

Aufgaben für Montag zum Vorkurs Mathematik

für Mathematiker
vor dem WS 2020/21

Timo Enger, Peter Pfaffelhuber
Universität Freiburg

18. Oktober 2020

Aufgaben Montag

- 1.* Geben Sie jeweils ein Element aus $\mathbb{N}_0 \setminus \mathbb{N}$, aus $\mathbb{Z} \setminus \mathbb{N}_0$, aus $\mathbb{Q} \setminus \mathbb{Z}$, aus $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ an.
- 2.* Seien $\mathcal{A}(x)$ und $\mathcal{B}(x)$ Aussagen, die von der freien Variablen x abhängen. Welche Gleichheiten sind richtig, welche falsch. In welchen Fällen gilt wenigstens “ \Rightarrow ” oder “ \Leftarrow ” anstatt “ $=$ ”?

- (a) $((\exists x : \mathcal{A}(x)) \wedge (\exists x : \mathcal{B}(x))) = (\exists x : \mathcal{A}(x) \wedge \mathcal{B}(x))$
- (b) $((\forall x : \mathcal{A}(x)) \wedge (\forall x : \mathcal{B}(x))) = (\forall x : \mathcal{A}(x) \wedge \mathcal{B}(x))$
- (c) $((\exists x : \mathcal{A}(x)) \vee (\exists x : \mathcal{B}(x))) = (\exists x : \mathcal{A}(x) \vee \mathcal{B}(x))$
- (d) $((\forall x : \mathcal{A}(x)) \vee (\forall x : \mathcal{B}(x))) = (\forall x : \mathcal{A}(x) \vee \mathcal{B}(x))$

- 3.* Negieren Sie folgende Aussagen:

$$\begin{aligned} &\exists a, b, c, n \in \mathbb{N} : (n > 2) \wedge (a^n + b^n = c^n), \\ &\forall a \in \{2, 3, 4, \dots\} \quad \exists p, q \in \mathbb{N} : (p, q \text{ prim}) \wedge (2a = p + q), \\ &\forall n \in \mathbb{N} \quad \exists p \in \mathbb{N} : (p > n) \wedge (p \text{ prim}) \wedge (p + 2 \text{ prim}). \end{aligned}$$

4. Seien A, B, C Mengen. Zeigen Sie

$$\begin{aligned} A \setminus (B \setminus A) &= A, \\ (A \setminus B) \setminus C &= A \setminus (B \cup C), \\ A \setminus (B \setminus C) &= (A \setminus B) \cup (A \cap C). \end{aligned}$$

5. Seien A, B Mengen. Zeigen, dass folgende Aussagen äquivalent sind:

$$(i) \ A \subseteq B \quad (ii) \ A \cap B = A \quad (iii) \ A \cup B = B.$$

- 6.* Erstellen Sie ein Venn-Diagramm für das Haus der Vierecke. Es gibt folgende spezielle Vierecke: Quadrat, Rechteck, Drachenviereck, Trapez, gleichschenkliges Trapez, Parallelogramm, Raute, Sehnenviereck¹, Tangentenviereck².

¹Ein Sehnenviereck ist ein Viereck, bei dem alle vier Ecken auf einem Kreis liegen.

²Ein Tangentenviereck ist ein Viereck, bei dem es einen Kreis gibt, der alle vier Seiten berührt.