ΠΛΗ30 – ΤΕΣΤ8

Ασκηση 1

(Α) Ιεραρχήστε τις παρακάτω συναρτήσεις σε αύξουσα σειρά ασυμπτωτικής πολυπλοκότητας:

$$f_1(n) = 10^n + 5n^2$$

$$f_2(n) = n^{1/3} + n^{3/10}$$

$$f_3(n) = n^n + \log n^n$$

$$f_4(n) = \log\log n^n + \log(\log n)^n$$

$$f_5(n) = 2^{\sqrt{\log^3 n}}$$

(Β) Να λύσετε τις αναδρομές:

(1) $T(n)=T\left(\frac{3n}{11}\right)+T\left(\frac{2n}{5}\right)+n^2$

(2) $T(n)=7T\left(\frac{n}{2}\right)+n^2$

(3) $T(n)=7T\left(\frac{n}{2}\right)+n^3$

(4) $T(n)=T(n-1)+3n+4$

Στη συνέχεια, να διαταχθούν οι λύσεις τους κατά αύξουσα τάξη μεγέθους.

Θεώρημα Κυριαρχίας: Έστω η αναδρομική εξίσωση T(n) = aT(n/b) + f(n), όπου a≥1, b>1 είναι σταθερές, και f(n) είναι μια ασυμπτωτικά θετική συνάρτηση. Τότε διακρίνονται οι ακόλουθες τρεις περιπτώσεις:

(1) αν $f(n)=O(n^{\log_b a-\varepsilon})$, για κάποια σταθερά ε>0, τότε T(n) = $\Theta(n^{\log_b a})$

(2) αν $f(n)=\Theta(n^{\log_b a})$, τότε T(n) = $\Theta(n^{\log_b a}\log n)$

(3) αν $f(n)=\Omega(n^{\log_b a+\varepsilon})$, για κάποια σταθερά ε>0, και αν υπάρχει σταθερά n_0, τέτοια ώστε, για κάθε $n\ge n_0$, $af\left(\frac{n}{b}\right)\le cf(n)$ για κάποια σταθερά c<1, τότε T(n) = $\Theta(f(n))$.

Ασκηση 2

Ξεκινώντας από έναν αριθμό n, μπορούμε να καταλήξουμε στον αριθμό 1 εκτελώντας μία ακολουθία από τις παρακάτω πράξεις: αφαίρεση του 1, διαίρεση με το 2, διαίρεση με το 3, διαίρεση με το 5, διαίρεση με το 7. Μία διαίρεση μπορεί να γίνει μόνο αν είναι τέλεια.

A) Σχεδιάστε & αναλύστε αλγόριθμο *Δυναμικού Προγραμματισμού* ο οποίος με είσοδο έναν αριθμό n θα υπολογίζει το μήκος της ελάχιστης ακολουθίας επιτρεπτών πράξεων που απαιτούνται για να μετατραπεί σε 1 με τη διαδικασία που περιγράφεται παραπάνω.

B) Τρέξτε τον αλγόριθμο για n= 8.