



Ορισμός:
Μία γραμματική χωρίς συμφραζόμενα είναι μια τετράδα: $G = (V, \Sigma, S, P)$:

- V το σύνολο των μεταβλητών
- Σ το σύνολο των τερματικών συμβόλων ($V \cap \Sigma = \emptyset$)
- $S \in V$ είναι η αρχική μεταβλητή
- P το σύνολο κανόνων με κάθε κανόνα να είναι της μορφής $W \rightarrow w$ με
 - $W \in V$ (είναι μία μεταβλητή) και
 - $w \in (V \cup \Sigma)^*$ (παράθεση μεταβλητών και μη τερματικών συμβόλων)

Παράδειγμα 1: Η Γραμματική Ανεξάρτητη Συμφραζομένων για την γλώσσα $L = \{0^n 1^n \mid n \geq 0\}$

$$\begin{cases} S \rightarrow 0S1 \\ S \rightarrow \varepsilon \end{cases}$$

Σχόλια:

- Τα παραπάνω λέγονται κανόνες της γραμματικής διότι ξεκινώντας από την μεταβλητή S μπορούμε να παράγουμε με διαδοχική χρήση των κανόνων οποιαδήποτε συμβολοσειρά της γλώσσας.
- Ο 1^{ος} κανόνας $S \rightarrow 0S1$ λέγεται και αναδρομικός κανόνας διότι επανεμφανίζει την μεταβλητή S
- Ο 2^{ος} κανόνας $S \rightarrow \varepsilon$ λέγεται και τερματικός κανόνας διότι σταματά τις εμφανίσεις μεταβλητών.

Παραδείγματα Παραγωγών:

S	S	S	S	S	—
$\Rightarrow \varepsilon$	$\Rightarrow 0S1$	$\Rightarrow 0S1$	$\Rightarrow 0S1$	$\Rightarrow 0S1$	
	$\Rightarrow 0\varepsilon 1 = 01$	$\Rightarrow 00S11$	$\Rightarrow 00S11$	$\Rightarrow 00S11$	
		$\Rightarrow 000S111$	$\Rightarrow 000S111$	$\Rightarrow 000S111$	
		$\Rightarrow 000\varepsilon 111 = 000111$	$\Rightarrow 000\varepsilon 111 = 000111$	$\Rightarrow 000\varepsilon 111 = 000111$	

Παράδειγμα 2: Η Γραμματική για την γλώσσα $L = \{0^n 1^m 0^m 1^n \mid n, m \geq 0\}$

$$\begin{cases} S \rightarrow 0S1 \mid X \\ X \rightarrow 1X0 \mid \varepsilon \end{cases}$$

Σχόλια: Το $|$ διαβάζεται ή (ή διαλεκτικό)

Ιδιότητα	Γραμματική χωρίς Συμφραζόμενα
Ισοτιμία $\{0^n 1^n \mid n \geq 0\}$	$S \rightarrow 0S1 \mid \varepsilon$
Αναλογία $\{0^{2n} 1^{3n} \mid n \geq 0\}$	$S \rightarrow 00S111 \mid \varepsilon$
Παλινδρομ/τα $\{w w^R \mid w \in \{a, b\}^*\}$	$S \rightarrow aSa \mid bSb \mid c$
Ανισοτιμία $\{a^n b^m \mid n \leq m\}$	$S \rightarrow aSb \mid X, X \rightarrow bX \mid \varepsilon$
$\{a^n b^m \mid n < m\}$	$S \rightarrow aSb \mid X, X \rightarrow bX \mid b$
$\{a^n b^m \mid n > m\}$	$S \rightarrow aSb \mid X, X \rightarrow aX \mid a$
Συμμετρία στο Κέντρο $\{a^n b^m c^m d^n \mid n, m \geq 0\}$	$S \rightarrow aSd \mid X, X \rightarrow bXc \mid \varepsilon$
$\{a^{n+m} b^m c^n \mid n, m \geq 0\}$	$S \rightarrow aSc \mid X, X \rightarrow aXb \mid \varepsilon$
$\{a^i b^j c^k \mid i = j + k\}$	$S \rightarrow aSc \mid X, X \rightarrow aXb \mid Y$ $Y \rightarrow aY \mid a$
Παράθεση $\{a^n b^n c^m d^m \mid n, m \geq 0\}$	$S \rightarrow XY$ $X \rightarrow aXb \mid \varepsilon$ $Y \rightarrow cYd \mid \varepsilon$
Διάξευση Συμβόλων $\{a^i b^j c^k \mid i = j \wedge j = k\}$	$S \rightarrow S_1 \mid S_2$ $S_1 \rightarrow X_1 X_2 \quad X_1 \rightarrow aX_1 b \mid \varepsilon \quad X_2 \rightarrow cX_2 \mid \varepsilon$ $S_2 \rightarrow Y_1 Y_2 \quad Y_1 \rightarrow aY_1 \mid \varepsilon \quad Y_2 \rightarrow bY_2 c \mid \varepsilon$
Κανονικότητα $\{a^n \mid n \geq 0\}$	$S \rightarrow aS \mid \varepsilon$
$\{a^n \mid n > 0\}$	$S \rightarrow aS \mid a$



Ορισμός Κανονικής Γραμματικής:

- Μία γραμματική χωρίς συμφραζόμενα θα λέγεται **Κανονική Γραμματική** αν και μόνο αν οι κανόνες της έχουν αποκλειστικά και μόνο την μορφή:

$$X \rightarrow \sigma \quad \text{ή} \quad X \rightarrow \sigma Y$$

όπου

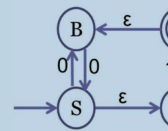
- $X, Y \in V$ (είναι μεταβλητές)
- $\sigma \in \Sigma$ (είναι τερματικά σύμβολα, δηλαδή σύμβολα του αλφαβήτου ή η κενή συμβολοσειρά)

Λήμμα: Κάθε Κανονική Γραμματική είναι και Γραμματική χωρίς Συμφραζόμενα

Κανόνες Μετατροπής ΜΠΑε, ΜΠΑ, ΝΠΑ σε Κανονική Γραμματική

- Κάθε κατάσταση γίνεται μεταβλητή. Ειδικά την αρχική κατάσταση την ονομάζουμε S .
- Βάζουμε τον κανόνα $X \rightarrow \sigma Y$ αν και μόνο αν από την κατάσταση X μεταβαίνουμε στην Y με το σύμβολο σ
- Βάζουμε τον κανόνα $X \rightarrow Y$ αν και μόνο αν από την κατάσταση X μεταβαίνουμε στην Y με ε -κίνηση
- Βάζουμε τον κανόνα $X \rightarrow \varepsilon$ αν η X είναι τελική κατάσταση.

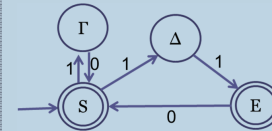
Παράδειγμα: Στο ακόλουθο ΜΠΑ-ε



αντιστοιχεί η κανονική γραμματική

$$\begin{cases} S \rightarrow A \mid 0B \\ A \rightarrow 1\Gamma \\ B \rightarrow 0S \\ \Gamma \rightarrow B \mid \varepsilon \end{cases}$$

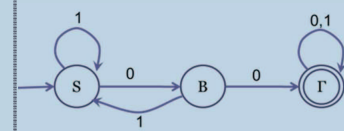
Παράδειγμα: Στο ακόλουθο ΜΠΑ



αντιστοιχεί η κανονική γραμματική

$$\begin{cases} S \rightarrow 1\Gamma \mid 1\Delta \mid \varepsilon \\ \Gamma \rightarrow 0S \\ \Delta \rightarrow 1E \\ E \rightarrow 0S \mid \varepsilon \end{cases}$$

Παράδειγμα: Στο ακόλουθο ΝΠΑ



αντιστοιχεί η κανονική γραμματική

$$\begin{cases} S \rightarrow 0B \mid 1S \\ B \rightarrow 0\Gamma \mid 1S \\ \Gamma \rightarrow 0\Gamma \mid 1\Gamma \mid \varepsilon \end{cases}$$