



Παράδειγμα: Να αποδείξετε με μαθηματική επαγωγή ότι ισχύει ο τύπος: $1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$

Ισχυρισμός: $1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$ για $n \geq 1$

Απόδειξη:

Βάση Επαγωγής: Δείχνουμε ότι ισχύει για $n = 1$,

δηλαδή ότι: $1 = \frac{1(1+1)}{2}$

Απόδειξη:

Πράγματι ισχύει ότι: $\frac{1(1+1)}{2} = \frac{2}{2} = 1$

Επαγωγική Υπόθεση: Υποθέτουμε ότι ισχύει για $n = k$, δηλαδή ότι: $1 + 2 + \dots + k = \frac{k(k+1)}{2}$

$1 + 2 + \dots + k = \frac{k(k+1)}{2}$

Επαγωγικό Βήμα: Δείχνουμε ότι ισχύει για $n = k + 1$,

δηλαδή ότι: $1 + 2 + \dots + (k + 1) = \frac{(k+1)(k+2)}{2}$

Απόδειξη:

Πράγματι ισχύει ότι:

$1 + 2 + \dots + (k + 1) = [1 + 2 + \dots + k] + (k + 1)$

και λόγω της επαγωγικής υπόθεσης έχουμε:

$= \frac{k(k+1)}{2} + (k + 1) = \frac{k(k+1)}{2} + \frac{2(k+1)}{2} = \frac{(k+2)(k+1)}{2}$

Πολύ σημαντική η καθαρογραφή του ισχυρισμού (να φαίνεται καθαρά το n και να μην σημειώνουμε το κάτω όριο του n σε αυτόν)

Στην **βάση επαγωγής** αποδεικνύουμε τον ισχυρισμό για τον μικρότερο φυσικό που μας λείπει η εκφώνηση (ή εντοπίζουμε εμείς ότι ισχύει)

Στην **επαγωγική υπόθεση** υποθέτουμε ότι η πρόταση ισχύει για $n=k$ (και αντικαθιστούμε στον ισχυρισμό όπου n το k)

Στην ισχυρή μαθηματική επαγωγή μπορούμε να κάνουμε υπόθεση για όλες τις τιμές από την αρχή έως το k

Στο **επαγωγικό βήμα** αποδεικνύουμε την πρόταση που προκύπτει αν θέσουμε στον ισχυρισμό όπου n το $k+1$. Προσοχή ότι πρέπει υποχρεωτικά να χρησιμοποιήσουμε την επαγωγική υπόθεση.