Lineare Algebra I
Blatt 2
Abgabe: 23.11.2019, 10 Uhr
Gruppennummer angeben!

Aufgabe 1 (6 Punkte).
In einer Gruppe G definiere folgende Relation:

$$g_1 \sim g_2 \iff \exists h \in G(hg_1h^{-1} = g_2).$$

(a) Zeige, dass die obige Relation eine Äquivalenzrelation auf G ist.

(b) Beschreibe die Äquivalenzklasse des neutralen Elementes.

(c) In welcher Äquivalenzklasse (bezüglich g) liegt das Inverse von hgh^{-1}? Und das Element $(hgh^{-1})^n$, für n aus $\mathbb{N}$?

(d) Beschreibe die Klasse jedes Elementes der Gruppen $(\mathbb{R}^*, \cdot)$ und $(\mathbb{Z}, +)$.

Aufgabe 2 (4 Punkte).
Zeige induktiv über die Kardinalität der endlichen Menge X, dass jede injektive Abbildung $f : X \to X$ surjektiv sein muss.

Aufgabe 3 (5 Punkte).
Wir betrachten die in Aufgabe 1 definierte Relation $\sim$ in der Gruppe S_4. Beschreibe die Äquivalenzklasse des Zyklus $(1\,2\,3)$.

Aufgabe 4 (5 Punkte).
Sei R ein kommutativer Ring mit Eins.

(a) Zeige, dass die Menge $\mathcal{M}_{2\times 2}(R)$ quadratischer 2×2-Matrizen mit Einträgen aus R ein Ring mit Eins bildet. Ist dieser Ring kommutativ?

(b) Wenn R positive Charakteristik hat, was ist die Charakteristik von $\mathcal{M}_{2\times 2}(R)$?

Abgabe in ILIAS als eine einzige PDF-Datei einreichen.