PROF. AMADOR MARTIN-PIZARRO — ALBERT-LUDWIGS-UNIVERSITÄT FREIBURG
ÜBUNGEN: MICHAEL LÖSCH — WINTERSEMESTER 2020/2021

Lineare Algebra I

Blatt 9

Abgabe: 01.02.2021, 10 Uhr

Gruppennummer angeben!

Aufgabe 1 (4 Punkte)**.** Berechne die Determinante der Matrix

$$\begin{pmatrix} -1 & -1 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -2 & 5 \\ 2 & 3 & -3 & -1 & 3 \\ -1 & 0 & 4 & -4 & 2 \\ -1 & -2 & -2 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 2 (6 Punkte)**.** Für reelle Zahlen a, b, c und d betrachte die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ b+c+d & a+c+d & a+b+d & a+b+c \\ bc+bd+cd & ac+ad+cd & ab+ad+bd & ab+ac+bc \\ bcd & acd & abd & abc \end{pmatrix}$$

(a) Was ist die Determinante von A (ohne die Regel von Sarrus zu verwenden)?

(b) Begründe, dass A genau dann regulär ist, wenn a, b, c und d paarweise verschieden sind.

Aufgabe 3 (4 Punkte)**.**
Sei A eine Matrix mit $A^n = \mathbf{0}$ für ein $n > 0$.

(a) Ist A regulär?

(b) Ist $A + \mathrm{Id}$ regulär?

Hinweis: Geometrische Reihe.

Aufgabe 4 (6 Punkte)**.**
Für reelle Zahlen $a_1, \ldots, a_n$ nicht alle Null betrachte die Matrix $A = (a_i \cdot a_j)_{\substack{1 \leq i \leq n \\ 1 \leq j \leq n}}$.

(a) Was ist die Dimension von $U = \left\{(x_1, \ldots, x_n) \in \mathbb{R}^n \mid \sum_{i=1}^n a_i \cdot x_i = 0\right\}$? Was ist $F_A(u)$ für u aus U?

(b) Zeige, dass es eine Basis gibt, bezüglich welcher (sowohl im Definitions- als auch im Bildbereich) F_A die Darstellungsmatrix

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & & & \ddots & \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & \sum_{i=1}^n a_i^2 \end{pmatrix}$$

besitzt. Ist A regulär?

ABGABE IN ILIAS ALS EINE EINZIGE PDF-DATEI EINREICHEN.