

## Zusammenfassung für Übungsblatt 3, FMSM

### Aussagenlogik

Unter einer Aussage A versteht man ein sprachliches Gebilde (Satz), das entweder **wahr** oder **falsch** ist.

#### Verknüpfungen von Aussagen

Konjunktion	$\wedge$	und
Disjunktion	$\vee$	oder
Negation	$\neg$	nicht
Implikation	$\Rightarrow$	wenn... dann...
Äquivalenz	$\Leftrightarrow$	genau dann, wenn

#### Gesetze der Aussagenlogik

Negation	$\neg\neg A \approx \neg A$
Idempotenz	$A \vee A \approx A$ $A \wedge A \approx A$
Kommunikativität	$A \wedge B \approx B \wedge A$ $A \vee B \approx B \vee A$
Assoziativität	$(A \vee B) \vee C \approx A \vee (B \vee C)$ $(A \wedge B) \wedge C \approx A \wedge (B \wedge C)$
Distributivität	$A \vee (B \wedge C) \approx (A \vee B) \wedge (A \vee C)$ $A \wedge (B \vee C) \approx (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$
De Morgan	$\neg(A \vee B) \approx \neg A \wedge \neg B$ $\neg(A \wedge B) \approx \neg A \vee \neg B$
Komplement	$A \vee \neg A \approx \text{true}$ $A \wedge \neg A \approx \text{false}$
Neutrale Elemente	$A \wedge \text{true} \approx A$ $A \wedge \text{false} \approx \text{false}$ $A \vee \text{true} \approx \text{true}$ $A \vee \text{false} \approx A$
Implikation	$A \Rightarrow B \approx \neg A \vee B \approx B \vee \neg A \approx \neg B \Rightarrow \neg A$
Äquivalenz	$A \Leftrightarrow B \approx (A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow A)$
Exklusives Oder	$A \underline{\vee} B \approx (A \wedge \neg B) \vee (\neg A \wedge B)$ $A \underline{\wedge} B \approx (A \vee B) \wedge (\neg A \vee \neg B)$

### Quantifikationen

$\forall$	Allquantor	$\forall x P(x)$
$\exists$	Existenzquantor	$\exists x Q(x)$

#### Gesetze der Prädikatenlogik

$\neg(\forall x P(x))$	$\approx$	$\exists x \neg P(x)$
$\neg(\exists x Q(x))$	$\approx$	$\forall x \neg Q(x)$

## Beispielsätze

### Konjunktion:

Es ist eiskalt und es schneit.

Es ist eiskalt aber es schneit nicht.

Entweder es schneit oder es ist eiskalt aber es schneit nicht, wenn es eiskalt ist.

$(\text{eiskalt} \vee \text{schneit}) \wedge (\text{eiskalt} \rightarrow \neg \text{schneit})$

### Disjunktion:

Entweder es ist eiskalt oder es schneit.

### Implikation:

Wenn Person x einen Wagen der Marke BMW hat, hat x ein Auto.

Wenn eine Zahl n durch 6 teilbar ist, dann ist die Zahl n durch 3 teilbar.

Wenn ich volljährig bin, darf ich wählen.

Wenn Paul den Führerschein bekommt, dann ist Paul mindestens 18 Jahre alt.

Falls Tim fleißig war besteht er die Prüfungen.

### Äquivalenz:

Heute ist genau dann Dienstag, wenn morgen Mittwoch ist.

Die natürliche Zahl n ist genau dann durch 6 teilbar, wenn n durch 2 und durch 3 teilbar ist.

Tim besteht die Prüfung dann und nur dann, wenn er fleißig war

### Prädikatenlogik:

es gibt keine größte reelle Zahl:  $\neg \exists x x \in \mathbb{R} \wedge (\forall y y \in \mathbb{R} \rightarrow y \leq x)$

Steine sind nicht sterblich:  $\forall x \text{ Stein}(x) \rightarrow \neg \text{Sterblich}(x)$

Jeder Mensch ist sterblich.:  $\forall x x \in \text{Mensch} \rightarrow x \in \text{Sterblich}$

all you need is love (Beatles):  $\forall z \text{ needs}(z, \text{love})$

- everybody needs love and if somebody needs anything, then it is love:  
 $\forall z \text{ needs}(z, \text{love}) \wedge \forall x (\exists y \text{ needs}(y, x) \rightarrow x = \text{love})$