

Einführung in die Mathematikdidaktik

Vorlesung 8: Curriculum und Kompetenzen

Albert-Ludwigs-Universität Freiburg



**UNI
FREIBURG**

15. Januar 2021

StR Dr. Katharina Böcherer-Linder
Raum 131, Ernst-Zermelo-Straße 1
boecherer-linder@math.uni-freiburg.de

Inhalte dieser Veranstaltung:



	Datum	Thema
1	13.11.	Lerntheorien
2	20.11.	Darstellungsebenen
3	27.11.	Grundvorstellungen
4	4.12.	Entdeckendes Lernen
5	11.12.	Begriffsbildung
6	18.12.	Üben
7	8.1.	Differenzieren
8	15.1.	Curriculum und Kompetenzen
9	22.1.	Modellieren
10	29.1.	Problemlösen
11	5.2.	Begründen und Beweisen
12	15.2.	Klausur

Was, Wann, Wie:

- Welche Inhalte sollen in der Schule gelernt werden?
- In welcher Reihenfolge sollen die Inhalte gelernt werden?
- Wie sollen die Inhalte gelernt werden?

- **Was**, Wann, Wie
- **Welche Inhalte sollen in der Schule gelernt werden?**
- In welcher Reihenfolge sollen die Inhalte gelernt werden?
- Wie sollen die Inhalte gelernt werden?

Was soll gelernt werden?



- ... was man für das tägliche Leben braucht?
- ... was man für die Hochschule braucht?
- ... was einen „Bildungswert“ hat?

Wer legt das eigentlich fest?

Wer legt eigentlich fest, was gelernt wird?



- Nach Grundgesetz ist „Bildung Ländersache“

Grundgesetz Artikel 30:

„Die Ausübung der staatlichen Befugnisse und die Erfüllung der staatlichen Aufgaben ist Sache der Länder“

- Deutscher Föderalismus hat das Ziel einer vertikalen Gewaltenteilung
- Dies soll Machtmissbrauch verhindern (siehe Zentralismus im Dritten Reich, „Gleichschaltung der Länder“)

Was ist die „KMK“?



Kultur- und Bildungspolitik durch die Länder

Die Länder organisieren ihre Zusammenarbeit vor allem über die Kultusministerkonferenz (KMK). Sie ist ein Zusammenschluss der Bildungs- und Forschungsminister. Die Runde wurde 1948 gegründet. Heute sitzen dort die Kultusminister aller 16 Bundesländer an einem Tisch und beraten über überregionale Fragen der Bildung, Hochschulen, Forschung und Kultur. Das gilt etwa für gemeinsame Standards bei Lehrplänen und Schulabschlüssen.

Die KMK hat im Jahr 2003 die sog. „Bildungsstandards“ festgelegt.

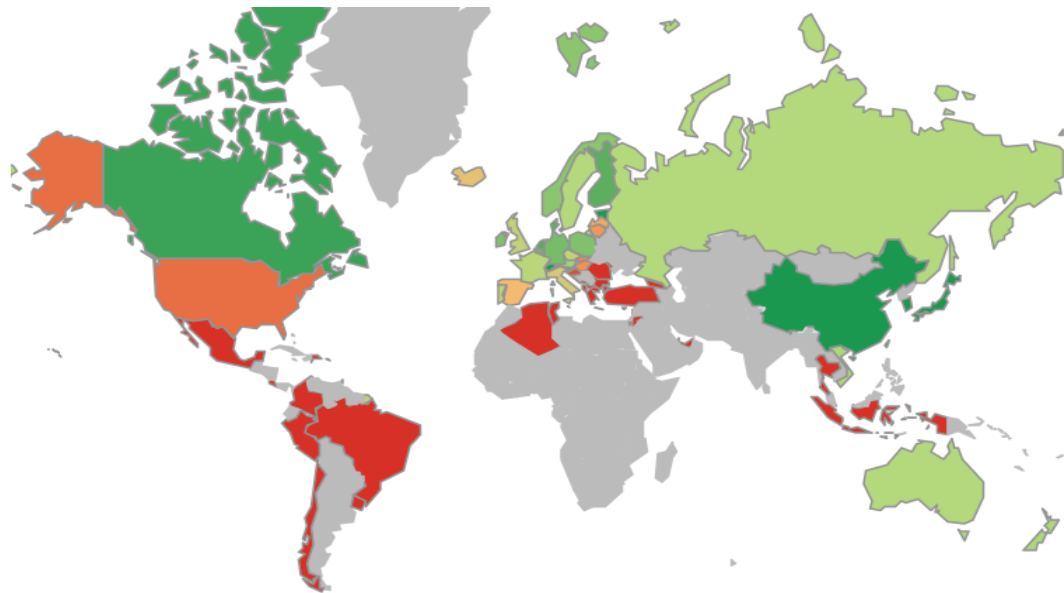
Was sind die „Bildungsstandards“?



Warum Bildungsstandards?

- PISA (Programme for International Student Assessment): Internationale Schulleistungsstudien der OECD-Länder (Organisation for Economic Cooperation and Development), alle drei Jahre, z.B. 2015:

Die erste PISA-Studie (im Jahr 2000) löste in Deutschland einen Schock aus. Wie sich herausstellte, waren die deutschen Schulen im internationalen Leistungsvergleich doch nicht so gut, wie man es jahrzehntelang gedacht hatte.



Kompetenzen - Mathematik

unter

Durchschnitt

über

Ziele der Bildungsstandards



- Qualität sichern
- Vergleichbarkeit zwischen den Bundesländern und Durchlässigkeit des Bildungssystems garantieren
- Festlegung zentraler Inhalte und Bildungsziele
- Länder sind verpflichtet, die Standards umzusetzen
- In Schule und Lehreraus- und fortbildung

Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Mittleren Schulabschluss

(Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 4. 12. 2003)

Inhaltsverzeichnis

... finden Sie im Internet oder auch
auf ILIAS -> Literatur

	Seite
1 Der Beitrag des Faches Mathematik zur Bildung	6
2 Allgemeine mathematische Kompetenzen im Fach Mathematik	7
3 Standards für inhaltsbezogene mathematische Kompetenzen im Fach Mathematik	9
3.1 Mathematische Leitideen	9
3.2 Inhaltsbezogene mathematische Kompetenzen geordnet nach Leitideen	10
4 Aufgabenbeispiele	13
4.1 Anforderungsbereiche der allgemeinen mathematischen Kompetenzen	13
4.2 Kommentierte Aufgabenbeispiele	16

Was macht den Bildungswert von Mathematik aus?



„Die Mathematik ist eine Art Spielzeug,
welches die Natur uns zuwarf zum
Troste und zur Unterhaltung in der
Finsternis“



Jean-Baptiste d'Alembert

„Mathematik ist die schönste und
mächtigste Schöpfung des menschlichen
Geistes“

Stefan Banach



Aus unserer ersten Übung:



- Was ist eigentlich Ihr persönliches Bild von der Mathematik?
- Warum mögen Sie Mathematik? Warum studieren Sie Mathematik? Warum möchten Sie Mathematik unterrichten?
- **Welchen Wert hat es, Mathematik zu lernen?**

Die Bildungsstandards nennen die drei Grunderfahrungen von Heinrich Winter (1995): „Mathematik und Allgemeinbildung“ [04]



Zum „Bildungswert“ von Mathematik:

Der Mathematikunterricht sollte anstreben, die folgenden drei Grunderfahrungen, die vielfältig miteinander verknüpft sind, zu ermöglichen:

- (1) Erscheinungen der Welt um uns, die uns alle angehen oder angehen sollten, aus Natur, Gesellschaft und Kultur, in einer spezifischen Art wahrzunehmen und zu verstehen,
→ Anwendungsbezug, Mathematik als Mittel, die Welt zu begreifen
- (2) mathematische Gegenstände und Sachverhalte, repräsentiert in Sprache, Symbolen, Bildern und Formeln, als geistige Schöpfungen, als eine deduktiv geordnete Welt eigener Art kennen zu lernen und zu begreifen, → Mathematik als Kulturgut
- (3) in der Auseinandersetzung mit Aufgaben Problemlösefähigkeiten, die über die Mathematik hinaus gehen, (heuristische Fähigkeiten) zu erwerben.
→ Mathematik als „Schule des Denkens“

„Dementsprechend“ werden dann die Standards formuliert.

- Was, **Wann**, Wie
- Welche Inhalte sollen in der Schule gelernt werden?
- **In welcher Reihenfolge sollen die Inhalte gelernt werden?**
- Wie sollen die Inhalte gelernt werden?

Wie hängen die Inhalte zusammen?



Problem: Detailwissen ohne Zusammenhang

„Die Schüler stehen ratlos vor einer Unmenge von Einzelheiten, die weder zu großen Ideen noch zu alltäglichem Denken eine Beziehung erkennen lassen.“ (A.N. Whitehead, **1929**)

„Die Schüler lernen jedes Halbjahr neue zusammenhanglose Bröckchen“ (Leuders in ZEIT, **2012/2**)

Lösungsansatz:

Der Aufbau des Curriculums orientiert sich an zwei Grundsätzen:

1. Spiralprinzip
2. Fundamentale Ideen

Warum „Fundamentale Ideen“?



Die Frage nach

- ... sinnstiftenden Zusammenhängen
- ... einer Strukturierung der Inhalte (aber nicht rein deduktiv)
- ...dem Allgemeinen im Speziellen
 - „Etwas als spezifisches Beispiel eines allgemeinen Falles zu begreifen... bedeutet, dass man nicht nur einen speziellen Sachverhalt erlernt hat, sondern auch ein Modell für das **Verstehen** anderer, ähnlicher Sachverhalte, denen man noch begegnen kann“ (Bruner, 1973)

...führt auf den Begriff der **Fundamentalen Ideen**.

„Der **Begriff der fundamentalen Idee** ist als eine Antwort auf die Überflutung mit unverbundenem Detailwissen und auf das Problem der Stofffülle und Stoffisolation zu sehen“ (Tietze et al., 1997, S. 37, siehe [13])

Das Spiralprinzip

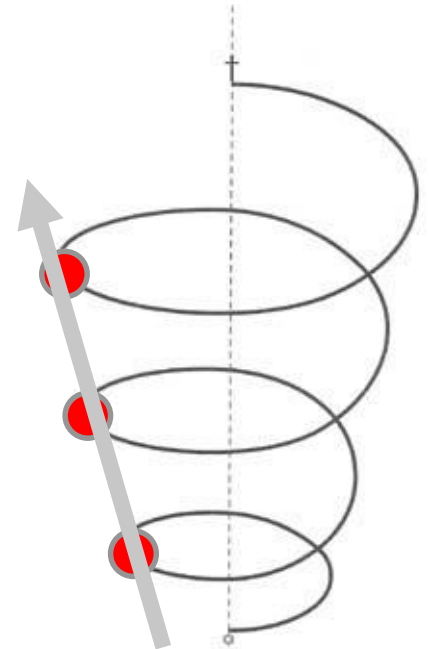


Grundlage ist die Hypothese des Entwicklungspsychologen Jerome Bruner:

„An den Anfang stellen wir die Hypothese: Jedem Kind kann auf jeder Entwicklungsstufe jeder Lehrgegenstand in einer intellektuell ehrlichen Form erfolgreich gelehrt werden“.

„intellektuell ehrlich“ → vereinfachen, ohne zu verfälschen

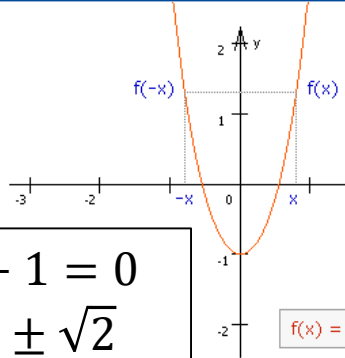
„Lehrgegenstand“ → basale Ideen, grundlegende Themen (→ Fundamentale Ideen)



Beispiel: Symmetrie im Spiralcurriculum



BURG



Endliche Symmetriegruppen

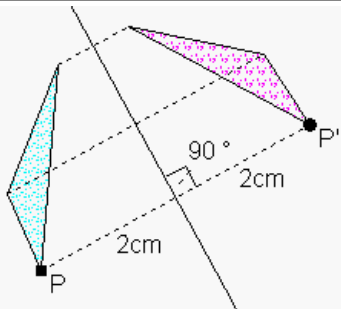
(S_3, \circ):

\circ	ρ_0	ρ_1	ρ_2	σ_1	σ_r	σ_o
ρ_0	ρ_0	ρ_1	ρ_2	σ_1	σ_r	σ_o
ρ_1	ρ_1	ρ_2	ρ_0	σ_o	σ_1	σ_r
ρ_2	ρ_2	ρ_0	ρ_1	σ_r	σ_o	σ_1
σ_1	σ_1	σ_r	σ_o	ρ_0	ρ_1	ρ_2
σ_r	σ_r	σ_o	σ_1	ρ_2	ρ_0	ρ_1
σ_o	σ_o	σ_1	σ_r	ρ_1	ρ_2	ρ_0

$$f(x) = x^4 + 3x^2 - 1$$

$$x^2 - 2x + 1 = 0$$

$$x_{1/2} = 1 \pm \sqrt{2}$$



Universität

Oberstufe

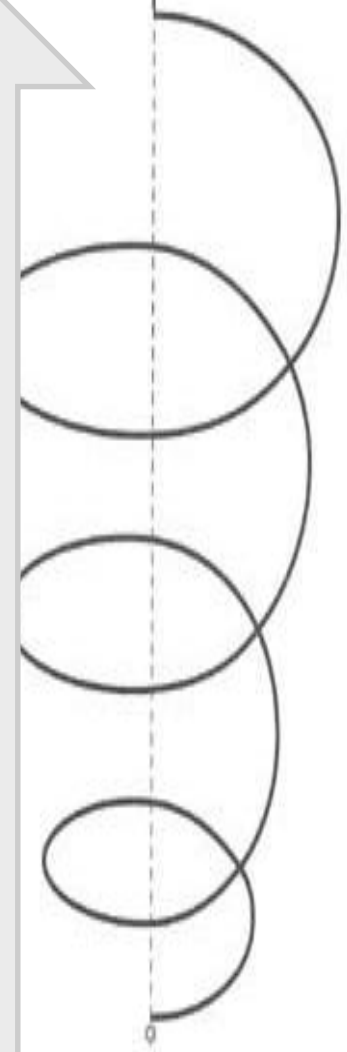
Mittelstufe

Unterstufe

Grundschule

Kindergarten

Fundamentale Idee: Symmetrie



Folgerungen aus dem Spiralprinzip



- In einem spiraligen Curriculum werden Inhalte immer wieder aufgegriffen und schrittweise vertieft, präzisiert oder verallgemeinert
- Begriffsbildung ist ein langfristig angelegter Prozess (Bsp. Funktionsbegriff)
- Wiederholungsschritte sind „eingebaut“, Themen werden auf höherer Entwicklungsstufe wieder aufgegriffen
- Vorerfahrungen müssen berücksichtigt werden
- Prinzip der Fortsetzbarkeit: So unterrichten, dass das mathematische Wissen anschlussfähig ist für spätere Präzisierung und Verallgemeinerung

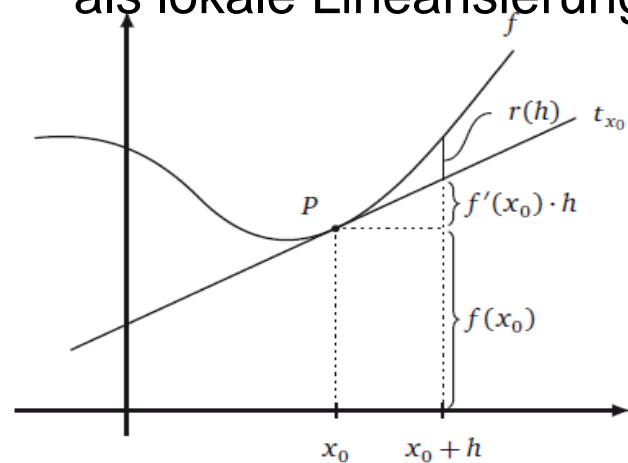
Prinzip der Fortsetzbarkeit am Beispiel der Differenzierbarkeit

Definition 10.2 Differenzierbarkeit vektorwertiger Funktionen. Seien $D \subset \mathbb{R}^n$ offen und $f : D \rightarrow \mathbb{R}^m$. Die Funktion f heißt im Punkt $\xi \in D$ differenzierbar, wenn es eine lineare Abbildung $M : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ und eine in ξ stetige Funktion $r : D \rightarrow \mathbb{R}^m$ gibt, so dass

$$f(x) = f(\xi) + M(x - \xi) + r(x) \|x - \xi\|_2, \quad x \in D, \quad (10.1)$$

und $r(\xi) = 0$ gelten. Man nennt M die erste Ableitung von $f(x)$ in ξ , im Zeichen $f'(\xi) := M$. \square

Grundvorstellung der Ableitung
als lokale Linearisierung:



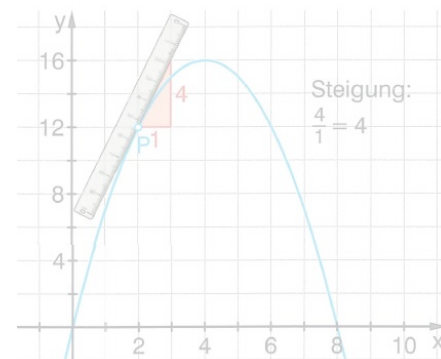
$$f(x_0 + h) = f(x_0) + f'(x_0) \cdot h + r(h)$$

mit $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{r(h)}{h} = 0$

differenzierbar
 \Leftrightarrow linearisierbar

Fortsetzbarkeit

Grundvorstellung der Ableitung
als Tangentensteigung:

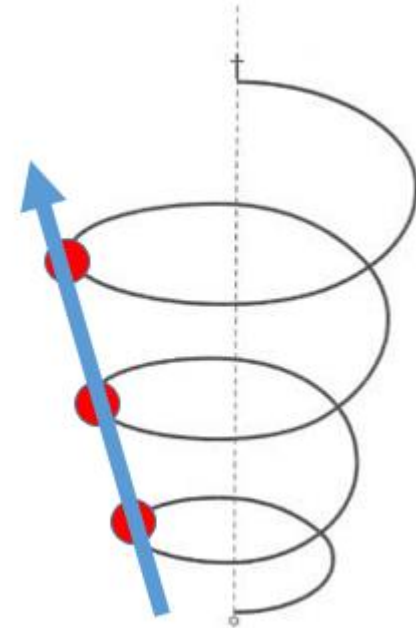


$$f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

Fundamentale Idee und Prinzip der Fortsetzbarkeit:



„Wenn früheres Lernen späteres Lernen erleichtern soll, dann muss es ein **allgemeines Bild** geben, das die Beziehungen zwischen den früher und den später begegnenden Dingen deutlich macht.“ (Bruner, 1973)



Was ist eine Fundamentale Idee?



Fundamentale Idee eines Bereichs ist ein zentrales „Denk-, Handlungs-, Beschreibungs- oder Erklärungsschema, das

- (1) in verschiedenen Gebieten vielfältig anwendbar oder erkennbar ist (**Horizontalkriterium**),
- (2) auf jedem intellektuellen Niveau aufgezeigt und vermittelt werden kann (**Vertikalkriterium**),
- (3) einen Bezug zu Sprache und Denken des Alltags und der Lebenswelt besitzt (**Sinnkriterium**).“

(Schwill 1994, S. 20,
zit. nach Tietze et al. 1997, S. 38
Siehe [13])

Didaktischer Nutzen des Konstruktes „Fundamentale Idee“



- **Vernetzung:** Inhalte werden vernetzt, verknüpft, bleiben nicht isoliert und sind dadurch auch besser erinnerbar
- **Transfer:** Wenn etwas als allgemeines Prinzip erkannt wird, kann es eher auf neue Situationen übertragen werden
- **Sinnstiftung:** Anwendungen und Bezüge zur Alltagswelt werden deutlich
- Als **Metawissen** für Lehrkräfte:
 - **Rückschauerspektive:** Unterricht an das anknüpfen und das weiterentwickeln, was vorher war
 - **Vorschauerspektive:** Unterricht als Vorbereitung auf das, was kommt (im Hinterkopf haben, worauf es hinausläuft, wie Inhalte fortgesetzt werden bspw. Differenzierbarkeit im Mehrdimensionalen)

- Was, Wann, **Wie**
- Welche Inhalte sollen in der Schule gelernt werden?
- In welcher Reihenfolge sollen die Inhalte gelernt werden?
- **Wie sollen die Inhalte gelernt werden?**

„Ideen halten sich nicht. Es muss etwas mit ihnen getan werden“ (Whitehead, 1929)

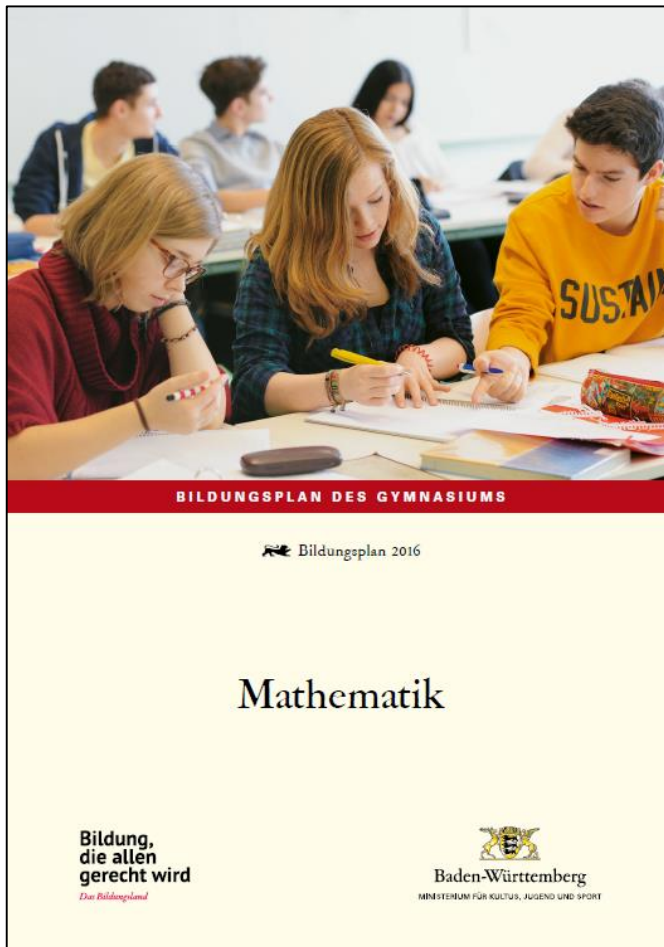
Handungsleitende Verben wie rechnen, multiplizieren, lösen, differenzieren, zeichnen, messen, erweitern, kürzen, umwandeln, vergrößern, abschätzen, schließen, konstruieren, Darstellungen wechseln

angeben	beschreiben, formulieren	deuten, interpretieren	nutzen, umgehen mit, verwenden
anwenden, durchführen		entnehmen	skizzieren
auswerten	bestimmen, erschließen	erkennen	überprüfen
begründen	beurteilen, bewerten		untersuchen
	beweisen	erklären, erläutern	vergleichen
berechnen		identifizieren	zuordnen
	darstellen		

Der Bildungsplan 2016



UNI
FREIBURG



Bildungsplan 2016 – Gymnasium

Mathematik

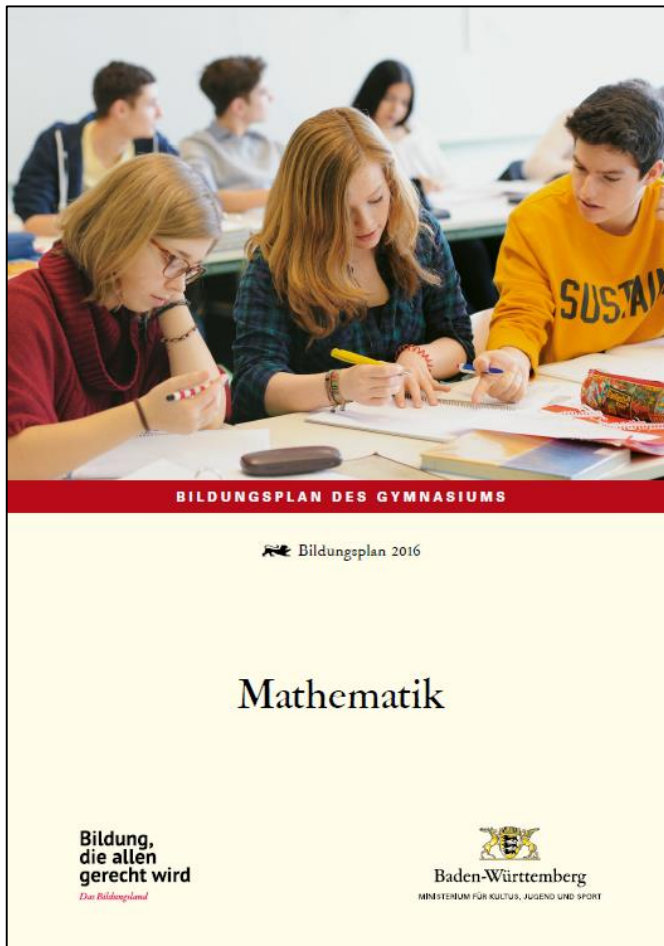
Inhaltsverzeichnis

1. Leitgedanken zum Kompetenzerwerb	3
1.1 Bildungswert des Faches Mathematik	3
1.2 Kompetenzen	5
1.3 Didaktische Hinweise	8
2. Prozessbezogene Kompetenzen	11
2.1 Argumentieren und Beweisen	11
2.2 Probleme lösen	12
2.3 Modellieren	13
2.4 Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen	14
2.5 Kommunizieren	15
3. Standards für inhaltsbezogene Kompetenzen	16
3.1 Klassen 5/6	16
3.1.1 Leitidee Zahl – Variable – Operation	16
3.1.2 Leitidee Messen	18
3.1.3 Leitidee Raum und Form	19
3.1.4 Leitidee Funktionaler Zusammenhang	21
3.1.5 Leitidee Daten und Zufall	22
3.2 Klassen 7/8	23
3.2.1 Leitidee Zahl – Variable – Operation	23
3.2.2 Leitidee Messen (keine Inhalte in den Klassen 7/8)	25
3.2.3 Leitidee Raum und Form	25
3.2.4 Leitidee Funktionaler Zusammenhang	27
3.2.5 Leitidee Daten und Zufall	28
3.3 Klassen 9/10	30
3.3.1 Leitidee Zahl – Variable – Operation	30
3.3.2 Leitidee Messen	31
3.3.3 Leitidee Raum und Form	32
3.3.4 Leitidee Funktionaler Zusammenhang	34
3.3.5 Leitidee Daten und Zufall	36
3.4 Klassen 11/12	38
3.4.1 Leitidee Zahl – Variable – Operation	38
3.4.2 Leitidee Messen	39
3.4.3 Leitidee Raum und Form	40
3.4.4 Leitidee Funktionaler Zusammenhang	41
3.4.5 Leitidee Daten und Zufall	43
4. Operatoren	44

Der Bildungsplan 2016



UNI
FREIBURG



Bildungsplan 2016 – Gymnasium

Mathematik

Inhaltsverzeichnis

1. Leitgedanken zum Kompetenzerwerb	3
1.1 Bildungswert des Faches Mathematik	3
1.2 Kompetenzen	5
1.3 Didaktische Hinweise	8
2. Prozessbezogene Kompetenzen	11
2.1 Argumentieren und Beweisen	11
2.2 Probleme lösen	12
2.3 Modellieren	13
2.4 Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen	14
2.5 Kommunizieren	15
3. Standards für inhaltsbezogene Kompetenzen	16
3.1 Klassen 5/6	16
3.1.1 Leitidee Zahl – Variable – Operation	16
3.1.2 Leitidee Messen	18
3.1.3 Leitidee Raum und Form	19
3.1.4 Leitidee Funktionaler Zusammenhang	21
3.1.5 Leitidee Daten und Zufall	22
3.2 Klassen 7/8	23
3.2.1 Leitidee Zahl – Variable – Operation	23
3.2.2 Leitidee Messen (keine Inhalte in den Klassen 7/8)	25
3.2.3 Leitidee Raum und Form	25
3.2.4 Leitidee Funktionaler Zusammenhang	27
3.2.5 Leitidee Daten und Zufall	28
3.3 Klassen 9/10	30
3.3.1 Leitidee Zahl – Variable – Operation	30
3.3.2 Leitidee Messen	31
3.3.3 Leitidee Raum und Form	32
3.3.4 Leitidee Funktionaler Zusammenhang	34
3.3.5 Leitidee Daten und Zufall	36
3.4 Klassen 11/12	38
3.4.1 Leitidee Zahl – Variable – Operation	38
3.4.2 Leitidee Messen	39
3.4.3 Leitidee Raum und Form	40
3.4.4 Leitidee Funktionaler Zusammenhang	41
3.4.5 Leitidee Daten und Zufall	43
4. Operatoren	44

- ... Inhalte, die unterrichtet werden sollen, werden gewissen **Leitideen** zugeordnet.
- ... dadurch sollen über die verschiedenen Jahrgänge hinweg inhaltliche Zusammenhänge deutlich werden.
- Zum Vergleich: Der Begriff „Leitidee“ ist eine etwas gröbere Kategorie als der Begriff „fundamentale Idee“, verfolgt aber auch das Ziel einer Strukturierung von Inhalten und Verdeutlichung inhaltlicher Beziehungen.

3.	Standards für inhaltsbezogene Kompetenzen	16
3.1	Klassen 5/6	16
3.1.1	Leitidee Zahl – Variable – Operation	16
3.1.2	Leitidee Messen	18
3.1.3	Leitidee Raum und Form	19
3.1.4	Leitidee Funktionaler Zusammenhang	21
3.1.5	Leitidee Daten und Zufall	22
3.2	Klassen 7/8	23
3.2.1	Leitidee Zahl – Variable – Operation	22
3.2.2	Leitidee Messen (keine Inhalte in den Klassen 7/8)	
3.2.3	Leitidee Raum und Form	
3.2.4	Leitidee Funktionaler Zusammenhang	
3.2.5	Leitidee Daten und Zufall	
3.3	Klassen 9/10	
3.3.1	Leitidee Zahl – Variable – Operation	
3.3.2	Leitidee Messen	
3.3.3	Leitidee Raum und Form	
3.3.4	Leitidee Funktionaler Zusammenhang	
3.3.5	Leitidee Daten und Zufall	
3.4	Klassen 11/12	
3.4.1	Leitidee Zahl – Variable – Operation	38
3.4.2	Leitidee Messen	39
3.4.3	Leitidee Raum und Form	40
3.4.4	Leitidee Funktionaler Zusammenhang	41
3.4.5	Leitidee Daten und Zufall	43

Der Bildungsplan 2016 unterscheidet 5 Leitideen, die das Spiralcurriculum strukturieren und in jeder Doppeljahrgangsstufe wieder aufgegriffen werden.

Zum Vergleich: Bildungsplan 1984



Gymnasium Mathematik *in der Fachaufgabe* Übersicht

Klasse 5

	Richtstundenzahl
Lehrplaneinheit 1: Natürliche Zahlen	52
Lehrplaneinheit 2: Geometrische Grunderfahrungen	24
Lehrplaneinheit 3: Messen, Schätzen, Rechnen	28
Überprüfung der Schülerleistungen	16

Klasse 6

Lehrplaneinheit 1: Teilbarkeit der natürlichen Zahlen
Lehrplaneinheit 2: Bruchzahlen in Bruchschreibweise
Lehrplaneinheit 3: Bruchzahlen in Dezimalschreibweise
Lehrplaneinheit 4: Rechnen mit Größen
Lehrplaneinheit 5: Winkel und Kreis, Kongruenzabbildungen
Überprüfung der Schülerleistungen

Der Bildungsplan 1984 macht die inhaltlichen Bezüge innerhalb des Spiralcurriculums nicht deutlich.

150

Klasse 7

Lehrplaneinheit 1: Proportionalität	30
Lehrplaneinheit 2: Geometrische Grundkonstruktionen	28
Lehrplaneinheit 3: Rationale Zahlen	30
Lehrplaneinheit 4: Terme und Gleichungen	16
Überprüfung der Schülerleistungen	16

120

Inhalte werden als „inhaltsbezogene Kompetenzen“ formuliert

Inhalt + Tätigkeit = Inhaltsbezogene Kompetenz

Die Schülerinnen und Schüler können

Zahlbereiche erkunden

- (1) die Prinzipien des dezimalen *Stellenwertsystems* im Vergleich zu einem anderen Zahlensystem beschreiben
- (2) *natürliche Zahlen* bis zur Größenordnung Billion lesen und nach Hören in *Ziffern* schreiben
- (3) Eigenschaften *natürlicher Zahlen* untersuchen (einfache *Primzahlen* erkennen, Primfaktoren bestimmen, die Teilbarkeitsregeln für 2, 3, 5, 6, 9, 10 anwenden)

P 2.1 Argumentieren und Beweisen 1, 2

Warum „inhaltsbezogene Kompetenz“ und nicht einfach „Inhalt“? (Vergleich mit Bildungsplan 1984)



Gymnasium Mathematik Klasse 6

Lehrplaneinheit 1: Teilbarkeit der natürlichen Zahlen

Mit den Teilbarkeitsregeln gewinnt der Schüler Hilfen für das praktische Rechnen, insbesondere im Hinblick auf die Bruchrechnung. Außerdem lernt der Schüler die grundlegende Bedeutung der Primzahlen für den Aufbau der natürlichen Zahlen kennen.

Teiler und Vielfache

Teilbarkeitsgesetze

Teilbarkeitsregeln

Primzahlen, Primfaktorzerlegung

Größter gemeinsamer Teiler

Kleinstes gemeinsames Vielfaches

Z Euklidischer Algorithmus zur
Bestimmung des ggT

Z Restklassen

Regeln für 5, 10, 25; 2, 4, 8; 3, 6, 9

Warum „Kompetenzformulierung“?



- ... man möchte wegkommen von einem schematischen, rezeptartigen Unterricht
- Tätigkeiten wie „erkunden“, „erschließen“, „untersuchen“, „überprüfen“, „deuten“, „darstellen“, „interpretieren“, ... sind explizit im Lehrplan aufgenommen

Anlass war der „PISA-Schock“ (siehe Folie 8):

- Deutschland war in der PISA-Studie von 2000 besonders schlecht beim Problemlösen, offeneren Aufgaben

Früher: Eher schematisch-rezeptartiges Lernen. Der Lehrer macht es vor, die Schüler machen es nach



1 Teiler und Vielfache einer Zahl



1

Kisten mit Mineralwasser enthalten meistens 12 Flaschen.
Warum gibt es keine Kisten, die 11 oder 13 Flaschen enthalten?

2

Im Großmarkt sollen 30 Kisten Mineralwasser gestapelt werden. Was hat der Angestellte falsch gemacht, wenn er beabsichtigt, alle Stapel gleich hoch zu machen? Welche Möglichkeiten hätte er für den ersten Stapel gehabt?

84 Äpfel kann man in einer Klasse mit 28 Schülern so verteilen, daß alle Schüler gleich viele Äpfel bekommen. Mit 30 Schülern wäre dies nicht möglich.

Die Division 84 durch 28 „geht auf“, weil 84 ein Vielfaches von 28 ist, $84 = 28 \cdot 3$; dividieren wir dagegen 84 durch 30, so bleibt ein Rest: $84:30 = 2 \text{ Rest } 24$.

Beim Dividieren der Zahl 72 durch 6 bleibt kein Rest. Wir sagen:

72 ist **teilbar** durch 6 oder 6 **teilt** 72.

Wir nennen 72 ein **Vielfaches** von 6 und 6 einen **Teiler** von 72.

Aus dem Lambacher Schweizer, 1994, Klasse 6

4

Prüfe, ob

- a) 17 ein Teiler von 952 ist
- b) 576 durch 12 teilbar ist
- c) 28 die Zahl 1 316 teilt
- d) 1 980 ein Vielfaches von 9 ist.

5

Setze im Heft für \square passend „teilt“ oder „teilt nicht“ ein.

- | | | |
|----------------------|-------------------|-----------------|
| a) $6 \square 30$; | $4 \square 30$; | $8 \square 30$ |
| b) $30 \square 90$; | $9 \square 30$; | $90 \square 30$ |
| c) $1 \square 18$; | $18 \square 18$; | $1 \square 1$ |

6

Bestimme die Teilermenge von

- | | | | |
|--------|--------|--------|---------|
| a) 10 | b) 16 | c) 21 | d) 30 |
| e) 36 | f) 45 | g) 60 | h) 72 |
| i) 86 | j) 99 | k) 100 | l) 101 |
| m) 112 | n) 150 | o) 156 | p) 157. |

Kompetenzformulierung soll zu einer anderen Unterrichtskultur führen ...

Die Schülerinnen und Schüler können

Zahlbereiche erkunden

E1 Ziele

Die Schülerinnen und Schüler ...

- untersuchen Zahlen auf ihre Teiler.
- finden Zahlen mit vielen und wenigen Teilern.
- entdecken Zahlen ohne echte Teiler.

Aus Mathewerkstatt,
2014, Klasse 6

- a) Rechts sind zwei Tafeln mit unterschiedlich vielen Stücken abgebildet. Gib jeweils an, auf wie viele Personen diese gerecht aufgeteilt werden können. Wann gibt es Streit beim Verteilen?



- b) Vielleicht gibt es ja rechteckige Tafeln mit günstigeren Anzahlen. Als Zahlenforscher kannst du bei der folgenden Frage helfen:

Wie viele Stücke sollte eine rechteckige Schokolade haben, damit sie bei möglichst vielen verschiedenen Anzahlen von Personen gerecht aufgeteilt werden kann?

E1 Differenzierung

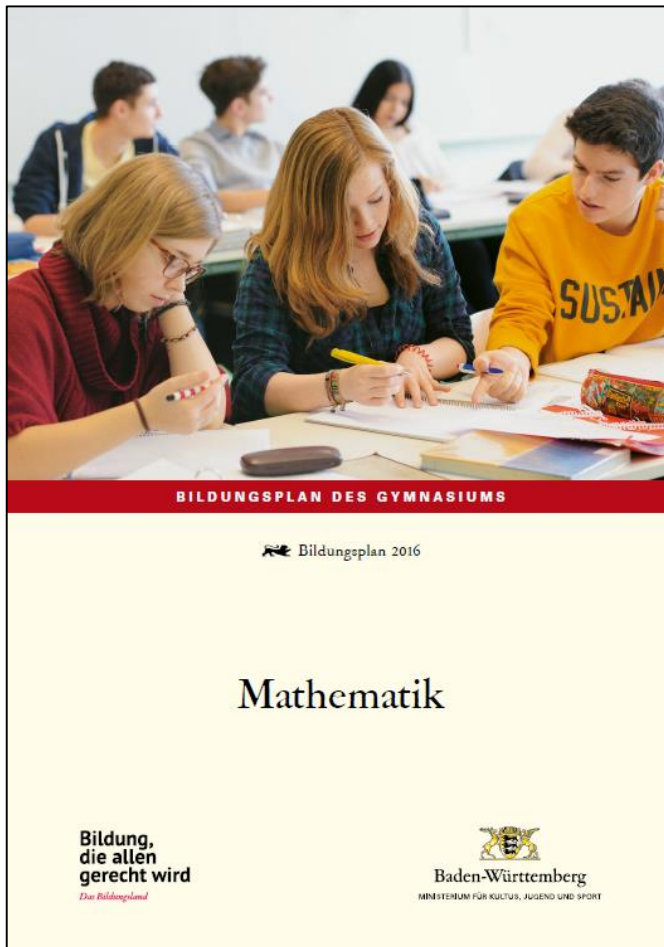
Schülern, bei denen absehbar ist, dass sie Schwierigkeiten haben, kann man konkretes Material zur Verfügung stellen (z. B. Quadratplättchen).

Erweiterung für stärkere Schüler während der PA:
„Welche Zahl unter Hundert hat die meisten Teiler?“

Der Bildungsplan 2016



UNI
FREIBURG



Bildungsplan 2016 – Gymnasium		Mathematik
Inhaltsverzeichnis		
1. Leitgedanken zum Kompetenzerwerb		3
1.1 Bildungswert des Faches Mathematik		3
1.2 Kompetenzen		5
1.3 Didaktische Hinweise		8
2. Prozessbezogene Kompetenzen		11
2.1 Argumentieren und Beweisen		11
2.2 Probleme lösen		12
2.3 Modellieren		13
2.4 Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen		14
2.5 Kommunizieren		15
3. Standards für inhaltsbezogene Kompetenzen		16
3.1 Klassen 5/6		16
3.1.1 Leitidee Zahl – Variable – Operation		16
3.1.2 Leitidee Messen		18
3.1.3 Leitidee Raum und Form		19
3.1.4 Leitidee Funktionaler Zusammenhang		21
3.1.5 Leitidee Daten und Zufall		22
3.2 Klassen 7/8		23
3.2.1 Leitidee Zahl – Variable – Operation		23
3.2.2 Leitidee Messen (keine Inhalte in den Klassen 7/8)		25
3.2.3 Leitidee Raum und Form		25
3.2.4 Leitidee Funktionaler Zusammenhang		27
3.2.5 Leitidee Daten und Zufall		28
3.3 Klassen 9/10		30
3.3.1 Leitidee Zahl – Variable – Operation		30
3.3.2 Leitidee Messen		31
3.3.3 Leitidee Raum und Form		32
3.3.4 Leitidee Funktionaler Zusammenhang		34
3.3.5 Leitidee Daten und Zufall		36
3.4 Klassen 11/12		38
3.4.1 Leitidee Zahl – Variable – Operation		38
3.4.2 Leitidee Messen		39
3.4.3 Leitidee Raum und Form		40
3.4.4 Leitidee Funktionaler Zusammenhang		41
3.4.5 Leitidee Daten und Zufall		43
4. Operatoren		44

Kompetenzorientierung: Prozessbezogene Kompetenzen

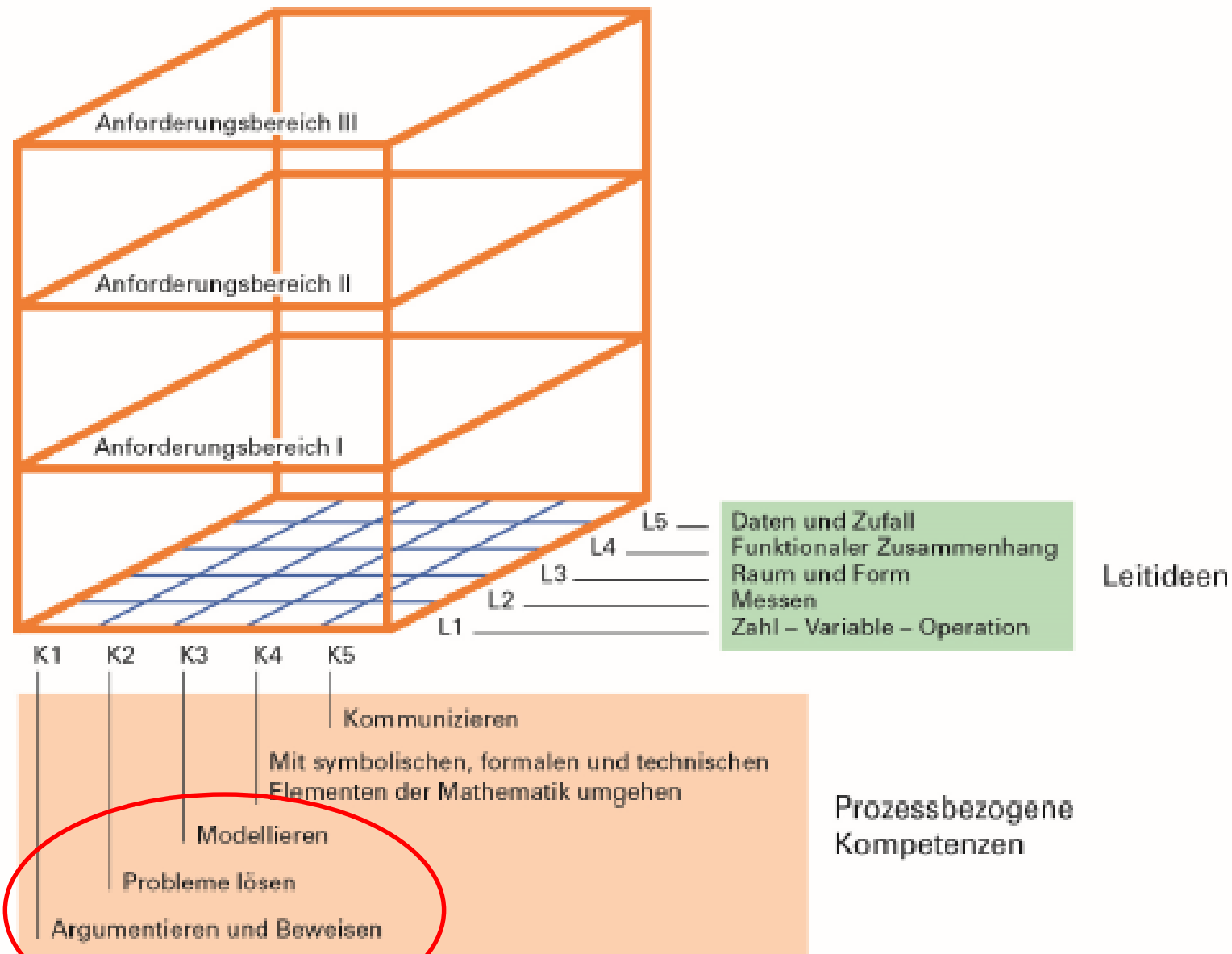


Prozessbezogene Kompetenzen

Diese sind gegliedert in die fünf Bereiche

- *Argumentieren und Beweisen,*
- *Probleme lösen,*
- *Modellieren,*
- *Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen,*
- *Kommunizieren.*

Diese übergreifenden Kompetenzen beziehen sich auf typische mathematische Tätigkeiten über alle mathematischen Inhalte hinweg und sollen sich im Bildungsprozess bis zum Ende des Bildungsgangs bei allen Schülerinnen und Schülern herausbilden. Sie werden weder nach Niveau noch nach



Zusammenhang zwischen prozessbezogenen Kompetenzen, Leitideen (inhaltsbezogenen Kompetenzen) und Anforderungsbereichen (© Landesinstitut für Schulentwicklung)

Inhalte dieser Veranstaltung:



	Datum	Thema
1	13.11.	Lerntheorien
2	20.11.	Darstellungsebenen
3	27.11.	Grundvorstellungen
4	4.12.	Entdeckendes Lernen
5	11.12.	Begriffsbildung
6	18.12.	Üben
7	8.1.	Differenzieren
8	15.1.	Curriculum und Kompetenzen
9	22.1.	Modellieren
10	29.1.	Problemlösen
11	5.2.	Begründen und Beweisen
12	15.2.	Klausur

Prozess-
bezogene
Kompetenzen

- [23] Büchter, A. (2014). *Das Spiralprinzip*. Mathematik lehren (182). S. 2-9. Verfügbar unter ILIAS.
- [24] Bildungsplan 2016, Baden-Württemberg, Gymnasium, Mathematik. Verfügbar unter <http://www.bildungsplaene-bw.de/Lde/LS/BP2016BW/ALLG/GYM/M>
- [25] Tietze et al. (1997). *Fundamentale Ideen*. In: Mathematikunterricht in der Sekundarstufe II, Band 1: Fachdidaktische Grundfragen – Didaktik der Analysis. Vieweg, Braunschweig. S. 37 – 42. Verfügbar unter ILIAS.
- [26] Bildungsstandards für den Mittleren Schulabschluss. Beschluss der KMK, 2003. Verfügbar unter ILIAS.