ΠΛΗ20 – ΤΕΣΤ18

ΣΩΣΤΑ / ΛΑΘΟΣ

(1) Ρίχνουμε δύο μη διακεκριμένα ζάρια.

1. Η πιθανότητα όλα τα αποτελέσματα να είναι άρτιοι αριθμοί είναι 1/2

2. Η πιθανότητα να έρθει τουλάχιστον ένας άσσος είναι 11/36

3. Η πιθανότητα να έρθει ασσόδυο είναι 1/36

4. Η πιθανότητα να μην έρθει άσσος είναι 25/36

(2) Ο συντελεστής του όρου x^n στην παράσταση $(1+x)^{n+m-1}$ είναι ίσος με:

1. Τους τρόπους να διανείμουμε n μη διακεκριμένους βόλους σε m διακεκριμένες υποδοχές

2. Τις δυαδικές συμβολοσειρές μήκους n+m-1 που περιέχουν ακριβώς m άσσους

3. Το πλήθος των τρόπων να επιλέξουμε χωρίς επανάληψη n αντικείμενα από n+m-1 διακεκριμένα αντικείμενα.

4. Το συντελεστή του όρου x^n στην παράσταση $(1+x+x^2+\cdots)^m$

(3) Δίδεται το σύνολο τύπων: $T=\{\neg\psi \to \neg\varphi, \neg\psi, \neg\varphi \vee \chi\}$

1. $T \vDash \varphi \wedge \chi$

2. $T \vDash \psi \to (\varphi \wedge \chi)$

3. $T \vDash \psi \vee \varphi \to \neg\chi$

4. $T \vDash \chi \to (\varphi \wedge \psi)$

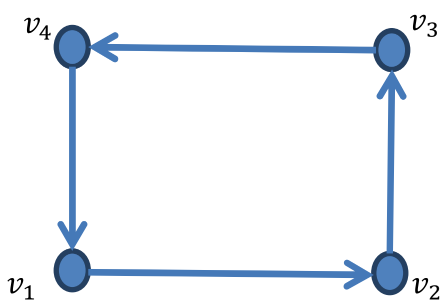
(4) Ερμηνεύουμε στους φυσικούς αριθμούς το κατηγόρημα P(x,y) σαν «x μικρότερο ή ίσο του y». Οι παρακάτω τύποι αληθεύουν στην ερμηνεία αυτή:

1. $\forall x \exists y P(x,y)$
2. $\forall x \exists y \neg P(x,y)$
3. $\neg \exists x \forall y P(x,y)$
4. $\neg \exists y \forall x P(x,y)$

(5) Θεωρούμε μια πρωτοβάθμια γλώσσα με ένα διμελές κατηγορηματικό σύμβολο *P*. Ερμηνεύουμε τη γλώσσα αυτή σε ένα κατευθυνόμενο γράφημα με σύνολο κορυφών $\{v_1,v_2\}$ και σύνολο ακμών $\{(v_1,v_1),(v_1,v_2)\}$ ώστε οι μεταβλητές να ερμηνεύονται ως κορυφές και το σύμβολο P με τη σχέση που αποτελείται από όλα τα ζευγάρια κορυφών (a,b) για τα οποία υπάρχει ακμή από την a στην b. Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις αληθεύουν σε αυτήν την ερμηνεία;

1. $\exists y \forall x P(x,y)$
2. $\forall x[P(x,x) \rightarrow \exists y(x \neq y \wedge P(x,y))]$
3. $\forall x \neg \forall y P(x,y)$
4. $\exists x \neg \forall y P(x,y)$

(6) Θεωρούμε μια πρωτοβάθμια γλώσσα με ένα διμελές κατηγορηματικό σύμβολο P. Ερμηνεύουμε τη γλώσσα αυτή στο κατευθυνόμενο γράφημα του σχήματος ώστε οι μεταβλητές να ερμηνεύονται ως κορυφές του γραφήματος και το σύμβολο P με τη σχέση που αποτελείται από όλα τα ζευγάρια κορυφών (a,b) για τα οποία υπάρχει ακμή από την a στη b. Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις αληθεύουν σε αυτή την ερμηνεία;



1. $\exists x \neg P(x,x)$
2. $\exists x \exists y[P(x,y) \wedge \forall z(P(x,z) \rightarrow z \approx y)]$
3. $\neg \forall x \forall y P(x,y)$
4. $\forall x \forall y \neg P(x,y)$

Β’ΜΕΡΟΣ: ΕΡΩΤΗΜΑΤΑ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ

Άσκηση 1: Συνδυαστική

1. Πόσα τα κατευθυνόμενα γραφήματα με σύνολο κορυφών $\{u_1, u_2, u_3\}$ (δεν επιτρέπεται η αλλαγή του ονόματος των κορυφών) στα οποία μπορεί να υπάρχουν ανακυκλώσεις και αντιπαράλληλες ακμές (π.χ. $(u, v), (v, u)$), αλλά δεν μπορεί να υπάρχουν περισσότερες από μία παράλληλες ακμές με την ίδια διεύθυνση (π.χ. $(u, v), (u, v)$)

2. Πόσα τα κατευθυνόμενα γραφήματα με σύνολο κορυφών $\{u_1, u_2, u_3\}$ (δεν επιτρέπεται η αλλαγή του ονόματος των κορυφών) στα οποία μπορεί να υπάρχουν ανακυκλώσεις και αντιπαράλληλες ακμές (π.χ. $(u, v), (v, u)$), αλλά δεν μπορεί να υπάρχουν περισσότερες από μία παράλληλες ακμές με την ίδια διεύθυνση (π.χ. $(u, v), (u, v)$) και περιέχουν ακριβώς 4 ακμές.

3. Πόσα τα κατευθυνόμενα γραφήματα με σύνολο κορυφών $\{u_1, u_2, u_3, \ldots, u_n\}$ (δεν επιτρέπεται η αλλαγή του ονόματος των κορυφών) στα οποία μπορεί να υπάρχουν ανακυκλώσεις και αντιπαράλληλες ακμές (π.χ. $(u, v), (v, u)$), αλλά δεν μπορεί να υπάρχουν περισσότερες από μία παράλληλες ακμές με την ίδια διεύθυνση (π.χ. $(u, v), (u, v)$)

4. Πόσα τα κατευθυνόμενα γραφήματα με σύνολο κορυφών $\{u_1, u_2, u_3, \ldots, u_n\}$ (δεν επιτρέπεται η αλλαγή του ονόματος των κορυφών) στα οποία μπορεί να υπάρχουν ανακυκλώσεις και αντιπαράλληλες ακμές (π.χ. $(u, v), (v, u)$), αλλά δεν μπορεί να υπάρχουν περισσότερες από μία παράλληλες ακμές με την ίδια διεύθυνση (π.χ. $(u, v), (u, v)$) και περιέχουν ακριβώς m ακμές.

Άσκηση 2 : ΛΟΓΙΚΗ

Άσκηση 2.1: Προτασιακή Λογική

(Ερώτημα 1)
Αποδείξτε ότι $\{\neg\psi \rightarrow \neg\chi\} \vdash (\varphi \rightarrow \neg\psi) \rightarrow (\varphi \rightarrow \neg\chi)$ όταν επιτρέπονται τα θεωρήματα του προτασιακού λογισμού αλλά όχι τα θεωρήματα εγκυρότητας – πληρότητας.

Άσκηση 2.2: Κατηγορηματική Λογική

(Ερώτημα 1) Να αποδείξετε ότι οι παρακάτω τύποι δεν είναι λογικά έγκυροι:

1. $\forall x P(x,x)$
2. $\forall x \exists y P(x,y)$
3. $\forall x P(x,x) \rightarrow \exists x \forall y P(x,y)$
4. $\exists x \exists y [x \neq y \wedge P(x,y) \wedge P(y,x)] \wedge \forall x P(x,x) \rightarrow \exists x \forall y P(y,x)$