ΝΟΜΟΙ ΚΑΤΗΓΟΡΗΜΑΤΙΚΗΣ ΛΟΓΙΚΗΣ

Οι νόμοι ΚΛ είναι:

	Όνομα Νόμου	Διατύπωση
1	Άρνηση Ποσοδείκτη	$\neg\forall x\varphi \leftrightarrow \exists x\neg\varphi$ $\neg\exists x\varphi \leftrightarrow \forall x\neg\varphi$
2	Κατανομή Ποσοδείκτη	$\forall x(\varphi \wedge \psi) \leftrightarrow \forall x\varphi \wedge \forall x\psi$ $\exists x(\varphi \vee \psi) \leftrightarrow \exists x\varphi \vee \exists x\psi$
3	Εναλλαγή Ποσοδεικτών	$\forall x\forall y\varphi \leftrightarrow \forall y\forall x\varphi$ $\exists x\exists y\varphi \leftrightarrow \exists y\exists x\varphi$
4	Μετακίνηση Ποσοδείκτη	$(\varphi \rightarrow \forall x\psi) \leftrightarrow \forall x(\varphi \rightarrow \psi)$ $(\varphi \rightarrow \exists x\psi) \leftrightarrow \exists x(\varphi \rightarrow \psi)$ $(\forall x\varphi \rightarrow \psi) \leftrightarrow \exists x(\varphi \rightarrow \psi)$ $(\exists x\varphi \rightarrow \psi) \leftrightarrow \forall x(\varphi \rightarrow \psi)$

Ορισμός: Ένας τύπος φ θα λέμε ότι είναι σε **Κανονική Ποσοδεικτική Μορφή** αν έχει τη μορφή:

$$Q_1 y_1 Q_2 y_2 \dots Q_n y_n \Psi$$

Όπου τα:

- $Q_1, Q_2, \dots, Q_n$ είναι ποσοδείκτες, δηλαδή: ∃ ή ∀
- $y_1, y_2, \dots, y_n$ είναι μεταβλητές
- Το Ψ είναι ανοιχτός τύπος (δεν έχει ποσοδείκτες)

ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ Εύρεσης Κανονικής Ποσοδεικτικής Μορφής:
Στην αρχή του τύπου μόνο ποσοδείκτες που δεσμεύουν όλο τον τύπο. Κάνουμε αλφαβητικές παραλλαγές (αν έχουμε ποσοδείκτες με το ίδιο όνομα ή ελεύθερη μεταβλητή με ίδιο όνο-μα με μεταβλητή ποσοδείκτη) και εφαρμόζουμε νόμους κατηγορηματικής λογικής για να φέρουμε τους ποσοδείκτες μπροστά (μετακίνησης και άρνησης και νόμοι της προτασιακής που κανουν τα σύμβολα συνεπαγωγές).

ΘΕΩΡΗΜΑ: Κάθε τύπος είναι ταυτολογικά ισοδύναμος με έναν τύπο σε κανονική ποσοδεικτική μορφή!

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ: Να βρεθεί η κανονική ποσοδείκτη μορφή του τύπου $\forall x \mathrm{Q}(x) \vee \forall x R(x,x)$

$\forall x \mathrm{Q}(x) \vee \forall x R(x,x)$ (Αλφαβητική Παραλλαγή)
$\equiv \forall x \mathrm{Q}(x) \vee \forall y R(y,y)$ (Εφαρμόζω το νόμο διπλής άρνησης)
$\equiv \neg\neg\forall x \mathrm{Q}(x) \vee \forall y R(y,y)$ (Εφαρμόζω το 1ο νόμο αντικατάστασης)
$\equiv \neg\forall x \mathrm{Q}(x) \rightarrow \forall y R(y,y)$ (Εφαρμόζω το νόμο μετακίνησης ποσοδείκτη)
$\equiv \forall y[\neg\forall x \mathrm{Q}(x) \rightarrow R(y,y)]$ (Εφαρμόζω το νόμο άρνησης ποσοδείκτη)
$\equiv \forall y[\exists x\neg \mathrm{Q}(x) \rightarrow R(y,y)]$ (Εφαρμόζω το νόμο μετακίνησης ποσοδείκτη)
$\equiv \forall y\forall x[\neg \mathrm{Q}(x) \rightarrow R(y,y)]$