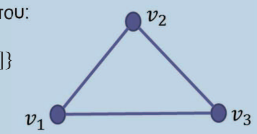
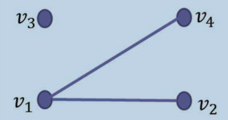
ΚΑΤΕΥΘΥΝΟΜΕΝΟ – ΜΗ ΚΑΤΕΥΘΥΝΟΜΕΝΟ ΓΡΑΦΗΜΑ

Ορισμός: Ένα **<u>Μη Κατευθυνόμενο Γράφημα *G*</u>** είναι μία διατεταγμένη δυάδα <u>$(\mathbf{V},\mathbf{E})$</u> όπου:
- V είναι το σύνολο των <u>κορυφών</u> (ή κόμβων): $\mathrm{V}=\{\mathrm{v}_1,\mathrm{v}_2,\dots,\mathrm{v}_\mathrm{n}\}$
- E είναι το σύνολο των <u>ακμών</u> (ή πλευρών ή τόξων): $\mathrm{E}=\{\mathrm{e}_1,\mathrm{e}_2,\dots,\mathrm{e}_\mathrm{m}\}$
  - Κάθε ακμή συνδέει δύο κορυφές, δηλαδή $\mathrm{e_k}=[\mathrm{v_i},\mathrm{v_j}]$ ή $\mathrm{e_k}=\{\mathrm{v_i},\mathrm{v_j}\}$ με $\mathrm{v_i},\mathrm{v_j}\in\mathrm{V}$ για κάθε $\mathrm{k}=1,\dots,\mathrm{m}$
  - Η ακμή θεωρείται μη διατεταγμένη (δηλαδή η ακμή $[\mathrm{v_i},\mathrm{v_j}]$ είναι ίδια με την ακμή $[\mathrm{v_j},\mathrm{v_i}]$), δεν υπάρχει κατεύθυνση).

<u>Παράδειγμα</u>: $G=(V,E)$ όπου:
$V=\{v_1,v_2,v_3\}$
$\mathrm{E}=\{[v_1,v_2],[v_1,v_3],[v_3,v_2]\}$

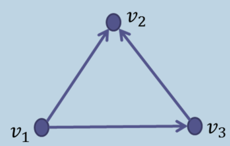


<u>Παράδειγμα</u>: $G=(V,E)$ όπου:
$V=\{v_1,v_2,v_3,v_4\}$
$\mathrm{E}=\{[v_1,v_2],[v_1,v_4]\}$

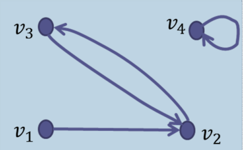


<u>**Ορισμός:**</u> Ένα **<u>Κατευθυνόμενο Γράφημα *G*</u>** είναι μία διατεταγμένη δυάδα <u>(V,E)</u> όπου:
- V είναι το σύνολο των <u>κορυφών</u> (ή κόμβων): $\mathrm{V}=\{\mathrm{v}_1,\mathrm{v}_2,\dots,\mathrm{v}_\mathrm{n}\}$
- E είναι το σύνολο των <u>ακμών</u> (ή πλευρών ή τόξων): $\mathrm{E}=\{\mathrm{e}_1,\mathrm{e}_2,\dots,\mathrm{e}_\mathrm{m}\}$
  - Κάθε ακμή συνδέει δύο κορυφές, δηλαδή $\mathrm{e_k}=(\mathrm{v_i},\mathrm{v_j})$ ή $\mathrm{e_k}=<\mathrm{v_i},\mathrm{v_j}>$ με $\mathrm{v_i},\mathrm{v_j}\in\mathrm{V}$ για κάθε $\mathrm{k}=1,\dots,\mathrm{m}$
  - Η ακμή θεωρείται διατεταγμένη (δηλαδή η ακμή $(\mathrm{v_i},\mathrm{v_j})$ είναι διαφορετική από την ακμή $(\mathrm{v_j},\mathrm{v_i})$, υπάρχει κατεύθυνση). Η κορυφή $\mathrm{v_i}$ καλείται αρχή τη ακμής και η κορυφή $\mathrm{v_j}$ λέγεται πέρας της ακμής.

<u>Παράδειγμα:</u> $G=(V,E)$ όπου:
$V=\{v_1,v_2,v_3\}$
$\mathrm{E}=\{(v_1,v_2),(v_1,v_3),(v_3,v_2)\}$



<u>Παράδειγμα:</u> $G=(V,E)$ όπου:
$V=\{v_1,v_2,v_3,v_4\}$
$\mathrm{E}=\{(v_1,v_2),(v_2,v_3),(v_3,v_2),(v_4,v_4)\}$



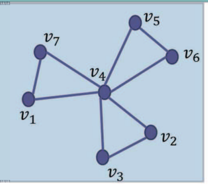
ΜΟΝΟΠΑΤΙΑ - ΚΥΚΛΟΙ

Ορισμός:
<u>Μονοπάτι P</u> μήκους n από μία κορυφή v_0 σε μία κορυφή v_n είναι
- μια ακολουθία n ακμών (ακολουθώντας τις τυχόν κατευθύνσεις τους)
- (άρα n+1 κορυφών)

που ξεκινά από την κορυφή v_0 και καταλήγει στην v_n
<u>Απλό μονοπάτι</u> είναι ένα μονοπάτι χωρίς επαναλαμβανόμενες κορυφές (λέγεται και μονοκονδυλιά)

<u>Παράδειγμα</u>:
Μονοπάτι (που δεν είναι απλό):
$v_1-v_4-v_5-v_6-v_4-v_3$

Μονοπάτι (που είναι απλό):
$v_1-v_7-v_4-v_5-v_6$

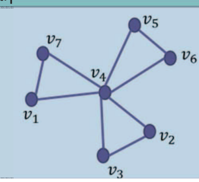


Ορισμός:
<u>Κύκλος</u> είναι ένα μονοπάτι χωρίς επαναλαμβανόμενες ακμές που αρχίζει και τελειώνει στην ίδια κορυφή
- Επιτρέπεται να περάσουμε από την ίδια κορυφή.
- Δεν επιτρέπεται να περάσουμε από την ίδια ακμή.

<u>Απλός Κύκλος</u> είναι ένας κύκλος χωρίς επαναλαμβανόμενες κορυφές
- Δεν επιτρέπεται να περάσουμε από την ίδια κορυφή
- Δεν επιτρέπεται να περάσουμε από την ίδια ακμή

<u>Παράδειγμα</u>:
Κύκλος (που δεν είναι απλός):
$v_1-v_7-v_4-v_5-v_6-v_4-v_1$

Κύκλος (που είναι απλός):
$v_1-v_7-v_4-v_1$



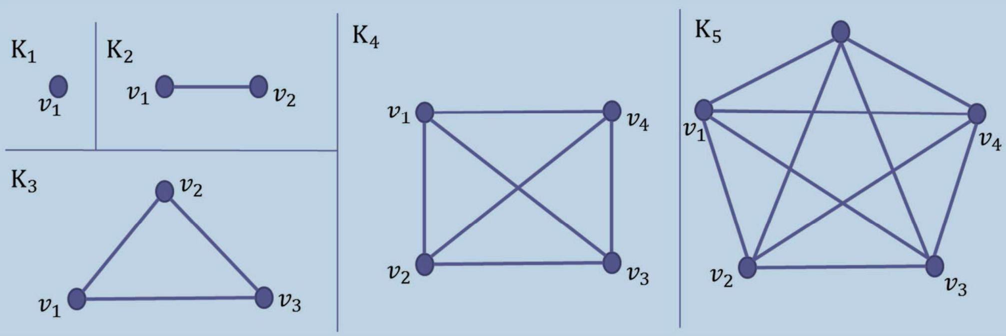
ΠΛΗΡΕΣ ΓΡΑΦΗΜΑ (ή ΚΛΙΚΑ)

<u>**Ορισμός:**</u> **Πλήρες γράφημα** ή **κλίκα** n κορυφών (συμβολισμός $\mathbf{K_n}$)
- Είναι <u>απλό</u> γράφημα G=(V,E) με n κορυφές που περιέχει όλες τις δυνατές ακμές.

<u>Τυπικά:</u>
- Για κάθε $v_i,v_j\in V$ με $i\neq j$ η ακμή $[v_i,v_j]\in\mathrm{E}$

Σημαντικό:
- Η κλίκα n κορυφών έχει $n(n-1)/2$ ακμές. (Είναι οι συνδυασμοί των n κορυφών ανά 2)

Οι 5 πρώτες κλίκες είναι οι εξής:



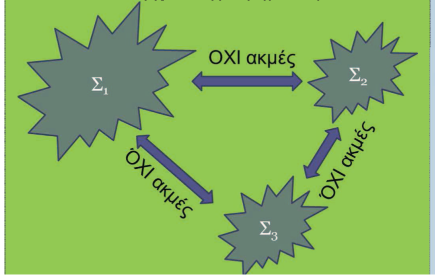
ΣΥΝΔΕΟΜΕΝΟ ΓΡΑΦΗΜΑ

<u>**Ορισμός:**</u> <u>**Συνδεόμενο**</u> (ή συνδεδεμένο ή συνεκτικό) θα καλείται ένα Μ.Κ.Γ. που
- Οποιεσδήποτε δύο διαφορετικές κορυφές συνδέονται με τουλάχιστον ένα μονοπάτι.

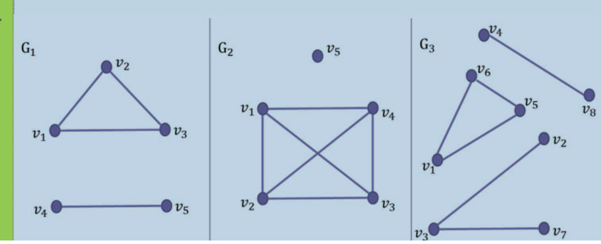
Τυπικά:
- Για κάθε $\mathrm{v_i},\mathrm{v_j}\in\mathrm{V}$ με $\mathrm{i}\neq\mathrm{j}$ υπάρχει μονοπάτι από την $\mathrm{v_i}$ στην $\mathrm{v_j}$

Ορισμός: Αν ένα γράφημα είναι μη συνδεόμενο:
- Κάθε μεγιστοτικό (ως προς τις κορυφές) συνδεόμενο υπογράφημά του λέγεται **συνεκτική συνιστώσα** ή **ασύνδετο τμήμα**

Πρακτικά, συνεκτική συνιστώσα είναι ένα «κομμάτι» του γραφήματος που μπορούμε να μεταβούμε (μέσω μονοπατιού) από κάθε κορυφή σε κάθε άλλη.
Γενικά ένα γράφημα θα είναι:
- Είτε συνδεόμενο, οπότε θα αποτελείται από 1 συνεκτική συνιστώσα.
- Είτε μη συνδεόμενο (οπότε θα αποτελείται από τουλάχιστον 2 συνεκτικές συνιστώσες)
  - Αν σε μια εκφώνηση συναντήσουμε μη συνδεόμενο γράφημα στο θα πρέπει να οραματιζόμαστε τουλάχιστον 2 συνεκτικές συνιστώσες που η κάθε μία είναι ένα συνδεόμενο υπογράφημα του αρχικού γραφήματος:



<u>Παραδείγματα</u> μη συνδεόμενων γραφημάτων:



Έστω συνδεόμενο γράφημα:

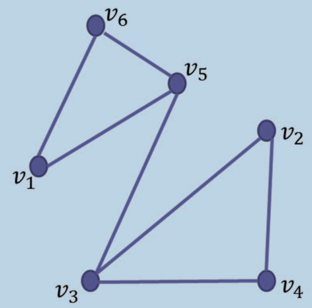
<u>Ορισμός:</u> Κάθε κορυφή, που αν αφαιρεθεί (μαζί με τις ακμές της) κάνει το γράφημα μη συνδεόμενο λέγεται <u>σημείο κοπής</u> ή <u>σημείο άρθρωσης</u>

<u>Ορισμός:</u> Κάθε ακμή, που αν αφαιρεθεί κάνει το γράφημα μη συνδεόμενο λέγεται <u>γέφυρα</u> ή <u>ακμή τομής</u>

<u>Παράδειγμα:</u>

Σημεία Κοπής:
v_3, v_5

Γέφυρα:
$[v_3 - v_5]$



Ορισμός: Έστω ένα απλό γράφημα $\mathrm{G} = (\mathrm{V}, \mathrm{E})$. <u>Συμπλήρωμα</u> του G, καλείται το γράφημα $\overline{\mathrm{G}} = (\overline{\mathrm{V}}, \overline{\mathrm{E}})$. που

- Έχει τις ίδιες κορυφές με το G
- Έχει ως ακμές αυτές που δεν περιέχονται στο G.

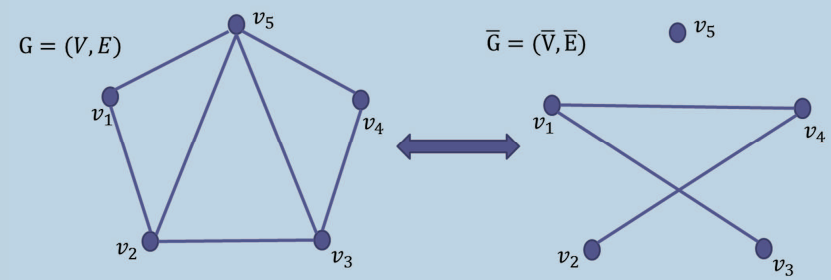
Τυπικά:

- Ισχύει $\overline{\mathrm{V}} = \mathrm{V}$ και $\mathrm{e} \in \overline{\mathrm{E}}$ αν και μόνο αν $\mathrm{e} \notin \mathrm{E}$

Σημαντικό:

- $|\mathrm{E}| + |\overline{\mathrm{E}}| = n(n-1)/2$

Παράδειγμα:



Ορισμός: Έστω ένα γράφημα $\mathrm{G} = (\mathrm{V}, \mathrm{E})$. **<u>Υπογράφημα</u>** του G, καλείται το γράφημα $\mathrm{G}' = (\mathrm{V}', \mathrm{E}')$. που

- Περιέχει κάποιες κορυφές του G (1…όλες)
- Περιέχει κάποιες ακμές του G που συνδέουν αυτές τις κορυφές

Τυπικά:

- Ισχύει $\mathrm{V}' \subseteq \mathrm{V}$ και $\mathrm{E}' \subseteq \mathrm{E}$ και για κάθε $[\mathrm{v_i}, \mathrm{v_j}] \in \mathrm{E}'$ ισχύει ότι $\mathrm{v_i}, \mathrm{v_j} \in \mathrm{V}'$

ΠΡΟΣΟΧΗ: Απαγορεύεται στο υπογράφημα να έχουμε ακμή που δεν ανήκει στο αρχικό γράφημα

Ορισμός: Έστω ένα γράφημα $\mathrm{G} = (\mathrm{V}, \mathrm{E})$. **<u>Επαγόμενο Υπογράφημα</u>** του G, καλείται το γράφημα $\mathrm{G}' = (V', E')$:

- Περιέχει κάποιες κορυφές του G (1…όλες)
- Περιέχει ΟΛΕΣ τις ακμές του G που συνδέουν αυτές τις κορυφές

Τυπικά:

- Ισχύει $\mathrm{V}' \subseteq V$ και $\mathrm{E}' \subseteq E$ και για κάθε $[v_i, v_j] \in \mathrm{E}$ με $v_i, v_j \in \mathrm{V}'$ ισχύει $[v_i, v_j] \in \mathrm{E}'$

ΠΡΟΣΟΧΗ: Απαγορεύεται στο επαγόμενο υπογράφημα να μην έχουμε όλες τις ακμές των κορυφών που έχουμε επιλέξει

Παράδειγμα: