Übungsblatt 3

Lorenz Bung (Matr.-Nr. 5113060)

Aufgabe 6

a) ***Kardination: Eine Zahl und eine Rechenaufgabe beantworten immer eine Frage nach ‚wie viele?'***
In der Grundschule wird der Zahlbegriff anschaulich als Kardinalität der Menge eingeführt. *"Wie viele Äpfel habe ich, wenn ich zwei zu drei Äpfeln dazu lege?"* oder *"In meinem Geldbeutel sind 4 €. Wie viel Geld habe ich noch, wenn ich mir ein Eis für 2 € kaufe?"* sind Rechenaufgaben, bei denen um das Abzählen einer vorhandenen Anzahl an Objekten geht.
Diese anschauliche Darstellung funktioniert in den rationalen Zahlen jedoch nicht mehr uneingeschränkt. Beispielsweise kann der Bruch ¾ sowohl als Teil einer Pizza interpretiert werden, jedoch auch als Verhältnis von Größen (beispielsweise beim Mischen von Sirup mit Wasser, oder auf Landkarten). Hier steht die Zahl nicht mehr für eine zählbare Größe.

Eineindeutigkeit zwischen Zahl und Zahlzeichen: Jede Zahl hat genau eine Zahlbezeichnung (Zahlnamen), der visuell aus einer Folge von Ziffern und auditiv aus einer bestimmten Folge von Grundzahlwörtern (mit Stellenwertangabe) besteht.
In den natürlichen Zahlen, wie sie in der Grundschule gelernt werden, ist jedem Element eine eindeutige Bezeichnung zugewiesen. Es kann niemals vorkommen, dass zwei unterschiedlich <u>geschriebene</u> Zahlen dasselbe Objekt darstellen: 1 ist niemals 2 oder 4 oder 25.
In den rationalen Zahlen ist dies nicht mehr der Fall, da durch Erweitern und Kürzen von Brüchen mehrere visuelle Repräsentationen dieselbe Bedeutung haben können. Der Bruch ⅔ entspricht beispielsweise derselben Zahl, die der Bruch 4/6 darstellt.

Diskrete Ordnung: Jede Zahl hat einen Nachfolger und – außer der kleinsten Zahl – einen Vorgänger. Die Menge der Zahlen ist wie eine Kette mit Anfang aber ohne Ende.
Die Peanoaxiome werden in der Grundschule intuitiv mit dem Zahlbegriff mitgelernt: Auf die 1 folgt die 2, auf die 2 folgt die 3 usw.
In den rationalen Zahlen ist dies nicht so: Zwischen zwei Brüchen liegen unendlich viele weitere Brüche - es gibt also kein "nächstes Element".

b) ***Kardination***: Es wird vorgeschlagen, den "Aufbau vielfältiger Grundvorstellungen von Brüchen" zu fördern. Das bedeutet, dass verschiedene Ansichtsweisen eines Bruchs betrachtet werden können: Ein Bruch kann für ein Verhältnis stehen, einen Anteil, usw. Damit wird ein breiteres Verständnis für die Darstellung einer Zahl als Bruch geschaffen.

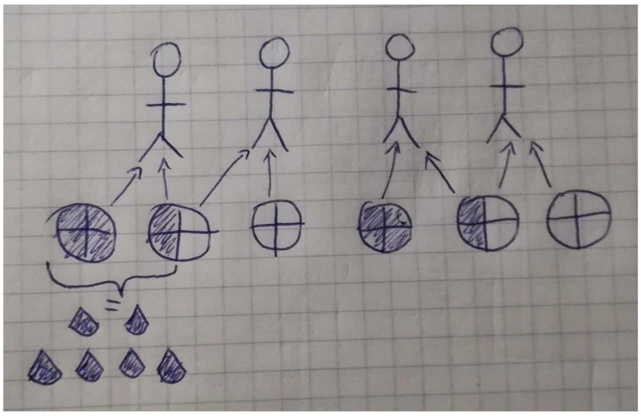
Eineindeutigkeit: Auch hier sollte die Gleichwertigkeit von Brüchen in vielen verschiedenenen Kontexten angesprochen werden. Die oben genannten Beispiele (Sirup-Wasser-Verhältnis oder Maßstab einer Landkarte) können in Kombination mit beispielsweise dem Verständnis als "Aufteilen" dazu führen, dass ein Bruch in mehreren Sichtweisen betrachtet werden kann. Dies erleichtert die Erkenntnis, dass eine Zahl als Bruch mehrere Darstellungen haben kann.

Diskrete Ordnung: Im Text wird vorgeschlagen, manche Fehlvorstellungen "in Szene zu setzen", also besonders zu betonen. Es wird eine Geschichte vorgeschlagen, in der klar wird, dass es nicht unbedingt immer ein "nächstes Element" geben muss.
Dies gibt einerseits die Möglichkeit, solche scheinbar paradoxen Eigenschaften zu Erklären, hat aber noch einen weiteren entscheidenden Vorteil: Lernende, die nicht eigenständig darüber nachgedacht haben, werden darauf aufmerksam gemacht. So wird verhindert, dass ihr scheinbares Verständnis später zu Problemen führen kann.

Aufgabe 7

a) ***Teil eines Ganzen***: Paulas Glas ist zu ⅕ gefüllt. Hannas Glas ist ebenfalls zu ⅕ voll. Die beiden schütten den Inhalt ihrer Gläser nun zusammen. Wie voll ist das Glas nun?
Teil mehrerer Ganzer: Fünf Freunde teilen sich 2 Äpfel. Wie viel bekommt jeder?
Verhältnis: Auf einer Sirupflasche steht: "2 Teile Sirup mit 5 Teilen Wasser mischen". Was ist das Mischverhältnis?
Anteil: Paula schneidet ihre Pizza in 5 gleich große Teile und isst 2 davon. Wie viel von der ganzen Pizza hat sie gegessen?

b) Das nebenstehende Bild stellt ikonisch dar, dass 6/4 sowohl als "sechs geteilt durch vier" wie auch als "sechsmal ein Viertel" verstehen lässt.
Die jeweiligen Anteile der Pizza können an die vier Personen aufgeteilt werden, oder als einzelne Stücke betrachtet werden.



c) **A**: Ja, da hier die Bruchmultiplikation als "Anteil eines Anteils" verstanden wird.
B: Nein, da die Addition von Brüchen dargestellt wird. Zudem ist die Betrachtung einer "viertel Person" nicht sinnvoll, was darauf schließen lässt, dass das Konzept des Bruches noch nicht vollständig verstanden wurde.
C: Auch hier wird die Addition von Brüchen dargestellt.
D: Die Rechnung ist zwar richtig, jedoch ist das "⅔-malige Tun" von etwas nicht sinnvoll. Wahrscheinlich wurde das Konzept nicht (vollständig) verstanden.
E: Hier wurde zwar die mathematische Rechnung richtig ausgeführt, es konnte

jedoch keine passende situative Darstellung gefunden werden. Dies lässt darauf schließen, dass lediglich die Rechenoperation gelernt wurde, jedoch nicht deren Bedeutung.
F: Ähnlich wie bei Beispiel D oder E wurde zwar korrekt gerechnet, aber die angegebene Aufgabe schildert keine passende Situation. Vermutlich wurde das Konzept auch hier noch nicht (vollständig) verstanden.
G: Es wurde eine sehr kreative Beispielsituation gefunden, jedoch lässt sich die Antwort auf die gestellte Frage nicht mit der gegebenen Operation berechnen. Vermutlich besteht zwar ein Verständnis für das Konzept der Bruchmultiplikation (hier die Darstellung als Anteil eines Anteils), jedoch nicht deren Bedeutung (Zahl der Aktivitäten der gesamten Klasse lässt sich nicht als Bruchmultiplikation errechnen).
H: Offensichtlich kein Verständnis (es konnte kein Beispiel gefunden werden).