Einführung in die Mathematikdidaktik

Vorlesung 4: Entdeckendes Lernen

Albert-Ludwigs-Universität Freiburg

UNI FREIBURG

4. Dezember 2020

StR Dr. Katharina Böcherer-Linder
Raum 131, Ernst-Zermelo-Straße 1
boecherer-linder@math.uni-freiburg.de

Nächste Woche:

- Zu Beginn der Übung: Kamera einschalten.

- Übungsblatt: Geogebra

Inhalte dieser Veranstaltung:

	Datum	Thema
1	13.11.	Lerntheorien
2	20.11.	Darstellungsebenen
3	27.11.	Grundvorstellungen
4	4.12.	Entdeckendes Lernen
5	11.12.	Begriffsbildung
6	18.12.	Üben
7	8.1.	Differenzieren
8	15.1.	Curriculum und Kompetenzen
9	22.1.	Modellieren
10	29.1.	Problemlösen
11	5.2.	Begründen und Beweisen
12	15.2.	Klausur

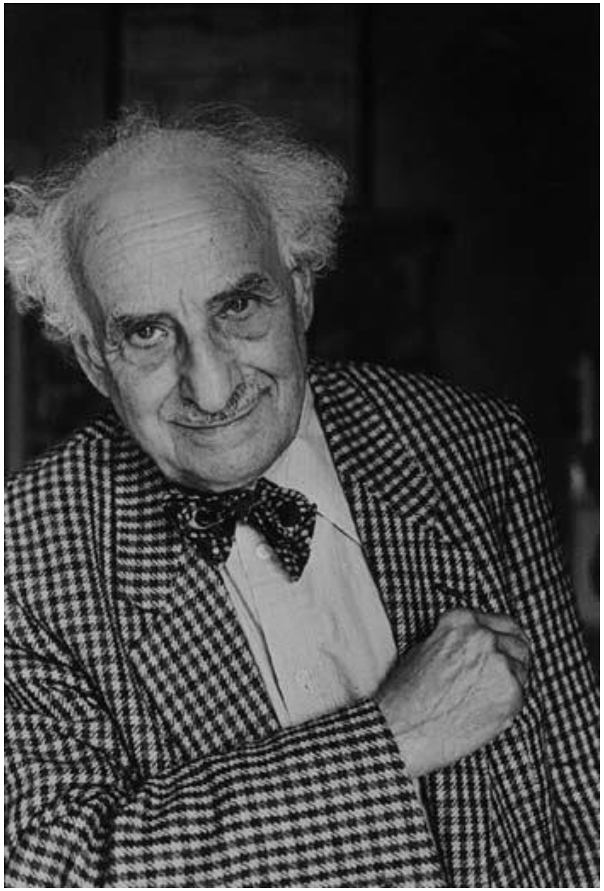
Geistige Väter und Mütter:

„Es ist nicht nötig, in den Menschen etwas von außen hineinzutragen. Man muss nur das, was in ihm beschlossen liegt, herausschälen, entfalten und im einzelnen aufzeigen.“

(Comenius, Didactica magna, 1657)

Freudenthal: Mathematik als Tätigkeit

UNI FREIBURG



Hans Freudenthal, niederländischer Mathematiker und Mathematik-didaktiker, 1905-1990

„Mathematik ist keine Menge von Wissen. Mathematik ist eine Tätigkeit, eine Verhaltensweise, eine Geistesverfassung. Immer gilt: Der Schüler erwirbt Mathematik als Geistesverfassung nur über Vertrauen auf seine eigenen Erfahrungen und seinen eigenen Verstand. ...

Eine Geisteshaltung lernt man aber nicht, indem einer einem schnell erzählt, wie er sich zu benehmen hat. Man lernt sie im Tätigsein, indem man Probleme löst, allein oder in seiner Gruppe – Probleme, in denen Mathematik steckt.“

(Freudenthal 1982, S. 140 bzw. 142)

Heinrich Winter (1928-2017)

„Das Lernen von Mathematik ist um so wirkungsvoller – sowohl im Hinblick auf handfeste Leistungen, speziell Transferleistungen, als auch im Hinblick auf mögliche schwer fassbare bildende Formung -, je mehr es im Sinn eigener aktiver Erfahrungen betrieben wird, je mehr Fortschritt im Wissen, Können und Urteilen des Lernenden auf selbständigen entdeckerischen Unternehmungen beruht."

[13] Winter (2016), S. 1

Maria Montessori (1870-1952):
Italienische Ärztin, Reformpädagogin, Philosophin

Bitte eines Kindes nach Maria Montessori:

„Hilf mir, es selbst zu tun. Zeig mir, wie es geht. Tu es nicht für mich. Ich kann und will es allein tun. Hab Geduld, meine Wege zu begreifen. Sie sind vielleicht länger, vielleicht brauche ich mehr Zeit, weil ich mehrere Versuche machen will. Mute mir Fehler zu, denn aus ihnen kann ich lernen.“

Lerntheoretischer Hintergrund

- Konstruktivismus:
  - Wissen wird vom Lernenden in Eigentätigkeit selbst konstruiert
  - Auf die Qualität der Eigenaktivität kommt es an
  - Wissen kann nicht vom Lehrenden auf Lernende „überfließen“ („Nürnberger Trichter“)

„Vormachen“, „Abschreiben lassen“ etc. reicht nicht! Auf die Eigentätigkeit kommt es an!

Die zwei Grundpositionen des Lehrens nach Heinrich Winter [13]

Lernen durch Belehrung (Passivistische Grundposition)

Die Lehrperson

- verlässt sich auf Methoden des Vormachens/Erklärens.
- sieht die Schüler und Schülerinnen als Objekte der Belehrung, die geformt werden müssen.
- versteht sich als Wissensvermittler.
- geht kleinschrittig vor und baut auf die Isolation von Schwierigkeiten.
- bietet neuen Stoff dar oder präsentiert ihn im fragend-entwickelnden Unterricht.
- gibt Hilfen als Hilfen zur Produktion der erwarteten Antwort.
- versucht nach Kräften, das Auftreten von Fehlern zu vermeiden.
- erwartet primär korrekte Resultate.

Vgl. Behaviorismus

Die zwei Grundpositionen des Lehrens nach Heinrich Winter [13]

Lernen durch Entdeckenlassen (Aktivistische Grundposition)

Vgl. Konstruktivismus

Die Lehrperson

- setzt auf herausfordernde Aufgaben und Eigenaktivität der Schüler und Schülerinnen.
- sieht die Schüler und Schülerinnen als Subjekte, die ihren Lernprozess mit steuern können.
- fühlt sich für die Gesamtentwicklung der Kinder verantwortlich.
- macht Beziehungsreichtum der Lerninhalte sichtbar.
- ermuntert zum Beobachten, Fragen, Probieren, Erkunden, Darstellen, ...
- gibt Hilfen als Hilfen zum Selberfinden.
- versucht, Fehler gemeinsam mit den Lernenden zu analysieren.
- thematisiert Lösungswege.

Wie lösen die Kinder das Problem? Welche Rolle hat der Lehrer?

Dieses Video finden Sie im ILIAS-Vorlesungsordner

Entdecken lassender Unterricht …

- … nutzt Darstellungen und Darstellungsmittel (auch technische und digitale Hilfsmittel)
- … folgt dem Prinzip „Inhaltliches Denken vor Kalkül“
- … ist geprägt von problem-genetischen Zugängen
- … macht Mathematik als Prozess erlebbar

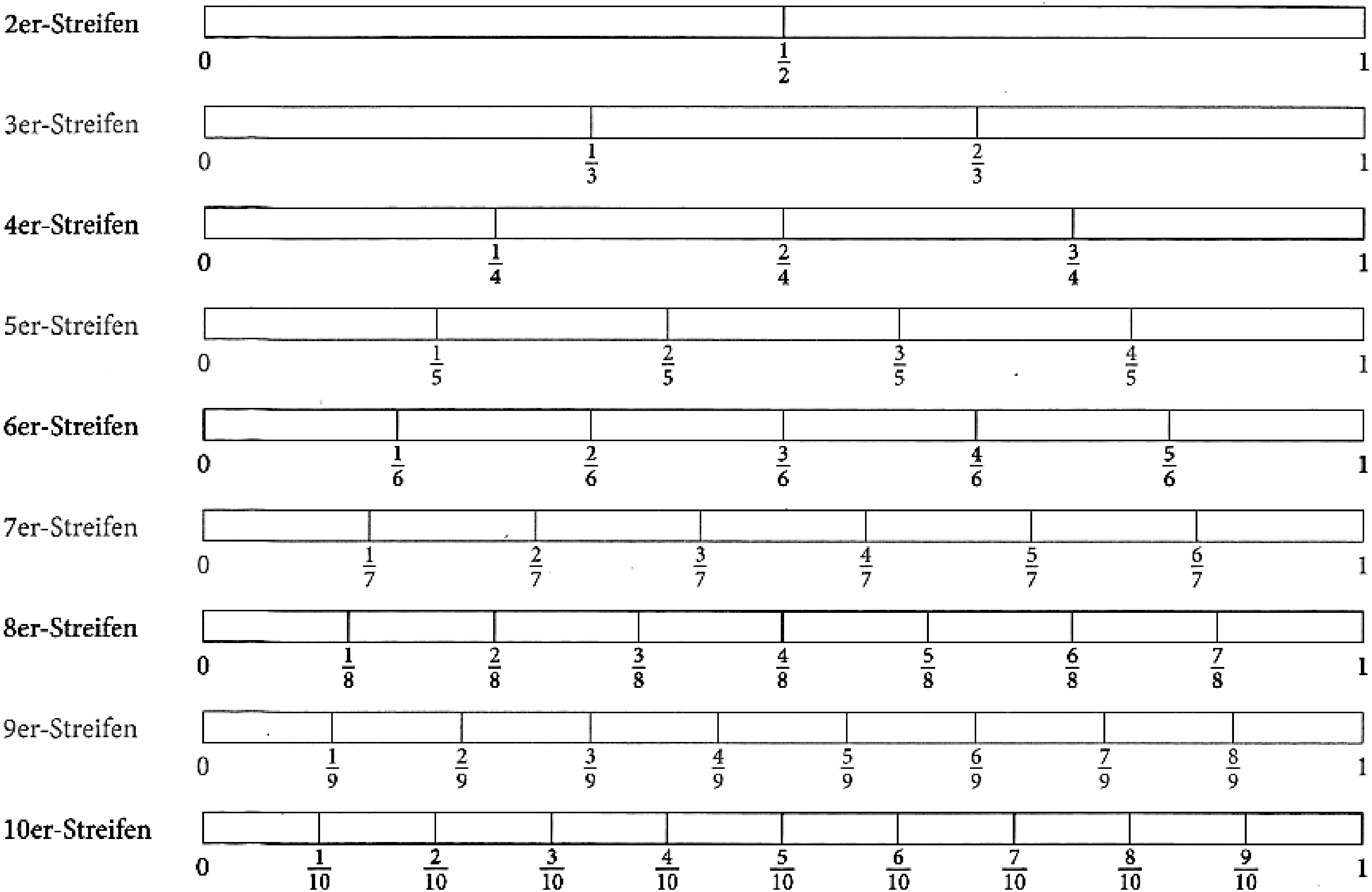
Entdecken lassender Unterricht …

- … nutzt Darstellungen und Darstellungsmittel (auch technische und digitale Hilfsmittel)
- … folgt dem Prinzip „Inhaltliches Denken vor Kalkül"
- … ist geprägt von problem-genetischen Zugängen
- … macht Mathematik als Prozess erlebbar

Bsp. 1: Die Streifentafel

Was lässt sich an diesem Bild alles entdecken?

Stecke diese Seite in eine Klarsichtfolie.
Markiere die Anteile dann auf der Folie und übertrage die Ergebnisse ins Heft.
So kannst du die Streifentafel mehrfach benutzen.



Bsp. 2: Maria Montessori (1870-1952):

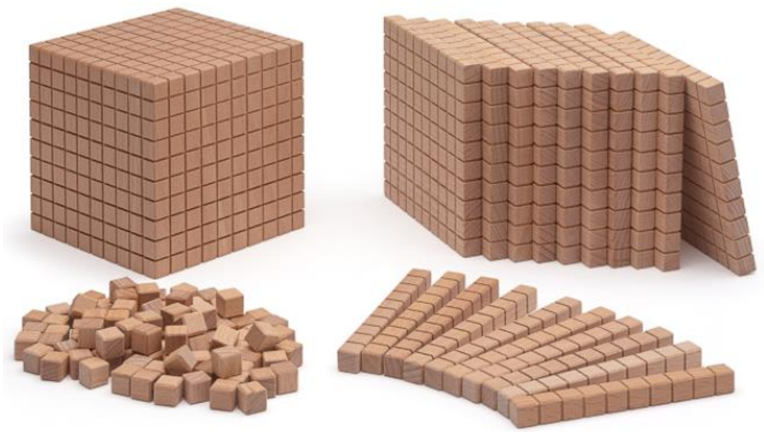
Italienische Ärztin, Reformpädagogin, Philosophin

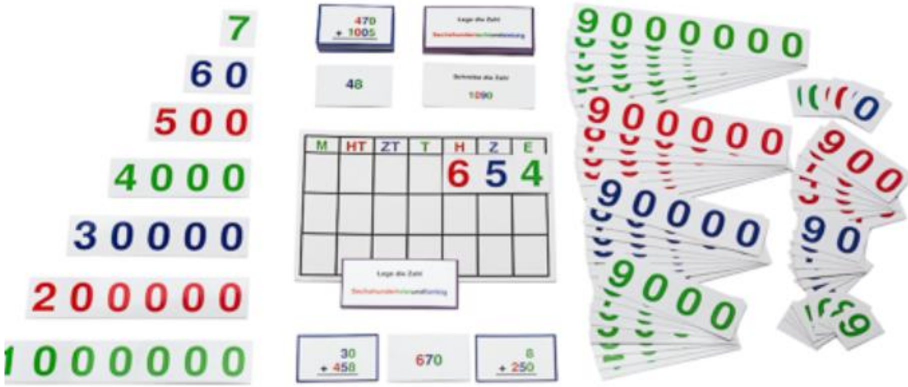
„Hilf mir, es selbst zu tun. Zeig mir, wie es geht. Tu es nicht für mich. Ich kann und will es allein tun. Hab Geduld, meine Wege zu begreifen. Sie sind vielleicht länger, vielleicht brauche ich mehr Zeit, weil ich mehrere Versuche machen will. Mute mir Fehler zu, denn aus ihnen kann ich lernen.“

Montessori

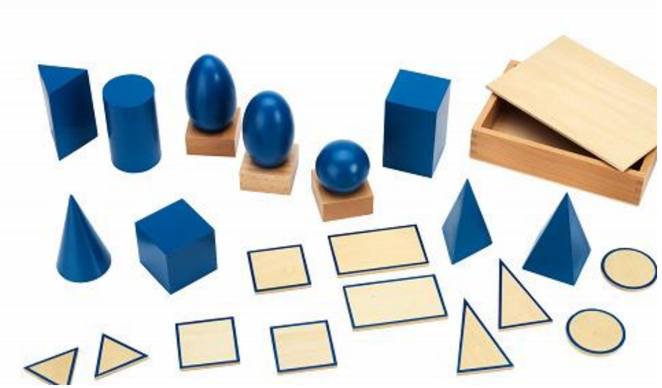
Bsp. 2: Maria Montessori (1870-1952):
Italienische Ärztin, Reformpädagogin, Philosophin

Darstellungsmittel spielen eine entscheidende Rolle in der Montessori-Pädagogik:

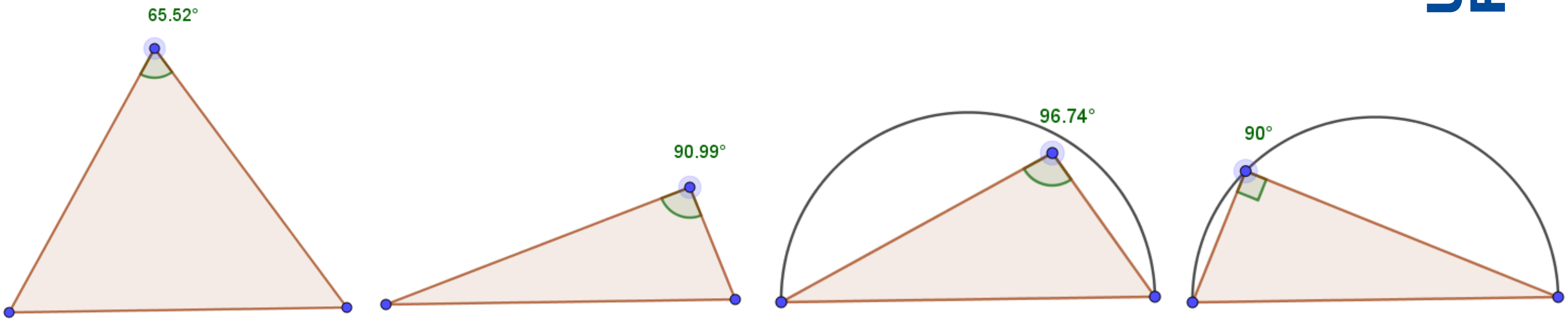




- Kinder lernen an und mit Material



Bsp. 3: Entdecken und Erkunden mittels dynamischer Geometriesoftware (hier geogebra)



Entdecken lassender Unterricht …

- … nutzt Darstellungen und Darstellungsmittel (auch technische und digitale Hilfsmittel)
- … folgt dem Prinzip „Inhaltliches Denken vor Kalkül“
- … ist geprägt von problem-genetischen Zugängen
- … macht Mathematik als Prozess erlebbar

Umsetzungsbeispiel (vgl. auch [14] und Prediger, 2006)

FREIBURG

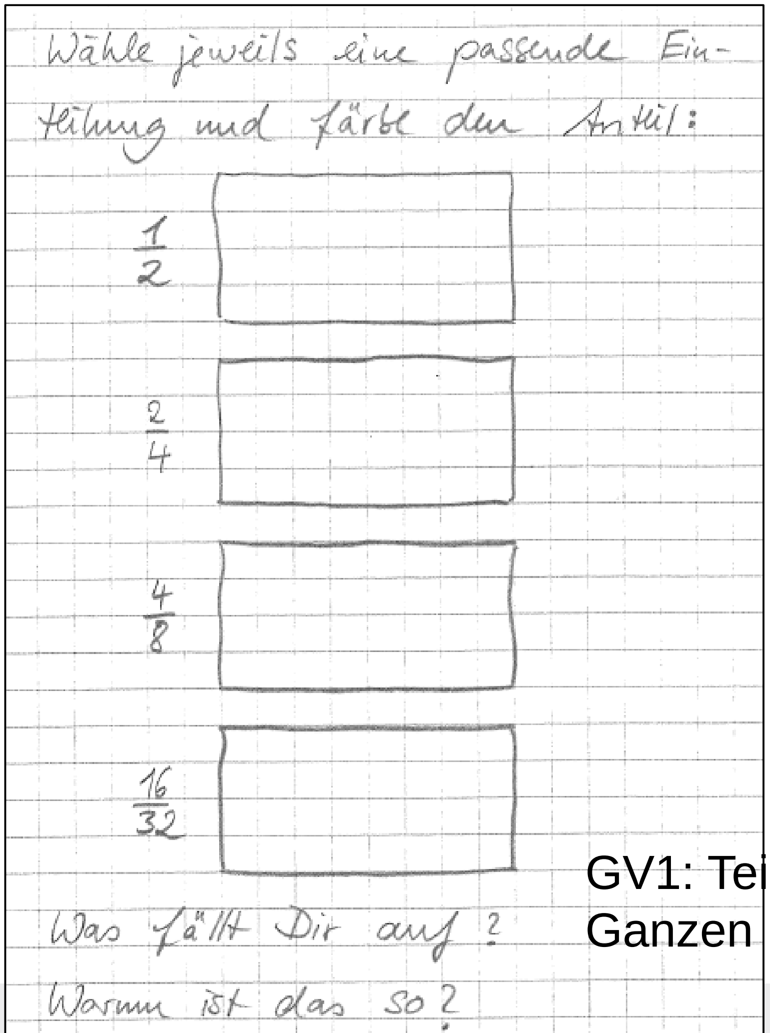
Erweitern und Kürzen als die rechnerische Suche nach gleichwertigen Brüchen
Ein möglicher Lernweg

Lernende...

1. ... entdecken, dass es unterschiedliche Brüche gibt, die denselben Anteil oder eine verwandte Verteilungssituation beschreiben. Diese Brüche nennen wir gleichwertige Brüche.
2. ... erklären in unterschiedlichen inhaltlichen Deutungen, wieso zwei Brüche gleichwertig sind (vgl. Abb. 2).
3. ... finden zu einer Bruchzahl möglichst viele gleichwertige Brüche.
4. ... entdecken das Erweitern und Kürzen als Möglichkeit, auf der rechnerischen Ebene sehr schnell gleichwertige Brüche zu finden.
5. ... gewinnen Vertrauen in den Kalkül durch mehrmaliges Überprüfen, dass die inhaltliche und die formale Ebene zusammenpassen. (Erhalte ich durch Kürzen wirklich gleichwertige Brüche?)
6. Nochmalige Deutung des Kalküls auf der inhaltlichen Ebene: Erweitern lässt sich deuten als Verfeinern von Anteilen, Kürzen als Vergröbern

Lernende...

1. ... entdecken, dass es unterschiedliche Brüche gibt, die denselben Anteil oder eine verwandte Verteilungssituation beschreiben. Diese Brüche nennen wir gleichwertige Brüche.



GV1: Teil eines Ganzen

Wer fuhr mit dem Fahrrad am schnellsten?

	Zurückgelegte Strecke	Fahrzeit
Peter	30 km	1 Std. 30 Min.
Jens	30 km	2 Std.
Bernd	40 km	1 Std. 30 Min.
Uwe	40 km	2 Std.

GV5: Verhältnis

Lernende...

1. ... entdecken, dass es unterschiedliche Brüche gibt, die denselben Anteil oder eine verwandte Verteilungssituation beschreiben. Diese Brüche nennen wir gleichwertige Brüche.
2. ... erklären in unterschiedlichen inhaltlichen Deutungen, wieso zwei Brüche gleichwertig sind.

2 Treffer bei 3 Losen haben die gleiche Chance wie 4 Treffer bei 6 Losen

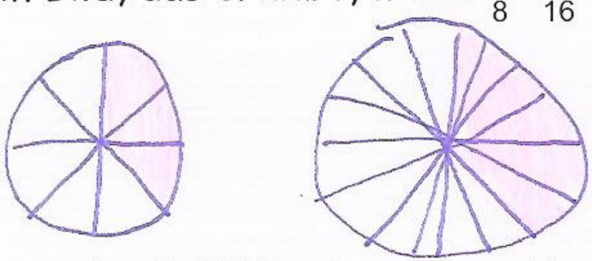
Kannst Du erklären, was es bedeutet, dass zwei Brüche gleichwertig sind?

- Male ein Bild, das erklärt, wieso $\frac{3}{8} = \frac{6}{16}$ gilt.

GV: Teil eines Ganzen

GV: Anteil

(bisschen schief geworden)



- Erkläre auch mit Hilfe einer Pizza-Verteilungssituation:

$\frac{3}{8} = \frac{6}{16}$, denn .... denn bei 3 Pizzen auf 8 Kinder bekommt jeder so viel wie bei 6 für 16 Kinder

GV: Teil mehrerer Ganzer

Lernende...

1. ... entdecken, dass es unterschiedliche Brüche gibt, die denselben Anteil oder eine verwandte Verteilungssituation beschreiben. Diese Brüche nennen wir gleichwertige Brüche.
2. ... erklären in unterschiedlichen inhaltlichen Deutungen, wieso zwei Brüche gleichwertig sind.
3. ... finden zu einer Bruchzahl möglichst viele gleichwertige Brüche.

Lernende...

1. ... entdecken, dass es unterschiedliche Brüche gibt, die denselben Anteil oder eine verwandte Verteilungssituation
gleichwertige Brüche.
2. ... erklären in unterschiedlichen inh
gleichwertig sind.
3. ... finden zu einer Bruchzahl möglic

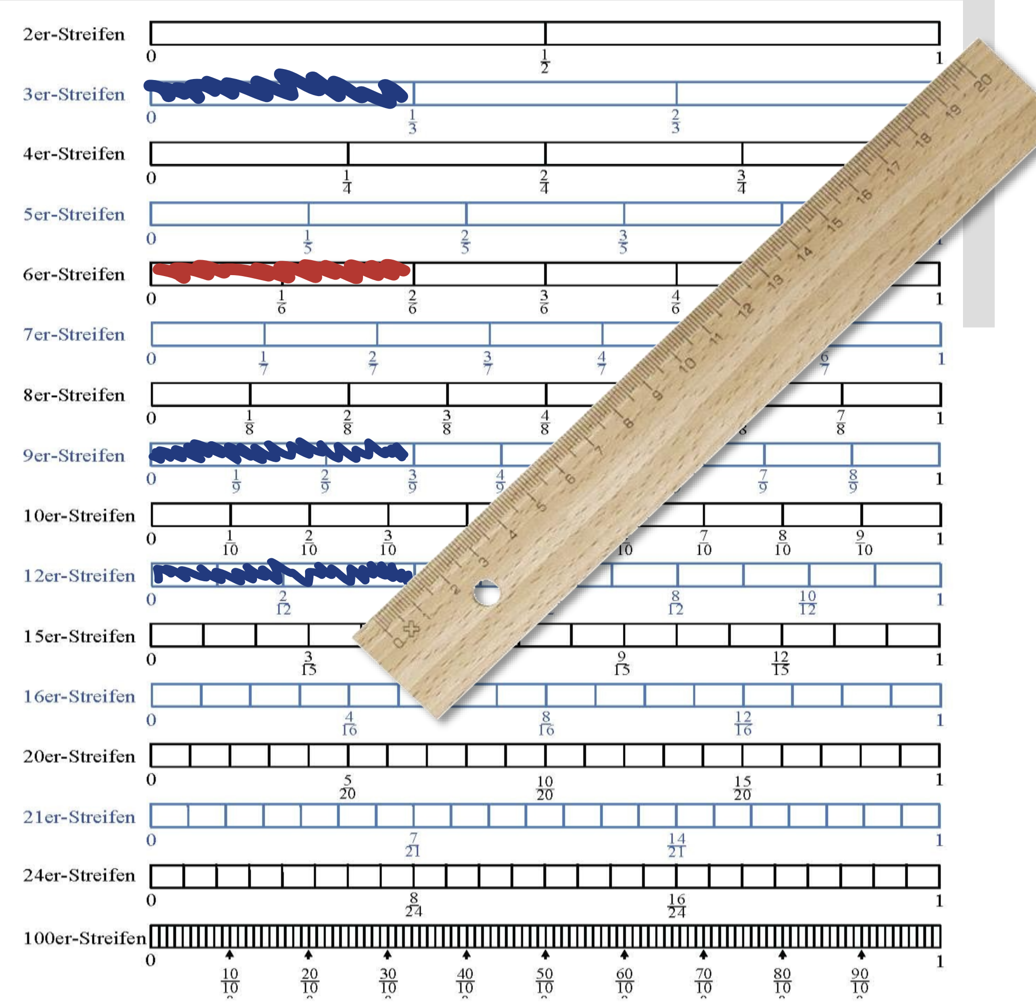
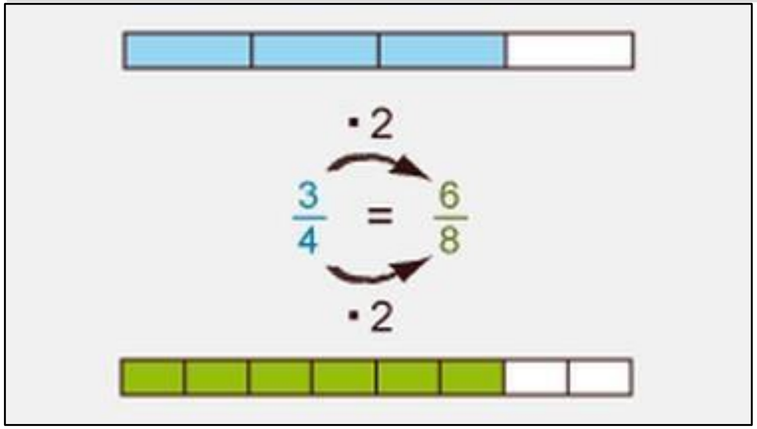


Figure 3. Extract of the fraction bar board

Lernende...

1. ... entdecken, dass es unterschiedliche Brüche gibt, die denselben Anteil oder eine verwandte Verteilungssituation beschreiben. Diese Brüche nennen wir gleichwertige Brüche.
2. ... erklären in unterschiedlichen inhaltlichen Deutungen, wieso zwei Brüche gleichwertig sind.
3. ... finden zu einer Bruchzahl möglichst viele gleichwertige Brüche.
4. ... entdecken das Erweitern und Kürzen als Möglichkeit, auf der rechnerischen Ebene sehr schnell gleichwertige Brüche zu finden.



Lernende...

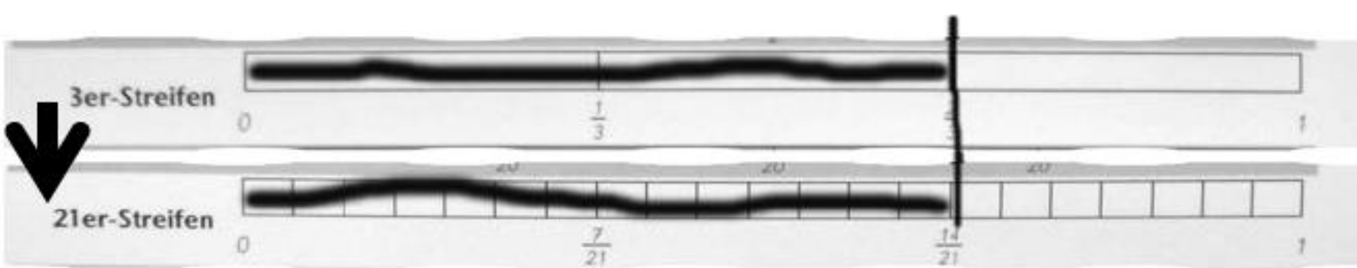
1. ... entdecken, dass es unterschiedliche Brüche gibt, die denselben Anteil oder eine verwandte Verteilungssituation beschreiben. Diese Brüche nennen wir gleichwertige Brüche.
2. ... erklären in unterschiedlichen inhaltlichen Deutungen, wieso zwei Brüche gleichwertig sind.
3. ... finden zu einer Bruchzahl möglichst viele gleichwertige Brüche.
4. ... entdecken das Erweitern und Kürzen als Möglichkeit, auf der rechnerischen Ebene sehr schnell gleichwertige Brüche zu finden.

a) Erst nimmst du von dem $\frac{2}{3}$ die 2 und verdoppelst
diese, das ist dann eine 4. Dann nimmst du die 3 von
$\frac{3}{4}$ $\frac{2}{3}$ und verdoppelst die auch, dann ist es eine 6. Da
jetzt einmal die 4 und die 6 rausgekommen sind
ist es ein $\frac{4}{6}$.

Janoe (5. Klasse, Dez. 2004)

Lernende...

1. ... entdecken, dass es unterschiedliche Brüche gibt, die denselben Anteil oder eine verwandte Verteilungssituation beschreiben. Diese Brüche nennen wir gleichwertige Brüche.
2. ... erklären in unterschiedlichen inhaltlichen Deutungen, wieso zwei Brüche gleichwertig sind.
3. ... finden zu einer Bruchzahl möglichst viele gleichwertige Brüche.
4. ... entdecken das Erweitern und Kürzen als Möglichkeit, auf der rechnerischen Ebene sehr schnell gleichwertige Brüche zu finden.
5. ... gewinnen Vertrauen in den Kalkül durch mehrmaliges Überprüfen, dass die inhaltliche und die formale Ebene zusammenpassen. (Erhalte ich durch Kürzen wirklich gleichwertige Brüche?)



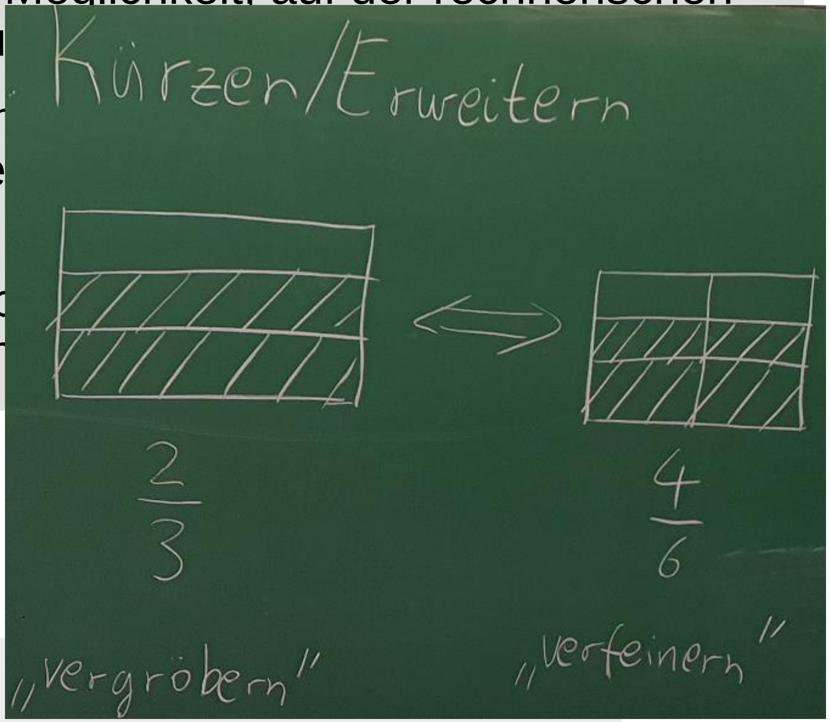
$$\frac{2}{3} \underset{\cdot 7}{\overset{\cdot 7}{=}} \frac{14}{21}$$

Lernende...

1. ... entdecken, dass es unterschiedliche Brüche gibt, die denselben Anteil oder eine verwandte Verteilungssituation beschreiben. Diese Brüche nennen wir gleichwertige Brüche.
2. ... erklären in unterschiedlichen inhaltlichen Deutungen, wieso zwei Brüche gleichwertig sind.
3. ... finden zu einer Bruchzahl möglichst viele gleichwertige Brüche.
4. ... entdecken das Erweitern und Kürzen als Möglichkeit, auf der rechnerischen Ebene sehr schnell gleichwertige Brüche zu finden.
5. ... gewinnen Vertrauen in den Kalkül durch mehrmaliges Überprüfen, dass die inhaltliche und die formale Ebene zusammenpassen. (Erhalte ich durch Kürzen wirklich gleichwertige Brüche?)
6. … können das Kalkül auf der inhaltlichen Ebene deuten: Erweitern lässt sich deuten als Verfeinern der Einteilung, Kürzen als Vergröbern

Lernende...

1. ... entdecken, dass es unterschiedliche Brüche gibt, die denselben Anteil oder eine verwandte Verteilungssituation beschreiben. Diese Brüche nennen wir gleichwertige Brüche.
2. ... erklären in unterschiedlichen inhaltlichen Deutungen, wieso zwei Brüche gleichwertig sind.
3. ... finden zu einer Bruchzahl möglichst viele gleichwertige Brüche.
4. ... entdecken das Erweitern und Kürzen als Möglichkeit, auf der rechnerischen Ebene sehr schnell gleichwertige Brüche zu
5. ... gewinnen Vertrauen in den Kalkül durch r inhaltliche und die formale Ebene zusamme wirklich gleichwertige Brüche?)
6. … können das Kalkül auf der inhaltlichen Eb deuten als Verfeinern der Einteilung, Kürzen



Inhaltliches Denken vor Kalkül (nicht „statt“)

- Bruchdenken vor Bruchrechnung heißt nicht Verzicht auf Kalkül
- einige Kinder entdecken bei genügender inhaltlicher Vorerfahrung die Rechenregel von alleine (Prinzip der fortschreitenden Schematisierung)
- Und erleben den **Kalkül als Denkentlastung**: auf solider inhaltlicher Basis lassen sich Erweitern und Kürzen dann verstehen als Denkentlastung (zur Suche gleichwertiger Brüche ohne Verpflichtung zur Interpretation)

Entdecken lassender Unterricht …

- … nutzt Darstellungen und Darstellungsmittel (auch technische und digitale Hilfsmittel)
- … folgt dem Prinzip „Inhaltliches Denken vor Kalkül“
- … ist geprägt von problem-genetischen Zugängen
- … macht Mathematik als Prozess erlebbar

Genetisches Prinzip:

- Mathematik entsteht als Antwort auf eine Frage

„Wie mache ich den Gegenstand, der als Antwort auf eine Frage zustande kam, wieder zur Frage?... Alle methodische Kunst liegt darin beschlossen, tote Sachverhalte in lebendige Handlungen zurück zu verwandeln, aus denen sie entsprungen sind“

Heinrich Roth 1970

- Mathematiklernen in sinnstiftenden Kontexten

„Schülerinnen und Schüler entwickeln im Rahmen von Problemsituationen aktiv mathematische Konzepte, entdecken Zusammenhänge und erfahren dadurch Zwecke und Entstehungszusammenhänge der Konzepte“

siehe [15] Leuders et al. (2011), S. 3

Bsp. für das genetische Prinzip

- „toter Sachverhalt“:

  Teilermenge $T_{12} = \{1,2,3,4,6,12\}$

- Lebendige Handlung/Ursprüngliche Frage:

> Wie viele Stücke sollte eine rechteckige Schokolade haben, damit sie bei möglichst vielen verschiedenen Anzahlen von Personen gerecht aufgeteilt werden kann?

- Mathematik (Konzept der Teilermenge) entsteht als Antwort auf eine Frage

Bsp. Für das genetische Prinzip (Teilermenge)

Erkunden A

Wie sind Zahlen zusammengesetzt?

Tipp
Du kannst zunächst das Rechnen bei einer einfachen Zahlenforschung üben.
► Materialblock S. 19/20 Arbeitsmaterial *Mal-Mauern*

1 Schokoladentafeln

Bsp. Für das genetische Prinzip (Teilermenge)

a) Rechts sind zwei Tafeln mit unterschiedlich vielen Stücken abgebildet.
Gib jeweils an, auf wie viele Personen diese gerecht aufgeteilt werden können.
Wann gibt es Streit beim Verteilen?

b) Vielleicht gibt es ja rechteckige Tafeln mit günstigeren Anzahlen.
Als Zahlenforscher kannst du bei der folgenden Frage helfen:

> Wie viele Stücke sollte eine rechteckige Schokolade haben, damit sie bei möglichst vielen verschiedenen Anzahlen von Personen gerecht aufgeteilt werden kann?

Schreibe – so wie Merve – alle deine Vermutungen und Ideen in dein Heft.

Schoko – Tafeln

Welche Stückchenzahl ist am besten ?

Erstmal probiere ich 10 aus

Oder vielleicht breiter ?

E1 Ziele

Die Schülerinnen und Schüler …

- untersuchen Zahlen auf ihre Teiler.
- finden Zahlen mit vielen und wenigen Teilern.
- entdecken Zahlen ohne echte Teiler.

c) Schreibe zur Frage in b) deine Empfehlung auf und begründe sie.

Bsp. Für das genetische Prinzip (Teilermenge)

b) Gruppen gehen verschieden systematisch vor.

b) Eine Milka Schokolade sollte 36 Stücke haben, ~~denn~~ dann kann man es durch
2, 3, 4, 6

$36 = 2 \cdot 18 = 36$; $36 = 3 \cdot 12$; $36 = 4 \cdot 9$

3 6 9 12 15 18 21 24 27 30 — 3er
4 8 12 16 20 24 28 — 4er
5 10 15 20 25 30 — 5er

$\left.\begin{array}{l}\text{3er}\\\text{4er}\\\text{5er}\end{array}\right\}$ Reihe

1) Dreißig ist dadurch die Optimale Anzahl: man kann durch
3 / 4 / 5 teilen

Familie mit 4 Personen: $30 : 4 = 7$ R2

Beide Stücke werden halbiert
So erhält jeder noch ein halbes Stück.

UNI FREIBURG

Bsp. Für das genetische Prinzip (Teilermenge)

Entdecken lassender Unterricht …

- … nutzt Darstellungen und Darstellungsmittel (auch technische und digitale Hilfsmittel)
- … folgt dem Prinzip „Inhaltliches Denken vor Kalkül“
- … ist geprägt von problem-genetischen Zugängen
- … macht Mathematik als Prozess erlebbar

„Zur Kultur und Praxis einer beweisenden Disziplin“ (Heintz, 2000):

Frage,

- wie mathematisches Wissen entsteht und
- wodurch es von der Fachgemeinschaft akzeptiert wird

Drei Kontexte, in denen mathematischer Erkenntnisgewinn statt findet:

- Entdeckungskontext (context of discovery)
- Rechtfertigungskontext (context of validation)
- Überzeugungskontext (context of persuasion)

„Zur Kultur und Praxis einer beweisenden Disziplin“ (Heintz, 2000):

Mit dem “context of discovery” zeigt Heintz auf, dass die Gewinnung von mathematischen Ideen experimentellen und induktiven Charakter hat. Mathematikerinnen und Mathematiker formen Vermutungen über mathematische Zusammenhänge in der Regel nicht etwa durch Ableitung aus bestehenden Sätzen (deduktiv), sondern durch „experimentelles Arbeiten“ mit Beispielen, oder wie es im Rahmen ihrer Studie ein Mathematiker äußert: „Die Grossen sind auch deshalb so gross [sic], weil sie so viel wissen. Sie kennen viele Beispiele und haben viel mit ihnen experimentiert. Darüber spricht man nicht. Man schreibt auch nicht in seinem Paper, wie man zu einer Vermutung gekommen ist. Was für immense Rechnungen manchmal dahinter stecken oder wie viele spezielle Beispiele.“ (Heintz, 2000a, p. 150). Heintz nennt dieses Vorgehen „quasi-experimentell“.

„Zur Kultur und Praxis einer beweisenden Disziplin“ (Heintz, 2000):

Häufig wird die Mathematik als deduktive Wissenschaft gesehen (z.B. Davis & Hersh, 1998; 1981; Courant & Robbins, 2010). Sie gilt als wahr, sicher und präzise und zeichnet sich durch streng deduktive Prozesse aus: „Whenever someone wants an example of certitude and exactness of reasoning, he appeals to mathematics“ (Kline, 1982, c1980, p. 4). Einer der Gründe für diese Sichtweise liegt wohl in der Weise, wie „fertige“ Mathematik publiziert und auch gelehrt wird. Selten wird der Entstehungsprozess dokumentiert und überliefert. Der „context of justification“ dominiert also hier über den „context of discovery“ (vgl. Abschnitt 2.2). Bei dieser

Mathematik als Produkt und Mathematik als Prozess

UNI FREIBURG

Lehre der Mathematik als…

… Produkt (≙ context of justification)	… Prozess (≙ context of discovery)

• Fertige Mathematik wird präsentiert
• Beweise werden nachvollzogen
• Beispiele spielen eine untergeordnete Rolle
• Man erfährt kaum etwas darüber
    • Wie die Mathematik entstanden ist
    • Welche Fragen dahinter standen
    • Welche Irrwege es gab
	• Ein Problem/eine Frage wird präsentiert
	• Eigenständige Auseinandersetzung mit einem subjektiv neuen Sachverhalt oder Problem
	• Selbständiges Erkunden durch
	    • Systematisches Variieren von Beispielen
	    • Aufstellen von Vermutungen
	    • Irrwege als Bestandteil des Prozesses

⇒ Mathematik als Kulturgut	⇒ Mathematik als Tätigkeit

Entdecken lassender Unterricht …

- … nutzt Darstellungen und Darstellungsmittel (auch technische und digitale Hilfsmittel)
- … folgt dem Prinzip „Inhaltliches Denken vor Kalkül“
- … ist geprägt von problem-genetischen Zugängen
- … macht Mathematik als Prozess erlebbar
  - „Forschendes Lernen“ als spezielle Form des entdeckenden Lernens, siehe Präsenzübung

Kognitive Aktivitäten der Lernenden: Die Entdeckertreppe

Abb. 1: Die Entdeckungstreppe: Gestufte Tätigkeiten beim Entdecken

6 Argumente für Entdeckendes Lernen nach Heinrich Winter:

(1) Etwas in Mathematik zu lernen, kann auf die Dauer nicht ohne *Gewinnen von Einsicht* erfolgreich sein. Scheinleistungen (Reproduktion angelernter verbaler Verhaltensweisen) sind zwar durchaus möglich und treten auch gehäuft real auf, können aber nur immer zeitlich und inhaltlich lokal funktionieren. Auf die Dauer ist Lernen mit und durch Einsicht intellektuell sowohl ökonomischer als auch wirkungsvoller (im Sinne von Transferleistungen).
Das Gewinnen von Einsicht kann aber nicht anders als ein Prozess gedacht werden, den der Lernende nur ganz für sich persönlich vollziehen kann.

6 Argumente für Entdeckendes Lernen nach Heinrich Winter [13]:

(2) Die *spezifische Wissensstruktur* mathematischer Inhalte erlaubt grundsätzlich das Lernen durch eigenes Erfahren, da diese Inhalte einerseits eine denkbar helle innere logische Verflechtung besitzen – und somit vielfältig intern kontrollierbar sind – und andererseits in vielen anschaulich zugänglichen Situationen repräsentiert sein können, die die Möglichkeit eigenständigen Erkundens – oft aus dem Alltagswissen heraus – zulassen. Das bedeutet natürlich nicht, dass ein entsprechendes Angebot von Erfahrungs*möglichkeiten* automatisch auch immer Erfahrungs*wirklichkeiten* in allen Schülern hervorriefe.

6 Argumente für Entdeckendes Lernen nach Heinrich Winter [13]:

(3) Das Bemühen um eigenständige Erschließung neuen Wissens und des selbständigen Lösens bietet die Möglichkeit zu *intellektuellen und emotionalen Identifikationen*, zu Erfolgserlebnissen, Teilerfolgserlebnissen, Misserfolgserlebnissen, zu Erlebnissen mit seinem eigenen Verstand, seinem Gedächtnis, seinem Gemüt, seinem Beharrungsvermögen usw.

(4) Selbständiges Erarbeiten erfordert ein ständiges Absuchen und Umorganisieren des vorhandenen Wissens und stellt somit eine intensive und sinnerfüllte Form des Übens dar. Vor allem kann dabei systematisch das *Transferieren* (lat. transferre = hinüberbringen) trainiert werden, was ja Lernerfolg am deutlichsten zum Ausdruck bringt.

6 Argumente für Entdeckendes Lernen nach Heinrich Winter [13]:

(5) Nicht zuletzt wegen der emotionalen Besetzung von Findungsbemühungen ist die Wahrscheinlichkeit hoch einzuschätzen, dass die Inhalte getreulich und langwährend *behalten* und leicht *erinnert* werden. Die Gedächtnisspuren graben sich offenbar tiefer ein. Das ist allerdings dann von fragwürdigem Wert, wenn das Episodisch-Subjektive das Inhaltliche überdeckt oder gar verfälscht.

(6) Unstrittig ist heute, dass jede Art von Lernen nur immer ein *Weiterlernen* ist, dass also die Vorstellung, etwas funkelnd Neues würde auf einen vollkommen leeren Platz im Langzeitgedächtnis abgespeichert, gänzlich inadäquat ist, sogar für niedere Lernformen. Die Idee vom Lernen als einem Entdecken ist in besonderer Weise verträglich mit der des Lernens als eines Prozesses, der weitgehend von dem bestimmt ist, was bereits vorhanden ist.

6 Schwierigkeiten beim entdeckenden Lernen nach Heinrich Winter [13]

(1) Der Lernende kann nur schwer die Bedeutung eines Inhaltes für das Folgelernen abschätzen. Also muss mindestens die Stoffauswahl und Akzentuierung weitgehend extern erfolgen.

(2) Der Umfang der anzueignenden Inhalte ist gemessen an der beschränkten Lernzeit so groß (und wächst ständig an), dass ein gewisses Mindesttempo im Aneignungsprozess notwendig ist.

(3) Die natürliche Neugier muss sich nicht auf Mathematik beziehen. Möglicherweise ist sogar der überwiegende Teil der Schüler grundsätzlich nicht oder nur sehr eingeschränkt für mathematische Fragen zu interessieren.

6 Schwierigkeiten beim entdeckenden Lernen nach Heinrich Winter [13]

(4) Die Situation in der Forschung, also des echten Fortschritts durch Entdecken und Erfinden, unterscheidet sich grundsätzlich von der Situation in der Schule:

Forschung	**Schule**
Erwachsene	Kinder/Schüler
Profis	Laien
freiwillige Gemeinschaft	Zwangsgemeinschaft
offenes Arbeiten	Arbeiten nach Lehrplan

(5) Das System Schule mit Klassenunterricht, Lehrplan, Fachunterricht, Stundenplan, Prüfungen, Zeugnissen usw. erfordert ein programmartiges gesteuertes Vorgehen, allein schon wegen der Vergleichbarkeit.

(6) Die Professionalität des Lehrenden zeigt sich gerade darin, möglichst viele Schülerinnen und Schüler in möglichst kurzer Zeit zu möglichst ansehnlichen und vorzeigbaren Leistungen durch gekonntes Unterrichten zu führen.

Fazit:

- Phasen des entdeckenden Lernens in den Unterricht integrieren

- … „nicht immer, aber immer öfter“

  (Wilfried Herget)

Literatur:

- [13] Heinrich Winter (2016): *Entdeckendes Lernen im Mathematikunterricht*. Springer, Wiesbaden. Verfügbar als e-Book bei der UB.

- [14] Prediger (2009). *Inhaltliches Denken vor Kalkül*. In: Fritz & Schmidt (Hrsg.): Fördernder Mathematikunterricht in der Sekundarstufe 1. Beltz-Verlag, Weinheim. S. 213-234. Verfügbar unter http://www.mathematik.uni-dortmund.de/~prediger/veroeff/09-Beltz-Textaufgaben-Prediger.pdf

- [15] Leuders et al. (2011): *„Das macht Sinn". Sinnstiftung mit Kontexten und Kernideen*. Praxis der Mathematik (37). S. 2-9. Verfügbar unter ILIAS.