

ΠΛΗ20 – ΤΕΣΤ11

ΣΩΣΤΑ / ΛΑΘΟΣ

(1) Συμβολίζουμε με α_6 το πλήθος των συμβολοσειρών μήκους 6 που παράγονται με γράμματα από το σύνολο $\{A,B,C,D,E\}$ και περιέχουν τουλάχιστον 3 A, περιττό πλήθος B και άρτιο πλήθος από D.

1. Το α_6 είναι ο συντελεστής του x^6 στην παράσταση:

$$(x^3 + x^4 + x^5 + x^6)(1 + x^2 + \dots + x^6)(x + x^3 + x^5)(1 + x + x^2 + \dots + x^6)^2$$

2. Το α_6 είναι ο συντελεστής του $\frac{x^6}{6!}$ στην παράσταση:

$$\left(\frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \frac{x^5}{5!} + \frac{x^6}{6!}\right)\left(1 + \frac{x^2}{2!} + \dots + \frac{x^6}{6!}\right)\left(x + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!}\right)\left(1 + x + \frac{x^2}{2!} + \dots + \frac{x^6}{6!}\right)^2$$

3. Το α_6 είναι ο συντελεστής του $\frac{x^6}{6!}$ στην παράσταση:

$$\left(\frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \frac{x^5}{5!}\right)\left(1 + \frac{x^2}{2!}\right)\left(x + \frac{x^3}{3!}\right)\left(1 + x + \frac{x^2}{2!}\right)^2$$

4. Το α_6 είναι ο συντελεστής του $\frac{x^6}{6!}$ στην παράσταση:

$$\left(\frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \dots\right)\left(1 + \frac{x^2}{2!} + \dots\right)\left(x + \frac{x^3}{3!} + \dots\right)\left(1 + x + \frac{x^2}{2!} + \dots\right)^2$$

(2) Ο συντελεστής του x^n στην $(1 + x)^{n+m-1}$ είναι ίσος με:

- τους τρόπους για να διανείμουμε n μη διακεκριμένους βόλους σε m διακεκριμένες υποδοχές.
- Τις δυαδικές συμβολοσειρές μήκους $n+m-1$ που περιέχουν ακριβώς m άσσους.
- Το πλήθος των τρόπων να επιλέξουμε χωρίς επανάληψη n αντικείμενα από $n+m-1$ διακεκριμένα αντικείμενα.
- Το συντελεστή του x^n στην $(1 + x + x^2 + \dots)^{n+m-1}$

(3) Έστω f τύπος της ΠΛ που δεν είναι ούτε ταυτολογία ούτε αντίφαση και p προτασιακή μεταβλητή.

- Ο τύπος $p \vee \neg p \rightarrow f$ είναι ταυτολογία.
- Ο τύπος $p \wedge \neg p \rightarrow f$ είναι ταυτολογία.
- Ο τύπος $(p \wedge \neg p) \vee f$ είναι ταυτολογία.
- Ο τύπος $(p \vee \neg p) \wedge f$ είναι ταυτολογία.

(4) Δίδεται το σύνολο τύπων $T = \{\neg p \rightarrow q, p \wedge r, \neg r \rightarrow q\}$. Ποες από τις παρακάτω ταυτολογικές συνεπαγωγές ισχύουν;

1. $T \models q \rightarrow r$

2. $T \models r \leftrightarrow \neg q$

3. $T \models q \rightarrow (p \rightarrow r)$

4. $T \models p \rightarrow (r \rightarrow q)$

Άσκηση 1

Ερώτημα 1.1

Μία τράπουλα έχει 52 διαφορετικά χαρτιά:

(οι στήλες ονομάζονται αριθμοί και οι γραμμές χρώματα)

Στο ποκερ επιλέγουμε 5 χαρτιά από τα 52.



- (1) Πόσοι οι τρόποι να γίνει η επιλογή;
- (2) Πόσοι οι τρόποι να κάνουμε καρέ του 8 (δηλαδή να επιλεγούν τα τέσσερα 8άρια και ένα ακόμη φύλλο)
- (3) Πόσοι οι τρόποι να κάνουμε καρέ (δηλαδή να επιλεγούν 4 ίδιοι αριθμοί και 1 ακόμη φύλλο)
- (4) Πόσοι οι τρόποι να κάνουμε φουλ του άσσου (δηλαδή να επιλεγούν 3 άσσοι και 2 ακόμη όμοιοι αριθμοί)
- (5) Πόσοι οι τρόποι να κάνουμε φουλ (δηλαδή να επιλεγούν 3 ίδιοι αριθμοί και 2 ίδιοι αριθμοί)
- (6) Πόσοι οι τρόποι να κάνουμε ζεύγη (δηλαδή να επιλεγούν 2 ίδιοι αριθμοί και 2 ίδιοι αριθμοί)

Ερώτημα 1.2

1. Μια παρέα 10 διακεκριμένων ατόμων πρόκειται να ταξιδέψει με πλοίο και θα χρησιμοποιήσει 4 καμπίνες με χωρητικότητα 4,3,2 και 1 ατόμων αντίστοιχα. Υπολογίστε τους τρόπους με τους οποίους μπορούν να τοποθετηθούν τα 10 άτομα στις 4 καμπίνες.
2. Η ίδια παρέα πρόκειται να χωριστεί σε 5 ομάδες των δύο ατόμων, προκειμένου να συμμετάσχουν σε ένα ομαδικό παιχνίδι. Να υπολογιστεί με πόσους τρόπους μπορεί να γίνει ο χωρισμός.

Άσκηση 2

Χρησιμοποιώντας μόνο τα αξιωματικά σχήματα ΑΣ1-3, τις υποθέσεις και τον αποδεικτικό κανόνα Modus Ponens, να δείξετε ότι:

$$\{ \neg\phi \rightarrow \chi, \neg\phi \rightarrow (\chi \rightarrow \neg\psi) \} \vdash (\neg\phi \rightarrow \psi) \rightarrow \phi$$

(Σε αυτό το ερώτημα δεν επιτρέπεται η χρήση των θεωρημάτων Απαγωγής, Αντιθετοαναστροφής και Απαγωγής σε Άτοπο)