

# Übungen zu Mathematik 1

## Blatt 5

1) Bestimmen Sie sämtliche Lösungen der folgenden Gleichungen:

(a)  $z^3 = j$

(b)  $z^4 = -16$

und veranschaulichen Sie diese Werte in der Gaußschen Zahlenebene.

2) Berechnen Sie sämtliche Lösungen der Gleichungen:

(a)  $z^3 = 3 - \sqrt{3}j$

(b)  $z^2 + 2z + 5 = 0$ .

3) In der Vorlesung haben Sie für  $n \in \mathbb{N}$  die Menge der Einheitswurzeln  $E_n$  über den komplexen Zahlen kennengelernt, d.h. die Lösungen der Gleichung  $z^n = 1$ . Zeigen Sie, daß  $(E_n, \cdot)$ , d.h. die Einheitswurzeln mit der komplexen Multiplikation als Verknüpfung, eine Gruppe bilden.

4) Auf der Menge  $G = \{a, b, c, d, e, f\}$  sei eine binäre Verknüpfung  $\circ$  erklärt gemäß folgender Verknüpfungstafel

$\circ$	$a$	$b$	$c$	$d$	$e$	$f$
$a$	$a$	$b$	$c$	$d$	$e$	$f$
$b$	$b$	$c$	$a$	$e$	$f$	$d$
$c$	$c$	$a$	$b$	$f$	$d$	$e$
$d$	$d$	$f$	$e$	$a$	$c$	$b$
$e$	$e$	$d$	$f$	$b$	$a$	$c$
$f$	$f$	$e$	$d$	$c$	$b$	$a$

(a) Überprüfen Sie die Gültigkeit des Assoziativgesetzes anhand von einigen Wahlen von Elementen aus  $G$ .

(b) Wie lautet das neutrale Element?

(c) Zu welchen Elementen von  $G$  existieren inverse Elemente und wie lauten diese?

5) Zeigen oder widerlegen Sie, daß die folgenden algebraischen Gebilde (abelsche) Gruppen sind.

(a) Die Potenzmenge  $\mathbb{P}(M)$  einer beliebigen Menge  $M$  mit der Operation  $\Delta$  erklärt durch

$$A\Delta B := (A \cup B) \setminus (A \cap B)$$

für  $A, B \in \mathbb{P}(M)$

(b) Die Menge  $S_n$  der Permutationen auf  $\{1, \dots, n\}$  und  $\circ$  die Operation der Verkettung.