

Übungen zu Mathematik 1

Blatt 6

- 1) Es sei $R = \{a, b, c, d\}$; auf R werde eine Addition und Multiplikation erklärt vermöge

$+$	a	b	c	d
a	a	b	c	d
b	b	c	d	a
c	c	d	a	b
d	d	a	b	c

\cdot	a	b	c	d
a	a	a	a	a
b	a	b	c	d
c	a	c	a	c
d	a	d	c	b

Zeigen Sie, dass $(R, +, \cdot)$ einen kommutativen Ring mit Einselement bildet, der Nullteiler enthält. Dabei genügt es, dass Sie die Gültigkeit der Assoziativ- und Distributivgesetze anhand von einigen wenigen Wahlen von Elementen aus R überprüfen.

- 2) Es sei K eine Menge, die nur aus den Elementen 0 und 1 besteht. Auf K werde eine Addition und Multiplikation erklärt durch:

$$0 + 0 := 1 + 1 := 0, 0 + 1 := 1 + 0 := 1,$$

$$0 \cdot 0 := 0 \cdot 1 := 1 \cdot 0 := 0, 1 \cdot 1 := 1$$

Zeigen Sie, dass $(K, +, \cdot)$ einen Körper bildet.

- 3) Berechnen Sie:

(a) $(9, 5, 9) + 4(2, 6, 2) - 2(1, 1, 1) - 3(0, 5, -5)$

(b) $(1, 2, 3, 4, 5) - 2(6, 7, 8, 9, 10) + 2(11, 12, 13, 14, 15) - 2(16, 17, 18, 19, 20) + (21, 22, 23, 24, 25)$

- 4) Es ist zu überprüfen, ob die vorliegenden Vektoren linear abhängig oder linear unabhängig sind.

(a) $a = (3, 4, 2), b = (1, 2, 1), c = (5, 8, 4)$

(b) $x = (3, 1, -2), y = (4, -3, 1), z = (-1, 5, 6)$

(c) $q = (2, 1, 3, 1), r = (1, 2, 1, 1), s = (3, 1, 2, 1), t = (4, 1, 1, 1)$

(d) $u = (2, 7, 6), v = (-1, 1, 3), w = (2, -5, 0)$

- 5) Bestimmen Sie in \mathbb{R}^4 zwei Vektoren x und y so, dass die vier Vektoren $v = (1, 1, 1, 1)$, $w = (-1, 1, 1, -1)$, x und y linear unabhängig sind.