

Übungen zu Mathematik 1

Blatt 12

1) Bestimmen Sie die Eigenwerte und -vektoren der folgenden Matrizen:

(a) $\begin{pmatrix} 4 & 0 & -2 \\ 1 & 3 & -2 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$

(b) $\frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & -2 & 1 \\ 2 & 1 & -2 \end{pmatrix}$

(c) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Hinweis zu (b): Versuchen Sie zunächst, die Determinante zu vereinfachen, indem Sie durch eine elementare Umformung einen Koeffizienten zu Null machen und einen von λ abhängigen Faktor herausziehen.

2) Gegeben ist die Matrix $\begin{pmatrix} \sqrt{3} & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & \sqrt{3} \end{pmatrix}$.

(a) Bestimmen Sie die Eigenwerte und -vektoren der Matrix A .

(b) Geben Sie ein Orthonormalsystem des \mathbb{R}^3 aus Eigenvektoren von A an.

3) Gegeben ist die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 3 & -2 \\ -2 & -4 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

(a) Bestimmen Sie die Eigenwerte und -vektoren der Matrix A .

(b) Geben Sie eine Basis des \mathbb{R}^3 aus Eigenvektoren von A an.