγει τις συμβολοσειρές της γλώσσας</u> <u>**και γράφουμε τους κανόνες αναλυτικά:**</u>

- $\boldsymbol{S \rightarrow 0S1}$
- $\boldsymbol{S \rightarrow \varepsilon}$

(ε,S)→0S1
(ε,S)→ε

Γράφουμε έναν κανόνα <u>για κάθε κανόνα της γραμματικής</u> (συμβολο εισόδου το ε)

<u>Το αυτόματο στοίβας προκύπτει άμεσα:</u>



- Οι καταστασεις q_0,q_1,q_2 είναι πάντα οι ίδιες
- Η μετάβαση από το q_0 στο q_1 είναι πάντα η ίδια
- Η μετάβαση από το q_1 στο q_2 είναι πάντα η ίδια

(0,0)→ε
(1,1)→ε

Γράφουμε έναν κανόνα διαγραφής <u>για κάθε σύμβολο της γλώσσας</u>.

Β. Θεωρία

1. Μη Ντετερμινιστικό Αυτόματο Στοίβας

3. Παράδειγμα Κατασκευής Μη Ντετερμινιστικού Αυτομάτου Στοίβας

ΚΑΘΑΡΟ:

Το αυτόματο που κατασκευάζουμε προσομοιώνει τη λειτουργία της γραμματικής χωρίς συμφραζόμενα: $S \rightarrow 0S1 \mid \varepsilon$

Ο πίνακας μετάβασης είναι

Αριθμός	Κατ/ση	Σύμβολο Εισόδου	Σύμβολο Σωρού	Κίνηση	Επεξήγηση
1	q_0	ε	Z_0	(q_1, SZ_0)	Αρχικοποίηση
2.1	q_1	ε	S	$(q_1, 0S1)$	Κανόνας $S \rightarrow 0S1$
2.2	q_1	ε	S	(q_1, ε)	Κανόνας $S \rightarrow \varepsilon$
3.1	q_1	0	0	(q_1, ε)	Ταίριασμα **0**
3.2	q_1	1	1	(q_1, ε)	Ταίριασμα **1**
4	q_1	ε	Z_0	(q_2, Z_0)	Αποδοχή
Οι υπόλοιποι συνδυασμοί					ΤΙΠΟΤΑ

Τελική κατάσταση είναι η q_2

Παραδείγματα εκτέλεσης συμβολοσειρών

Ενδέχεται να μας ζητηθεί παράδειγμα εκτέλεσης για κάποιες συγκεκριμένες συμβολοσειρές. Κατασκευάζουμε ένα πινακάκι που απεικονίζουμε βήμα-βήμα τις μεταβάσεις που γίνονται με κάθε σύμβολο που λέει ο υποβολέας. Προσοχή! Δείχνουμε μόνο την μη ντετερμινιστική εκτέλεση που οδηγεί σε επιτυχία, η οποία θα προσομοιώνει μια αριστερότερη παραγωγή της γραμματικής

Π.χ. για την συμβολοσειρά 0011

Αριθμός Κίνησης	Κατ/ση	Υπόλοιπη Συμβ/ρα	Σωρός	Παραγωγή
	q_0	0011	Z_0	
1	q_1	0011	SZ_0	S
2.1	q_1	0011	$0S1Z_0$	$\Rightarrow 0S1$
3.1	q_1	011	$S1Z_0$	
2.1	q_1	011	$0S11Z_0$	$\Rightarrow 00S11$
3.1	q_1	11	$S11Z_0$	
2.2	q_1	11	$11Z_0$	$\Rightarrow 0011$
3.2	q_1	1	$1Z_0$	
3.2	q_1	ε	Z_0	
4	q_2	ε	Z_0	ΑΝΑΓΝΩΡΙΣΗ

Β. Θεωρία

1. Μη Ντετερμινιστικό Αυτόματο Στοίβας

3. Παράδειγμα Κατασκευής Μη Ντετερμινιστικού Αυτομάτου Στοίβας

Παραδείγματα εκτέλεσης συμβολοσειρών

Π.χ. για την συμβολοσειρά 001

Αριθμός Κίνησης	Κατ/ση	Υπόλοιπη Συμβ/ρα	Σωρός	Παραγωγή
	q_0	001	Z_0	
1	q_1	001	SZ_0	**S**
2.1	q_1	001	$0S1Z_0$	$\Rightarrow$ **0S1**
3.1	q_1	01	$S1Z_0$	
2.1	q_1	01	$0S11Z_0$	$\Rightarrow$ **00S11**
3.1	q_1	1	$S11Z_0$	
2.2	q_1	1	$11Z_0$	$\Rightarrow$ **0011**
3.2	q_1	1	$1Z_0$	
4	q_2	ε	$1Z_0$	ΠΑΓΩΜΑ ΜΗΧΑΝΗΣ

Β. Θεωρία

1. Μη Ντετερμινιστικό Αυτόματο Στοίβας

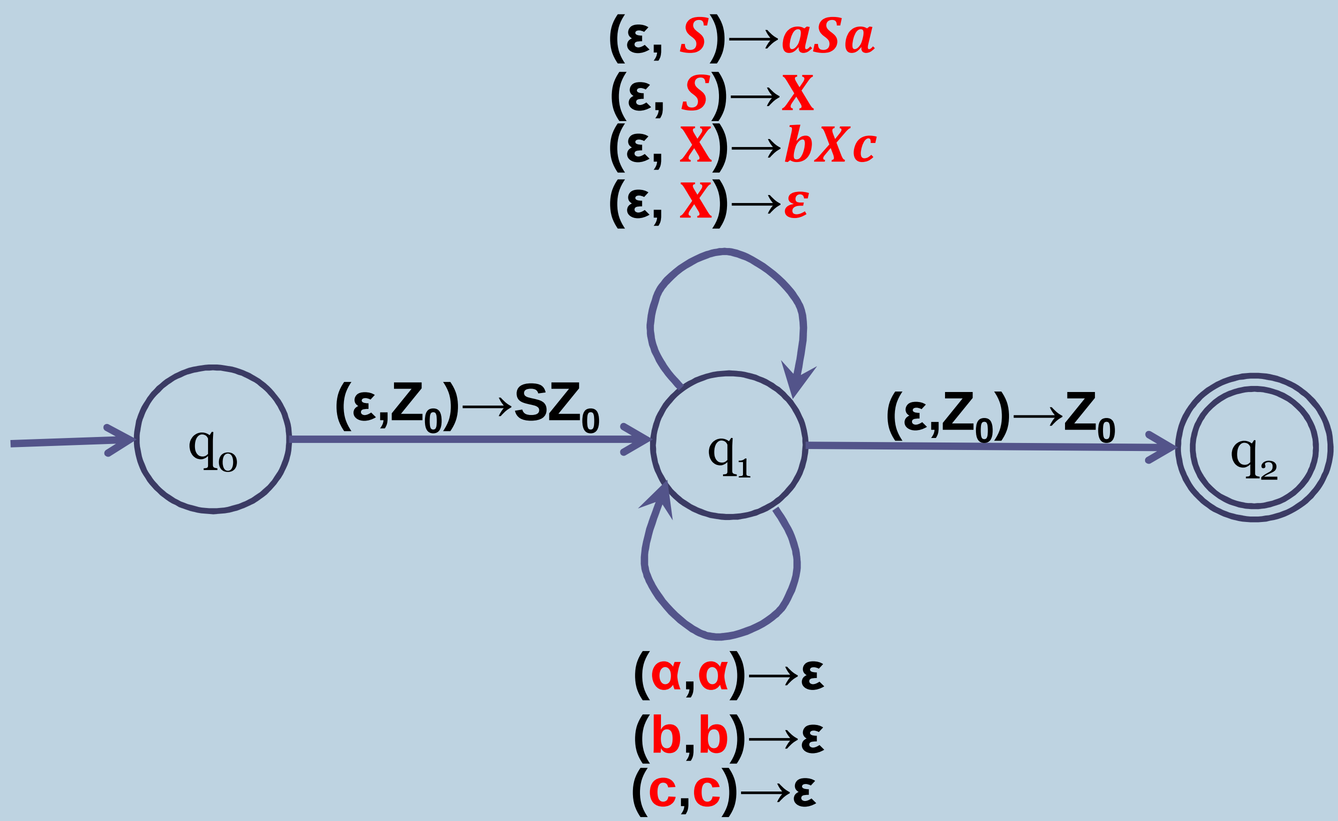
4. Παράδειγμα Κατασκευής Μη Ντετερμινιστικού Αυτομάτου Στοίβας

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 2: Να κατασκευαστεί Μη Ντετερμινιστικό Αυτόματο Στοίβας που να αναγνωρίζει τις συμβολοσειρές της γλώσσας: $L = \{\alpha^n b^m c^m a^n | \text{ n, m} \geq 0\}$

ΠΡΟΧΕΙΡΟ:

Αναλυτικά, μια γραμματική χωρίς συμφραζόμενα που παράγει τις συμβολοσειρές της γλώσσας είναι:

- $S \rightarrow aSa$
- $S \rightarrow X$
- $X \rightarrow bXc$
- $X \rightarrow \varepsilon$



Β. Θεωρία

1. Ντετερμινιστικό Αυτόματο Στοίβας

4. Παράδειγμα Κατασκευής Αυτομάτου Στοίβας

ΚΑΘΑΡΟ:

Το αυτόματο που κατασκευάζουμε προσομοιώνει τη λειτουργία της γραμματικής χωρίς συμφραζόμενα: $S \rightarrow \alpha S\alpha \mid X, \ X \rightarrow bXc \mid \varepsilon$. Ο πίνακας μετάβασης είναι

Αριθμός	Κατ/ση	Σύμβολο Εισόδου	Σύμβολο Σωρού	Κίνηση	Επεξήγηση
1	q_0	ε	Z_0	(q_1, SZ_0)	Αρχικοποίηση
2.1	q_1	ε	S	$(q_1, \alpha S\alpha)$	Κανόνας $S \rightarrow \alpha S\alpha$
2.2	q_1	ε	S	(q_1, X)	Κανόνας $S \rightarrow X$
2.3	q_1	ε	X	(q_1, bXc)	Κανόνας $X \rightarrow bXc$
2.4	q_1	ε	X	(q_1, ε)	Κανόνας $X \rightarrow \varepsilon$
3.1	q_1	α	α	(q_1, ε)	Ταίριασμα α
3.2	q_1	b	b	(q_1, ε)	Ταίριασμα b
3.3	q_1	c	c	(q_1, ε)	Ταίριασμα c
4	q_1	ε	Z_0	(q_2, Z_0)	Αποδοχή
Οι υπόλοιποι συνδυασμοί					ΤΙΠΟΤΑ

Τελική κατάσταση είναι η q_2

Β. Θεωρία

3. Μαθηματικός Ορισμός Μη Ντετ/κού Αυτομάτου Στοίβας

1. Τυπικός (μαθηματικός) Ορισμός Μη Ντετερμινιστικού Αυτομάτου Στοίβας

Ορισμός:
Ένα Μη Ντετερμινιστικό Αυτόματο Στοίβας είναι μία 7-άδα

$$M=(Q, \Sigma, \Gamma, q_0, Z_0, \delta, F)$$

Όπου:
- Q είναι το σύνολο των καταστάσεων
- Σ είναι το αλφάβητο των συμβόλων εισόδου
- Γ είναι το αλφάβητο των συμβόλων στοίβας
- $q_0 \in Q$ είναι η αρχική κατάσταση
- $Z_0 \in \Gamma$ είναι το αρχικό σύμβολο του σωρού
- $\delta : Q \times (\Sigma \cup \{\varepsilon\}) \times \Gamma \rightarrow Q \times \Gamma^*$ είναι η συνάρτηση μετάβασης (π.χ. $\delta(q_1,\sigma,\sigma')=(q_2,w)$ που σημαίνει ότι είμαστε στην q_1 διαβάζουμε σ από την είσοδο και η στοίβα έχει πάνω-πάνω το σ', το αφαιρούμε πάμε στην q_2 και βάζουμε στην στοίβα την w).
- $F \subseteq Q$ είναι το σύνολο των τελικών καταστάσεων

Β. Θεωρία

3. Μαθηματικός Ορισμός Μη Ντετ/κου Αυτομάτου Στοίβας

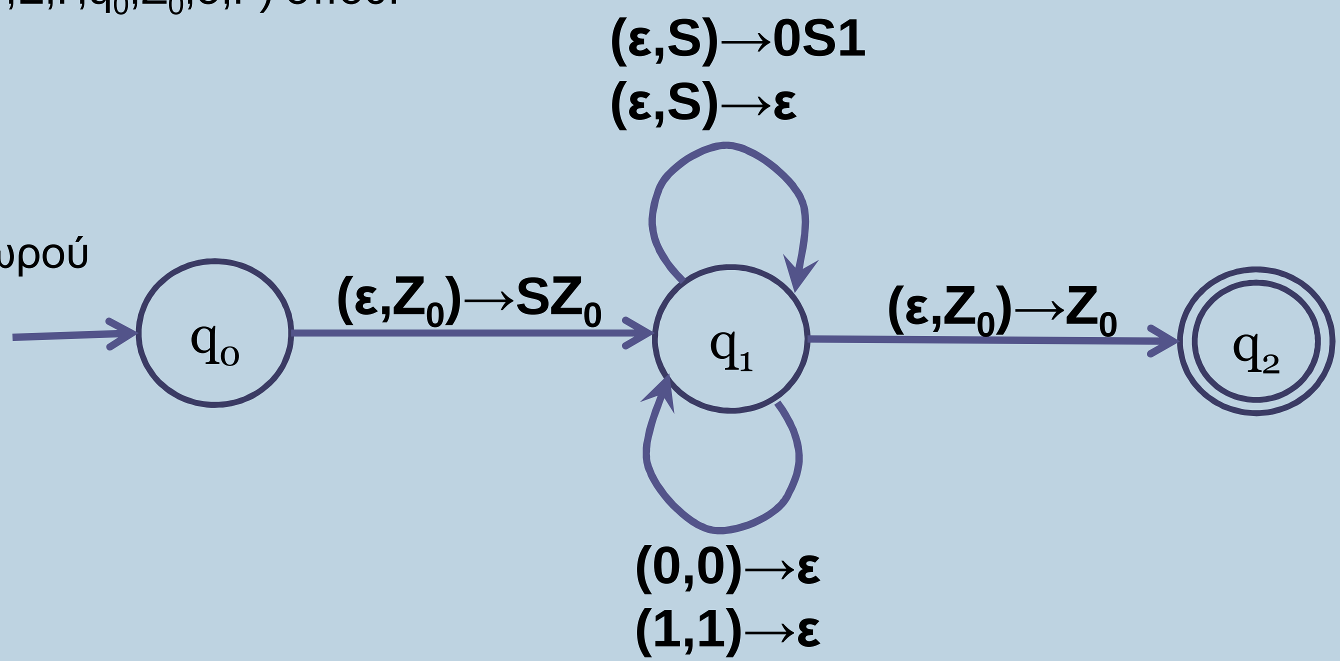
2. Παράδειγμα

Παράδειγμα για την γλώσσα $L = \{0^n 1^n \mid n \geq 0\}$

Το Ντετερμινιστικό Πεπερασμένο Αυτόματο που κατασκευάσαμε:

Τυπικά ορίζεται ως η 7άδα: $M=(Q,\Sigma,\Gamma,q_0,Z_0,\delta,F)$ όπου:

- $Q=\{q_0,q_1,q_2\}$
- $\Sigma=\{0,1\}$
- $\Gamma=\{Z_0,0,1,S\}$
- q_0 είναι η αρχική κατάσταση
- Z_0 είναι το αρχικό σύμβολο σωρού
- Η συνάρτηση μετάβασης:
    1. $\delta(q_0,\varepsilon,Z_0)=(q_1,SZ_0)$
    2. $\delta(q_1,\varepsilon,S)=(q_1,0S1)$
    3. $\delta(q_1,\varepsilon,S)=(q_1,\varepsilon)$
    4. $\delta(q_1,0,0)=(q_1,\varepsilon)$
    5. $\delta(q_1,1,1)=(q_1,\varepsilon)$
    6. $\delta(q_1,\varepsilon, Z_0)=(q_2, Z_0)$
- $F=\{q_2\}$



Γ. Ασκήσεις
Εφαρμογή 1

Δώστε Μη Ντετερμινιστικό Αυτόματο Στοίβας για τη γλώσσα: $L = \{a^{3n}b^{4n} | n \geq 0\}$

Γ. Ασκήσεις
Εφαρμογή 2

Δώστε ένα μη ντετερμινιστικό αυτόματο στοίβας Μ που να αναγνωρίζει τη γλώσσα

$$L_2 = \{a^m bba^{m+1} \mid m \in \mathbb{N}, m \geq 1\}.$$

Γ. Ασκήσεις
Εφαρμογή 3

A) Να δώσετε γραμματική ανεξάρτητη συμφραζομένων για τη γλώσσα
$L = \{ xcy : x,y \in \{a, b\}^*, |x| = |y| \}$.
B) Να σχεδιάσετε μη ντετερμινιστικό αυτόματο στοίβας, σύμφωνα με το Θεώρημα 8.2, που να αναγνωρίζει τη γλώσσα L. Να δώσετε τη λειτουργία του αυτομάτου με είσοδο τη συμβολοσειρά abbcaba.

Γ. Ασκήσεις
Εφαρμογή 3

Γ) Να δώσετε τη λειτουργία του αυτομάτου με είσοδο τη συμβολοσειρά aca.

Δ) Να δώσετε τη λειτουργία του αυτομάτου με είσοδο τη συμβολοσειρά abbcaba.