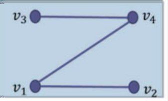
Ορισμός: Ορίζουμε τη γλώσσα των μη κατευθυνόμενων γραφημάτων να συμπεριλαμβάνει ερμηνείες που περιλαμβάνουν τα εξής στοιχεία:

- Το σύμπαν είναι το σύνολο κορυφών |A|={1,2,…,n} (Γράφημα με n κορυφές)
- Το κατηγορηματικό σύμβολο P(x,y) είναι αληθές αν υπάρχει η μη κατευθυνόμενη ακμή που συνδέει τις κορυφές x και y.

<u>Παράδειγμα: Ερμηνείας- - Γραφήματος</u>

$|A| = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$,
$P^A = \{(v_1, v_2),(v_2, v_1),(v_1, v_4), (v_4, v_1)$, $(v_3, v_4),(v_4, v_3)\}$



<u>Συντομογραφίες στα μη κατευθυνόμενα γραφήματα:</u>

- K(x) αληθεύει αν η x είναι απομονωμένη:
  $$K(x) \equiv \forall y[\neg P(x,y)]$$
- $\deg_0(x)$ αληθεύει αν η κορυφή x έχει βαθμό 0
  $$\deg_0(x) \equiv \forall y[\neg P(x,y)]$$
- $\deg_{\geq 1}(x)$ αληθεύει αν η κορυφή x έχει βαθμό ≥ 1
  $$\deg_{\geq 1}(x) \equiv \exists y[P(x,y)]$$
- $\deg_1(x)$ αληθεύει αν η κορυφή x έχει βαθμό 1
  $$\deg_1(x) \equiv \exists y[P(x,y) \land \forall z(P(x,z) \to z \approx y)]$$
- $\deg_{\leq 1}(x)$ αληθεύει αν η κορυφή x έχει βαθμό ≤ 1
  $$\deg_{\leq 1}(x) \equiv out_0(x) \lor \deg_1(x)$$
- $\deg_{\geq 2}(x)$ αληθεύει αν η κορυφή x έχει βαθμό ≥ 2
  $$\deg_{\geq 2}(x) \equiv \exists y \exists z[P(x,y) \land P(x,z) \land y \neq z]$$
- $\deg_2(x)$ αληθεύει αν η κορυφή x έχει βαθμό 2
  $$\deg_2(x) \equiv \exists y \exists z[P(x,y) \land P(x,z) \land y \neq z \land \land \forall w(P(x,w) \to w \approx y \lor w \approx z)]$$
- $\deg_{\leq 2}(x)$ αληθεύει αν η κορυφή x έχει βαθμό ≤ 1
  $$\deg_{\leq 2}(x) \equiv \deg_0(x) \lor \deg_1(x) \lor \deg_2(x)$$

Παράδειγματα:

Υπάρχει μονοπάτι μήκους 2
$$\exists x \exists y \exists z[P(x,y) \land P(y,z)]$$

Υπάρχει απλό μονοπάτι μήκους 2
$$\exists x \exists y \exists z[P(x,y) \land P(y,z) \land x \neq y \land x \neq z \land y \neq z]$$

Υπάρχει κύκλος μήκους 3
$$\exists x \exists y \exists z[P(x,y) \land P(y,z) \land P(z,x)]$$

Υπάρχει απλός κύκλος μήκους 3
$$\exists x \exists y \exists z[P(x,y) \land P(y,z) \land P(z,x) \land x \neq y \land x \neq z \land y \neq z]$$

Το γράφημα είναι πλήρες
$$\forall x \forall y[x \neq y \to P(x,y)]$$

Υπάρχει μοναδική απομονωμένη κορυφή
$$\exists x[K(x) \land \forall y(K(y) \to x \approx y)]$$

<u>Ορισμοί σε Μη Κατευθυνόμενα Γραφήματα:</u>

- **<u>Απλό Γράφημα:</u>** Γράφημα χωρίς ανακυκλώσεις και παράλληλες ακμές
- **<u>Πλήρες Γράφημα (ή Κλίκα):</u>** Απλό Γράφημα που περιέχει όλες τις δυνατές ακμές.
- **<u>Μονοπάτι:</u>** είναι ακολουθία διαδοχικών μη κατευθυνόμενων ακμών
  Απλό Μονοπάτι: Χωρίς επανάληψη κορυφών
- **<u>Κύκλος:</u>** είναι κλειστό μονοπάτι
  Απλός Κύκλος: Χωρίς επανάληψη κορυφών
- **<u>Βαθμός Μιας Κορυφής:</u>** Πλήθος ακμών που προσπίπτουν στην κορυφή.
- **<u>Απομονωμένη Κορυφή:</u>** Κορυφή η οποία δεν συνδέεται με άλλες κορυφές