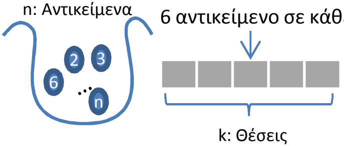
ΤΟ ΜΟΝΤΕΛΟ ΤΩΝ ΣΥΝΔΥΑΣΜΩΝ



ΒΑΣΙΚΕΣ ΙΔΕΕΣ:

- «επιλέγω αντικείμενα»
- «Η σειρά τοποθέτησης των αντικειμένων στις θέσεις **δεν έχει** σημασία»
- «Μη Διακεκριμένες Θέσεις»

ΣΥΝΔΥΑΣΜΟΙ ΧΩΡΙΣ ΕΠΑΝΑΛΗΨΗ

6) Η <u>σειρά</u> των αντικειμένων <u>δεν έχει σημασία</u>
2) Έχουμε <u>n διαφορετικά</u> αντικείμενα (<u>ΌΛΑ</u> διαφορετικά μεταξύ τους).
3) <u>Επιλέγουμε k</u> από αυτά, χωρίς να επαναλαμβάνεται κάποιο στοιχείο (Δηλαδή στην λύση κάθε αντικείμενο μπορεί να επαναληφθεί το πολύ μία φορά)

$$\binom{\boldsymbol{n}}{\boldsymbol{k}} = \frac{\boldsymbol{n}!}{\boldsymbol{k}!\,(\boldsymbol{n}-\boldsymbol{k})!}$$

Γνωστά Προβλήματα:

<u>ΛΟΤΤΟ:</u> Σ.Χ.Ε C(49,6)
<u>ΧΑΡΤΙΑ:</u> Σ.Χ.Ε C(52,5)
<u>ΥΠΟΣΥΝΟΛΑ:</u> με k στοιχεία ενός συνόλου με n στοιχεία: C(n,k). Ισχύει επίσης για τα υποσύνολα:

$$\binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \cdots + \binom{n}{n-1} + \binom{n}{n} = 2^n$$

ΣΥΝΔΥΑΣΜΟΙ ΜΕ ΕΠΑΝΑΛΗΨΗ

6) Η <u>σειρά</u> των αντικειμένων <u>δεν έχει σημασία</u>
2) Έχουμε <u>n διαφορετικά</u> αντικείμενα (<u>ΌΛΑ</u> διαφορετικά μεταξύ τους).
<u>3) Συμπληρώνουμε k</u> θέσεις ώστε σε κάθε θέση να μπορεί να επαναληφθεί το ίδιο στοιχείο (στην λύση κάθε αντικείμενο μπορεί να εμφανίζεται οσεσδήποτε φορές – από καμία έως όλες τις θέσεις)

$$\binom{\boldsymbol{n}+\boldsymbol{k}-\boldsymbol{1}}{\boldsymbol{k}} = \frac{(\boldsymbol{n}+\boldsymbol{k}-\boldsymbol{1})!}{\boldsymbol{k}!\,(\boldsymbol{n}-\boldsymbol{1})!}$$

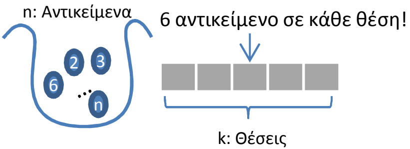
Γνωστά Προβλήματα:

<u>ΖΑΡΙΑ:</u> π.χ. 2 ζάρια:
Μη Διακεκριμένα: Σ.Μ.Ε C(6+2-6,2)=C(7,2)
Διακεκριμένα: Δ.Μ.Ε 6^2
<u>ΝΤΟΜΙΝΟ:</u> Σ.Μ.Ε C(7+2-6,2)=C(8,2)

Αριθμητικοί Υπολογισμοί:

$C(A,B) = \binom{A}{B} = \frac{A!}{B!(A-B)!}$ και ένας τύπος: $\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΥΝΔΥΑΣΜΩΝ



ΕΠΙΛΟΓΗ και ΤΥΠΟΙ ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΩΝ

- **ΟΜΟΙΑ:** 6 τρόπος
- **ΟΜΑΔΕΣ ΟΜΟΙΩΝ:** Βάζουμε στον κουβά 6 από κάθε αντικείμενο και μοντελοποιούμε το πρόβλημα ως συνδυασμό με επανάληψη
- **ΔΙΑΦΟΡΕΤΙΚΑ:** Μοντελοποιούμε το πρόβλημα
    - **Συνδυασμοί Χωρίς Επανάληψη**

ΣΥΝΔΥΑΣΜΟΙ ΧΩΡΙΣ ΕΠΑΝΑΛΗΨΗ

1) Η σειρά των αντικειμένων δεν έχει σημασία
2) Έχουμε n διαφορετικά αντικείμενα (ΟΛΑ διαφορετικά μεταξύ τους).
3) Επιλέγουμε k από αυτά, χωρίς να επαναλαμβάνεται κάποιο στοιχείο (Δηλαδή στην λύση κάθε αντικείμενο μπορεί να επαναληφθεί το πολύ μία φορά)

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!\,(n-k)!}$$

- **Συνδυασμοί με Επανάληψη**

ΣΥΝΔΥΑΣΜΟΙ ΜΕ ΕΠΑΝΑΛΗΨΗ

1) Η σειρά των αντικειμένων δεν έχει σημασία
2) Έχουμε n διαφορετικά αντικείμενα (ΟΛΑ διαφορετικά μεταξύ τους).
3) Συμπληρώνουμε k θέσεις ώστε σε κάθε θέση να μπορεί να επαναληφθεί το ίδιο στοιχείο (στην λύση κάθε αντικείμενο μπορεί να εμφανίζεται οσεσδήποτε φορές – από καμία εώς όλες τις θέσεις)

$$\binom{n+k-1}{k} = \frac{(n+k-1)!}{k!\,(n-1)!}$$

ΑΣΚΗΣΗ 1: Επιλογή από Ομάδες Ομοίων

Έχω 5 πράσινους, 5 κόκκινους και 5 άσπρους βόλους. Με πόσους τρόπους μπορώ να επιλέξω 4 από αυτούς.

ΛΥΣΗ: Το πρόβλημα μοντελοποιείται ως συνδυασμοί με επανάληψη με n=3 και k=4. Άρα οι τρόποι είναι: C(3+4-6,4)=C(6,4)=65 τρόποι.

ΑΣΚΗΣΗ 2: Διαδοχικές Επιλογές ή Χωρισμός σε Ομάδες

Εχω 20 διαφορετικά παιχνίδια που θέλω να τα μοιράσω στα 3 ανίψια μου, ώστε το 6ο να πάρει 6, το 2ο να πάρει 9 και το 3ο να πάρει 5 παιχνίδια. Πόσοι τρόποι υπάρχουν να γίνει ο χωρισμός;

ΛΥΣΗ:

Για το 6ο ανίψι έχω $\binom{20}{6}$ τρόπους. Για το 2ο ανίψι έχω $\binom{14}{9}$ τρόπους. Για το 3ο ανίψι έχω $\binom{5}{5}$ τρόπους. Άρα από τον κανόνα του γινομένου έχουμε:

$$\binom{20}{6}\cdot\binom{14}{9}\cdot\binom{5}{5}$$

Σε περίπτωση που η φύση των ομάδων είναι όμοια διαιρούμε με το παραγοντικό του πλήθους των ομάδων (η σειρά επιλογής των ομάδων δεν έχει σημασία).

Π.χ: Η δασκάλα χωρίζει 9 παιδια σε ομάδες των τριών ατόμων ώστε

- Να κάνουν την ίδια εργασία: $\binom{9}{3}\cdot\binom{6}{3}\cdot\binom{3}{3}/3!$
- Να κάνουν διαφορετική εργασία: $\binom{9}{3}\cdot\binom{6}{3}\cdot\binom{3}{3}$

ΑΣΚΗΣΗ 3: Άλλοι Περιορισμοί

Διακρίνουμε περιπτώσεις (καν. Αθροίσματος) ή επιλύουμε σε φάσεις (καν.γινομένου).