KLAUSUR IN MATHEMATIK 1 und Konsolidierung SS2016 - Nachschreibetermin

- 1) (a) Nennen Sie die definierenden Eigenschaften einer Äquivalenzrelation.
 - (b) Zeigen Sie, dass die Relation $R = \{(a, a), (a, b), (b, b), (b, a), (c, c), (d, d), (d, a), (a, d), (b, d), (d, b)\}$ eine Äquivalenzrelation auf der Menge $M = \{a, b, c, d\}$ ist.
 - (c) Geben sie die Äquivalenzklassen von R an.

(5 Punkte)

- 2) Berechnen Sie $(-\sqrt{2} \sqrt{2}j)^8$ und geben Sie das Ergebnis in kartesischer Form an. (5 Punkte)
- **3)** Gegeben sind die drei Vektoren: $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 5 \\ -4 \\ a \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3$.
 - (a) Für welches a sind die drei Vektoren linear unabhängig?
 - (b) Gibt es ein a, für welches die drei Vektoren eine orthogonale Basis bilden? Begründen Sie Ihre Antwort.

(5 Punkte)

- 4) Invertieren Sie die Matrix $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 1 & 3 & -2 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ und berechnen Sie ihre Determinante. (5 Punkte)
- 5) Gegeben ist die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 3\\ 0 & 1 & 0\\ -2 & 2 & -4 \end{pmatrix}$$

- (a) Zeigen Sie, dass $-\lambda^3 + 7\lambda 6$ das charakteristische Polynom von A ist.
- (b) Bestimmen Sie die Eigenwerte und -vektoren der Matrix $\boldsymbol{A}.$

(7 Punkte)

6) Gegeben Sei die Funktion f,

$$f = \frac{x^2 - 6x + 9}{x^2 - 9}$$

- (a) Bestimmen Sie den Definitionsbereich der Funktion f.
- (b) Untersuchen Sie das Verhalten der Funktion f in der Nähe ihrer Definitionslücke(n).
- (c) Geben Sie die Asymptoten der Funktion f für $x \to \pm \infty$ an.

(5 Punkte)