Unterrichtsentwurf für den 2. Beratungsbesuch

Vor- und Nachname Lorenz Bung	
Schulanschrift (mit Telefonnummer) Walther-Rathenau-Gewerbeschule, Friedrichstr. 51, 79098 Freiburg. 0761/201-7942 Schulleiter/-in Renate Storm	
Mentor/-in Rüdiger Hölzel	Ausbilder/-in Simon Oswald
Datum 20.05.2025	Uhrzeit 11:30 – 13:00
Klasse und Schulart TGG11	Raum 206
Fach Mathematik	

Thema des Unterrichts

Einführung in die Vektorgeometrie: Vektoren im 2D und Addition von Vektoren

Inhaltsverzeichnis

Anhang

1. Überblick und zentrales Anliegen

1.1 Thema	Einführung in die Vektorgeometrie: Vektoren im 2D und Addition von Vektoren
1.2 Lehrplanbezug	**BPE 7: Vektorielle Geometrie – Grundlagen** Insbesondere **BPE 7.1**: "*Die Schülerinnen und Schüler deuten Vektoren als Pfeilklassen und interpretieren sie geometrisch als Verschiebung. Sie zeichnen geometrische Objekte im dreidimensionalen Koordinatensystem und nutzen das Koordinatensystem, um geometrische Sachverhalte zu beschreiben.*" Weiterhin **BPE 7.2**: "*Die Schülerinnen und Schüler verwenden elementare Rechenoperationen für Vektoren und deuten sie geometrisch.*"
1.3 Zentrales Anliegen	Nach der Stunde können die SuS Positionen in der Ebene als Ortsvektoren angeben sowie Verbindungsvektoren zwischen Punkten berechnen. Sie verstehen weiterhin die Addition von Vektoren als Verkettung von Bewegungen und können diese rechnerisch und graphisch anwenden.
1.4 Lehr-Lernarrangement	Nach Begrüßung der SuS wird anhand des Beispiels einer Fluglinie und den Verbindungen zwischen Städten problemorientiert in den Unterricht eingeführt. Diese Problemstellung leitet direkt in die erste Erkundungsaufgabe über, bei welcher durch die SuS für die genannte Situation ein mathematisches Lösungsmodell entwickelt werden soll. In der anschließenden Besprechung und Diskussion werden die Ergebnisse der Aufgabe formalisiert und das Konzept des Vektors eingeführt. Zur Vertiefung der Inhalte folgt dann eine Übungsaufgabe mit anschließender Sicherung, in welcher das Konzept des Verbindungsvektors geübt werden soll. Darauf folgend stößt eine zweite Erkundungsphase die SuS am Beispiel der Bewegungen einer Schachfigur auf die Idee des "Aneinanderhängens" von Vektoren. Nach Besprechung werden auch hier die Ergebnisse formalisiert und als Konzept der Addition von Vektoren festgehalten. Abschließend werden die Ergebnisse der Stunde am Beispiel einer Lieferdrohne weiter vertieft. Die Stunde schließt mit der Besprechung dieser Aufgabe, wobei die Möglichkeit der Erweiterung der Aufgabe auf die Länge eines Vektors als Puffermöglichkeit besteht.

2. Begründungszusammenhänge/Vertiefung

2.1 Rahmenbedingungen und Einbettung der Stunde

Bei der Klasse TGG11 handelt sich um eine Eingangsklasse des Technischen Gymnasiums mit dem Profilfach "Gestaltungs- und Medientechnik". Die Klasse besteht aus 24 Schülerinnen und Schülern, von denen 11 weiblich und 13 männlich sind. Es handelt sich also um eine Klasse mit relativ ausgeglichener Geschlechterverteilung.

Aufgrund des hohen Andrangs an Bewerbungen für das Profilfach findet eine starke notenbezogene Vorselektion statt, weshalb die Klasse tendenziell sehr leistungsstark ist. Viele der Schülerinnen und Schüler besitzen eine hohe Eigenmotivation, auch wenn diese in Mathematik in Teilen eher schwächer ausgeprägt ist. Dennoch ist von einer Leistungsbereitschaft der SuS auszugehen.

Der Raum, in welchem die Stunde stattfindet, verfügt über einen Lehrer-PC, eine Dokumentenkamera, Bildschirm mit Touch-Funktion sowie eine Tafel. Limitierungen sind bereits früher aufgetretene Besonderheiten in der Software der digitalen Tafel sowie die limitierte Größe der Kreidetafel, welche ein häufiges Wischen notwendig macht. Die Tische der SuS sind reihenförmig angeordnet mit einem Gang in der Mitte des Klassenzimmers.

In der letzten Stunde wurde die Bildungsplaneinheit 6 (Änderungsrate und graphisches Differenzieren) abgeschlossen. Das geschah mit einer Übungsstunde, welche experimentell als offene Unterrichtssituation gestaltet war. Dieses Angebot wurde von den Schülerinnen und Schülern gut angenommen und selbst in der Vergangenheit unaufmerksame SuS arbeiteten mit.

Diese Stunde stellt somit den Einstieg in das neue Thema der Vektorgeometrie dar und zielt neben einer Einführung in die Thematik vor allem darauf ab, Grundlagenwissen zu schaffen.

2.2 Lernziele und Kompetenzentwicklung

Die Lernziele der Stunde sind die Kenntnis des Begriffs des Vektors und dessen Bedeutung:

1. TZ: Die SuS *berechnen* Verbindungsvektoren zwischen zwei Punkten im 2-dimensionalen Koordinatensystem. (AFB I)

2. TZ: Die SuS *beschreiben* Bewegungen mithilfe von Vektoren. (AFB II)

3. TZ: Die SuS *deuten* die Addition von Vektoren als Verkettung von Bewegungen. (AFB II)

4. TZ: Die SuS *bestimmen* die Summe zweier Vektoren rechnerisch und graphisch. (AFB II)

Nach Erreichen der Lernziele können die SuS den Begriff des Vektors erklären, dessen Bedeutung als Bewegung interpretieren sowie Verbindungsvektoren und die Summe von Vektoren berechnen.

2.3 Inhalte

Die Stunde setzt sich inhaltlich mit der Einführung des Begriffs des Vektors auseinander. Da es sich um die erste Stunde mit dem neuen Thema der Vektorgeometrie handelt, sollen zunächst fachliche Grundlagen geschaffen werden: Beispielsweise die Begriffe "Ortsvektor" und "Verbindungsvektor" sowie die Vorstellung eines Vektors als Pfeilklasse mit den charakterisierenden Eigenschaften "Richtung" und "Länge".

Neben den Begrifflichkeiten sollen weiterhin erste mathematische Rechenoperationen in Bezug auf Vektoren vermittelt werden; insbesondere die Berechnung von Verbindungsvektoren zwischen Punkten sowie später die Addition zweier Vektoren. Es wird sich hierbei lediglich auf den zweidimensionalen Raum beschänkt.

Nicht behandelt werden in dieser Stunde die Multiplikation von Vektoren mit Skalaren sowie die Subtraktion von Vektoren. Außerdem werden weder das Konzept des Skalarprodukts noch das des Kreuzprodukts thematisiert; auch die Berechnung von Winkeln zwischen Vektoren spielt keine Rolle. Ebenfalls wird die Erweiterung auf höhere Dimensionen in einer nachfolgenden Stunde stattfinden und hier nicht angesprochen. Dies beinhaltet die Formulierung von Ebenen- und Geradengleichungen und die damit einhergehenden Konzepte des Stütz- und Richtungsvektors.

2.4 Gestaltung des Lehr-/Lernarrangements

Der Einstieg in die Stunde geschieht problemorientiert mit einem praxisnahen Beispiel. Anhand einer fiktiven Airline, welche Flugverbindungen zwischen deutschen Städten anbietet, soll ein Realweltbezug hergestellt werden, welcher durch die Lehrkraft präsentiert wird.

Die Präsentation dieser Situation leitet direkt auf die erste Aufgabe hin, bei welcher die SuS sich ein mathematisches Konzept für die Arbeit mit der genannten Problematik überlegen sollen. Diese ergebnisoffene Aufgabenstellung soll einerseits das Vorwissen der SuS aktivieren als auch durch das Arbeiten auf individuellem Niveau kognitiv aktivierend wirken.

In der anschließenden Besprechung geht es weniger um die Präsentation eines "richtigen" Ergebnisses als vielmehr um die Hinführung auf die Idee des Vektors als Verbindung zwischen zwei Punkten. Nach der Diskussion der Ergebnisse wird dieses Konzept formalisiert und in Form eines Merke-Kastens festgehalten. Eingeübt wird die Arbeit damit in der zweiten Teilaufgabe, bei der nun konkret Verbindungsvektoren zwischen einigen Städten berechnet werden sollen.

Nach der Sicherung der Ergebnisse dieser Aufgabe kommt es zu einer zweiten Erkundungsphase am Beispiel eines Springers beim Schachspiel. Das Ziel der Aufgabe ist zweigeteilt: Einerseits soll erneut verdeutlicht werden, dass es sich bei Vektoren um Pfeil*klassen* handelt und Vektoren somit unabhängig von ihrer Position im Koordinatensystem sind. Durch die Überlegung, was bei zweimaligem Bewegen des Springers passiert, soll andererseits jedoch außerdem auf die Idee der Addition von Vektoren als "hintereinanderhängen" von zwei Vektoren hingeführt werden.

Auch die Ergebnisse dieser Aufgabe werden in der anschließenden Sicherungsphase zunächst diskutiert, bevor sie wieder in Form eines weiteren Merke-Kästchens formal festgehalten werden.

Zur weiteren Vertiefung folgt eine dritte Übungsaufgabe, welche nun jedoch nicht der Erarbeitung neuer Inhalte sondern vielmehr der Vertiefung und Übung dient. Hierbei sollen die SuS am Beispiel einer Lieferdrohne sowohl die Addition von Vektoren als auch nochmals die Berechnung von Verbindungsvektoren üben. Die Aufgabe bietet zusätzlich die Möglichkeit eines Zeitpuffers durch die Teilaufgaben c und d, bei welcher die Vektoren zunächst graphisch in einem Koordinatensystem dargestellt werden sollen und anschließend die Länge der geflogenen Strecke berechnet werden soll – ein Konzept, was zu diesem Zeitpunkt noch nicht bekannt ist und so eine weitere Erkundungsmöglichkeit für schnelle SuS bietet.

Die Stunde schließt mit der Besprechung der dritten Übungsaufgabe und der Diskussion der Ergebnisse. Hierbei können noch bestehende Fragen oder Verständnisschwierigkeiten der SuS angesprochen und geklärt werden.

Anhang

Quellenverzeichnis

Ministerium für Kultus, Jugend und Sport Baden-Württemberg (2020). Bildungsplan BG – Mathematik, erhöhtes Anforderungsniveau. Zentrum für Schulqualität und Lehrerbildung (ZSL). https://bildungsplaene-bw.de/site/bildungsplan/get/documents_E-1530026369/lsbw/Bildungsplaene-BERS/BG2021/PDFs/21-TB02-Inhalt-Band%201-AF%203-1b%20Mathematik%20f%C3%BCnfst%C3%BCndig.pdf (abgerufen am 16.05.2025)

Weitere Materialien

- Unterrichtsverlaufsplan (2 Seiten)
- Arbeitsblatt "Vektorgeometrie: Einführung" (6 Seiten)
- Lösungsvorschlag Arbeitsblatt "Vektorgeometrie: Einführung" (6 Seiten)

2. Unterrichtsverlaufsplan

Phase	Unterrichtsstruktur (mit Zeitplanung)	Lehrerhandeln	Schülerhandeln	Lernziele (fachliche und überfachliche)	Medien
Unterrichtseinstieg (11:30 – 11:35)	Begrüßung Vorstellung der Problem-situation 5 min	Begrüßung der SuS Vorstellung der Seminarleitung Einführung in das Problem	Begrüßung Hineinversetzen in die geschil-derte Situation	Herstellung eines geeigneten Arbeitsklimas Fokussierung der SuS auf das kommende Thema Motivationsaufbau	
Erarbeitung (11:35 – 11:43)	Exploration: Aufgabe 1a Erarbeitung Entfernung & Rich-tung zwischen Städten 8 min	Austeilen des ABs Beantwortung von Fragen	Erarbeitung eines Konzepts zur Lösung der Problemstellung Fragen stellen Diskutieren mit Sitznachbarn	Motivationsaufbau Vorwissensaktivierung	Arbeitsblatt, Auf-gabe 1a
Sicherung (11:43 – 11:53)	Besprechung Aufgabe 1a Aufschrieb Merke-Kasten 10 min	Moderation der Meldungen Ergänzung der vorgestellten Lösung Fragen an SuS stellen Formulierung des Aufschriebs Beantwortung von Fragen	Präsentation der Ergebnisse aus der Arbeitsphase Ergänzung / Diskussion der vorgestellten Lösung Mitschrieb Merke-Kasten Stellen von Verständnisfragen	Stärkung der Kommunikations-fähigkeiten Mathematisch und sprachlich korrekte Beschreibung der eige-nen Lösung	Arbeitsblatt Dokumenten-kamera digitale Tafel
Übung (11:53 – 12:00)	Übung: Aufgabe 1b Berechnung von Verbindungs-vektoren 7 min	Erklärung des Arbeitsauftrags Beantwortung von Fragen	Bearbeitung der Aufgabe Fragen stellen Diskutieren mit Sitznachbarn	**1. TZ**: Die SuS *berechnen* Ver-bindungsvektoren zwischen zwei Punkten im 2-dimensiona-len Koordinatensystem. (AFB I)	Arbeitsblatt, Auf-gabe 1b
Sicherung (12:00 – 12:07)	Besprechung Aufgabe 1b 7 min	Moderation der Meldungen Ergänzung der vorgestellten Lösung Fragen an SuS stellen Beantwortung von Fragen	Präsentation der Ergebnisse aus der Arbeitsphase Ergänzung / Diskussion der vorgestellten Lösung Stellen von Verständnisfragen	Stärkung der Kommunikations-fähigkeiten Mathematisch und sprachlich korrekte Beschreibung der eige-nen Lösung	Arbeitsblatt Dokumenten-kamera (digitale) Tafel

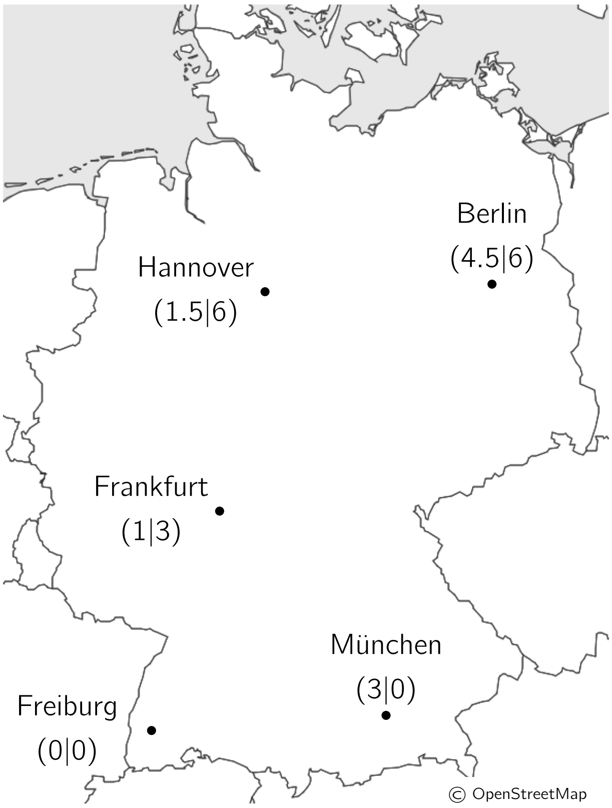
Erarbeitung (12:07 – 12:27)	Exploration: Aufgabe 2a+b Vektoren bei verschiedenen Startkoordinaten Addition von Vektoren 20 min	Erklärung des Arbeitsauftrags Beantwortung von Fragen	Bearbeitung der Aufgabe Fragen stellen Diskutieren mit Sitznachbarn	**2. TZ**: Die SuS *beschreiben* Bewegungen mithilfe von Vektoren. (AFB II)	Arbeitsblatt, Aufgabe 2a+b
Sicherung (12:27 – 12:37)	Besprechung Aufgabe 2a+b Aufschrieb Merke-Kasten 10 min	Moderation der Meldungen Ergänzung der vorgestellten Lösung Fragen an SuS stellen Formulierung des Aufschriebs Beantwortung von Fragen	Präsentation der Ergebnisse aus der Arbeitsphase Ergänzung / Diskussion der vorgestellten Lösung Mitschrieb Merke-Kasten Stellen von Verständnisfragen	**3. TZ**: Die SuS *deuten* die Addition von Vektoren als Verkettung von Bewegungen. (AFB II)	Arbeitsblatt Dokumentenkamera (digitale) Tafel
Übung (12:37 – 12:52)	Übung: Aufgabe 3a+b Bewegung einer Lieferdrohne 15 min	Erklärung des Arbeitsauftrags Beantwortung von Fragen	Bearbeitung der Aufgabe Fragen stellen	**4. TZ**: Die SuS *bestimmen* die Summe zweier Vektoren rechnerisch und graphisch. (AFB II) +Die SuS *begründen*, wie aus einem Vektor ein Gegenvektor hervorgeht. (AFB III)	Arbeitsblatt, Aufgabe 3a+b
Sicherung (12:52 – 13:00)	Besprechung Aufgabe 3a+b 8 min	Moderation der Meldungen Ergänzung der vorgestellten Lösung Fragen an SuS stellen Beantwortung von Fragen Verabschiedung der SuS	Präsentation der Ergebnisse aus der Arbeitsphase Ergänzung / Diskussion der vorgestellten Lösung Stellen von Verständnisfragen	Stärkung der Kommunikationsfähigkeiten Mathematisch und sprachlich korrekte Beschreibung der eigenen Lösung	Arbeitsblatt Dokumentenkamera (digitale) Tafel
Maximalplanung: Übung	Übung: Aufgabe 3c+d Graphische Darstellung der Vektoren aus 3a; Ausblick: Länge von Vektoren max. ca. 10 Minuten	Erklärung des Arbeitsauftrags Beantwortung von Fragen	Bearbeitung der Aufgabe Fragen stellen Diskutieren mit Sitznachbarn	Die SuS *stellen* Vektoren und Summen von Vektoren im Koordinatensystem *dar*. (AFB I) Die SuS *erschließen* sich die Länge eines Vektors eigenständig auf Basis des Satzes von Pythagoras. (AFB II – III)	Arbeitsblatt, Aufgabe 3c+d

(Hinweise zur Ergebnissicherung werden in den Spalten Lehrer- bzw. Schülerhandeln eingetragen)

Mathematik	**Vektorgeometrie: Einführung**	Klasse: TG11
L. Bung		Datum:

Aufgabe 1: Flugverbindungen zwischen Städten

Eine Fluggesellschaft plant eine neue Verbindung zwischen mehreren Städten in Deutschland. Um möglichst ökonomisch zu planen, sollen die Entfernungen und Richtungen zwischen den Städten berechnet werden.

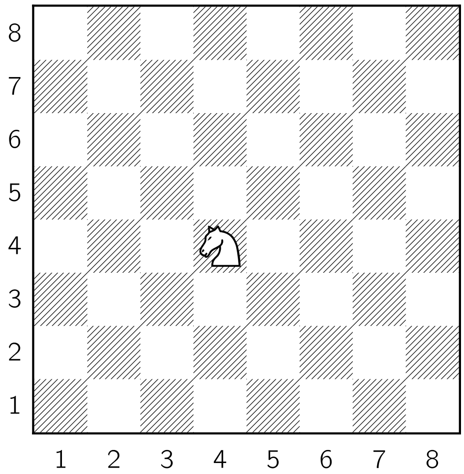


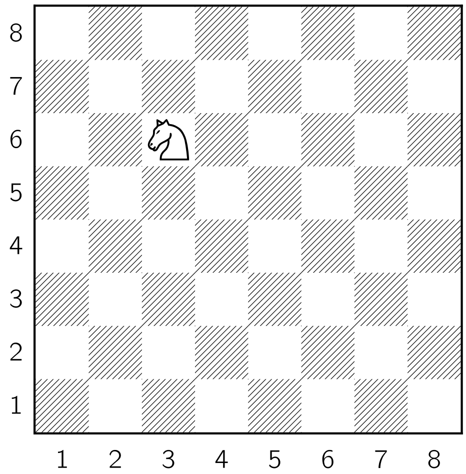
a) Überlegen Sie sich eine Möglichkeit, dies mathematisch zu beschreiben.

b) Berechnen Sie die Verbindungsvektoren von Frankfurt zu den anderen vier Städten.

Aufgabe 2: Springer im Schachspiel

Der Springer beim Schachspiel kann sich in jede Richtung wie ein “L” bewegen – beispielweise ein Feld nach rechts und zwei Felder nach oben, oder zwei Felder nach links und ein Feld nach oben.





a) Beschreiben Sie die möglichen Bewegungen der Springer mit Vektoren. Was fällt Ihnen beim Vergleich der beiden Situationen auf?

b) Überlegen Sie sich für die erste Situation, auf welchen Feldern der Springer im zweiten Zug landen kann. Wie könnten Sie das Resultat beiden Züge mithilfe der Vektoren aus Teilaufgabe a) darstellen?

Aufgabe 3: Lieferdrohne

Eine Lieferdrohne fliegt in einer Stadt, die als Koordinatensystem dargestellt wird. Die Startposition ist am Lagerhaus $L = (0|0)$. Nacheinander führt die Drohne folgende Lieferungen aus:

1. Die Drohne fliegt vom Lagerhaus zur ersten Lieferadresse und legt dabei die Bewegung $\vec{v_1} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$ zurück.
2. Als nächstes fliegt sie zur zweiten Adresse mit $\vec{v_2} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$.
3. Zuletzt kehrt die Drohne zum Lager zurück.

a) Bestimmen Sie die Gesamtbewegung der Drohne nach den ersten beiden Lieferungen.

b) Bestimmen Sie den Rückflugvektor zur Basis. Welche Eigenschaften muss dieser Vektor beim Vergleich mit dem in Teilaufgabe a) berechneten Vektor haben?

c) Zeichnen Sie den Flugweg der Drohne in ein Koordinatensystem ein.

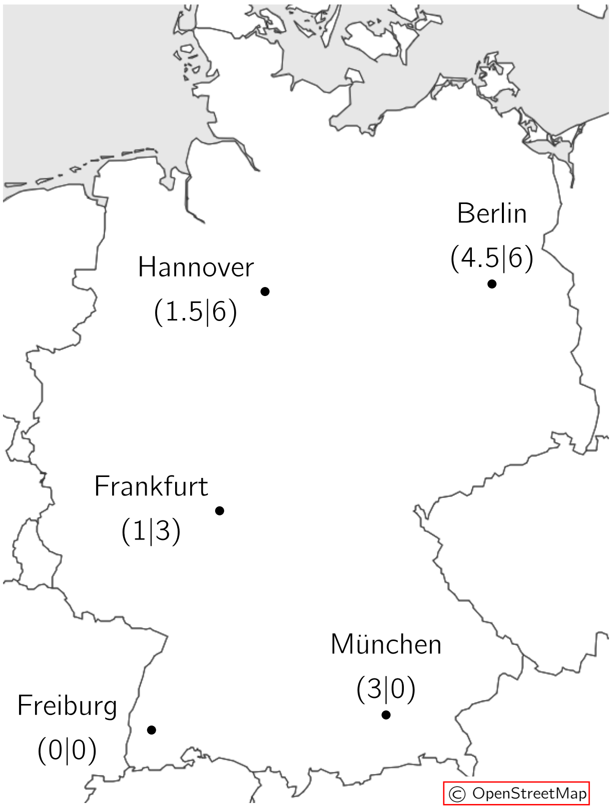
d) Berechnen Sie die Gesamtlänge der geflogenen Strecke.

Mathematik | **Vektorgeometrie: Einführung** | Klasse: TG11
L. Bung | | Datum:

Vektorgeometrie: Einführung

Aufgabe 1: Flugverbindungen zwischen Städten

Eine Fluggesellschaft plant eine neue Verbindung zwischen mehreren Städten in Deutschland. Um möglichst ökonomisch zu planen, sollen die Entfernungen und Richtungen zwischen den Städten berechnet werden.



a) Überlegen Sie sich eine Möglichkeit, dies mathematisch zu beschreiben.

Beschreibung als Verbindungsvektor: $\overrightarrow{MB} = \begin{pmatrix} 4,5-3 \\ 6-0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1,5 \\ 6 \end{pmatrix}$

Merke

Ein **Vektor** $\vec{v}$ ist eine Menge von Pfeilen, die alle dieselbe Koordinatendarstellung $\vec{v} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix}$ haben.

Der **Ortsvektor** $\vec{p}$ eines Punktes $P(p_1|p_2)$ ist der Vektor $\vec{p} = \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix}$ vom Ursprung zum Punkt P.

Der **Verbindungsvektor** von zwei Punkten $P(p_1|p_2)$ und $Q(q_1|q_2)$ heißt $\overrightarrow{PQ} = \begin{pmatrix} q_1 - p_1 \\ q_2 - p_2 \end{pmatrix}$.

b) Berechnen Sie die Verbindungsvektoren von Frankfurt zu den anderen vier Städten.

Vektor nach…

… Freiburg: $\begin{pmatrix} 0-1 \\ 0-3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \end{pmatrix}$

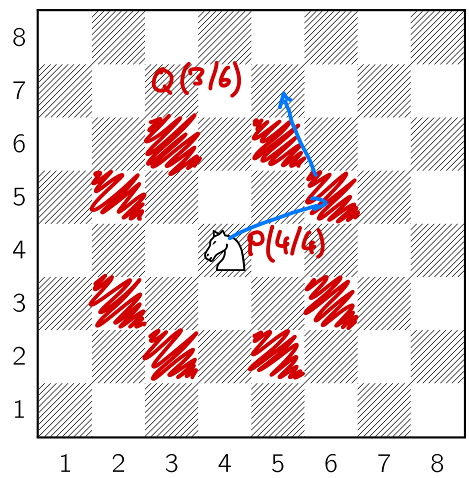
… Hannover: $\begin{pmatrix} 1{,}5-1 \\ 6-3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0{,}5 \\ 3 \end{pmatrix}$

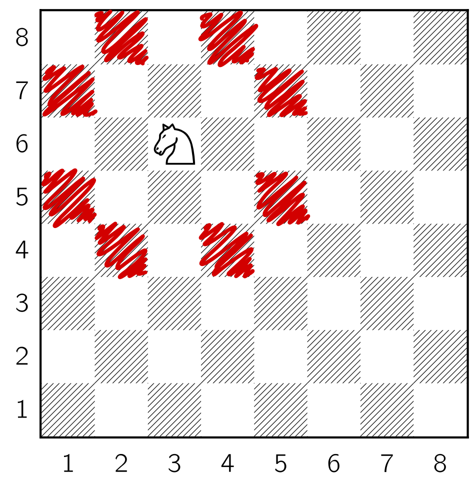
… Berlin: $\begin{pmatrix} 4{,}5-1 \\ 6-3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3{,}5 \\ 3 \end{pmatrix}$

… München: $\begin{pmatrix} 3-1 \\ 0-3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$

Aufgabe 2: Springer im Schachspiel

Der Springer beim Schachspiel kann sich in jede Richtung wie ein “L” bewegen – beispielweise ein Feld nach rechts und zwei Felder nach oben, oder zwei Felder nach links und ein Feld nach oben.





a) Beschreiben Sie die möglichen Bewegungen der Springer mit Vektoren. Was fällt Ihnen beim Vergleich der beiden Situationen auf?

Beispiel: $\overrightarrow{PQ} = \begin{pmatrix}3-4\\6-4\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-1\\2\end{pmatrix}$

Die gesuchten Vektoren sind:

$\left\{ \begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1\\-2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-1\\2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-1\\-2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}2\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}2\\-1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-2\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-2\\-1\end{pmatrix} \right\}$, oder:

$\left\{ \begin{pmatrix}\pm 1\\ \pm 2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}\pm 2\\ \pm 1\end{pmatrix} \right\}$.

Da sich die Bewegungsmöglichkeiten des Springers nicht ändern, sind auch die resultierenden Vektoren gleich.
Die Pfeile sind zwar verschoben, es sind aber immer noch dieselben Vektoren!

b) Überlegen Sie sich für die erste Situation, auf welchen Feldern der Springer im zweiten Zug landen kann. Wie könnten Sie das Resultat beiden Züge mithilfe der Vektoren aus Teilaufgabe a) darstellen?

Beispiel: zuerst $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$, dann $\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$.

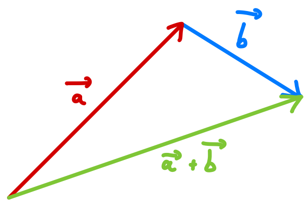
Gesamtbewegung lässt sich durch den Vektor $\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ beschreiben.

Warum? $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2-1 \\ 1+2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$.

Merke

Zwei Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}$ und $\vec{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix}$ können „aneinander gesetzt" werden, indem man sie addiert:

$$\vec{a} + \vec{b} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 + b_1 \\ a_2 + b_2 \end{pmatrix}.$$



Aufgabe 3: Lieferdrohne

Eine Lieferdrohne fliegt in einer Stadt, die als Koordinatensystem dargestellt wird. Die Startposition ist am Lagerhaus $L = (0|0)$. Nacheinander führt die Drohne folgende Lieferungen aus:

1. Die Drohne fliegt vom Lagerhaus zur ersten Lieferadresse und legt dabei die Bewegung $\vec{v_1} = \begin{pmatrix}4\\2\end{pmatrix}$ zurück.
2. Als nächstes fliegt sie zur zweiten Adresse mit $\vec{v_2} = \begin{pmatrix}-1\\3\end{pmatrix}$.
3. Zuletzt kehrt die Drohne zum Lager zurück.

a) Bestimmen Sie die Gesamtbewegung der Drohne nach den ersten beiden Lieferungen.

$\overrightarrow{v_{ges}} = \overrightarrow{v_1} + \overrightarrow{v_2} = \begin{pmatrix}4\\2\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}-1\\3\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}4-1\\2+3\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}3\\5\end{pmatrix}$.

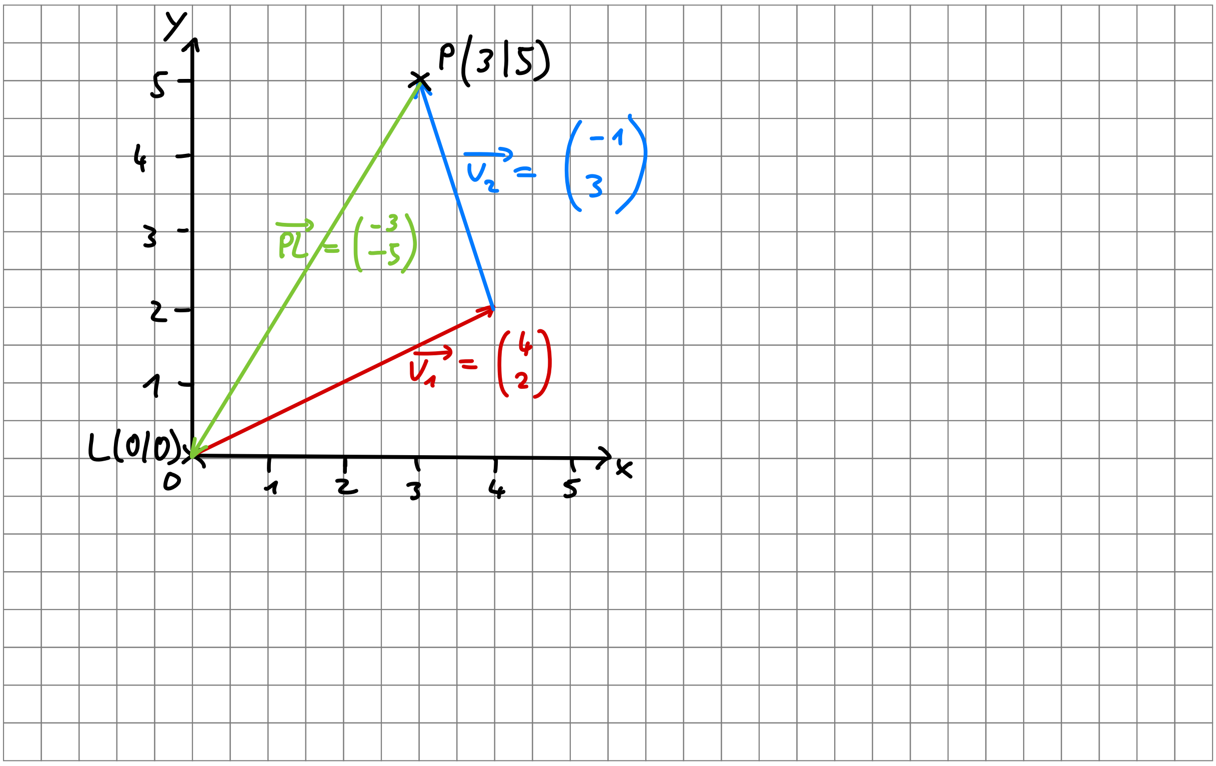
b) Bestimmen Sie den Rückflugvektor zur Basis. Welche Eigenschaften muss dieser Vektor beim Vergleich mit dem in Teilaufgabe a) berechneten Vektor haben?

Da die Drohne bei $L(0/0)$ startet, ist sie nach $\overrightarrow{v_{ges}}$ bei $P(3|5)$.

Um zurückzukommen ist der Verbindungsvektor $\overrightarrow{PL} = \begin{pmatrix}0-3\\0-5\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-3\\-5\end{pmatrix}$.

Es muss gelten: $\overrightarrow{PL} = -\overrightarrow{v_{ges}}$.

c) Zeichnen Sie den Flugweg der Drohne in ein Koordinatensystem ein.



d) Berechnen Sie die Gesamtlänge der geflogenen Strecke.

$$\begin{aligned} l &= |\overrightarrow{v_1}| + |\overrightarrow{v_2}| + |\overrightarrow{PL}| \\ &= \left|\begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}\right| + \left|\begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}\right| + \left|\begin{pmatrix} -3 \\ -5 \end{pmatrix}\right| \\ &= \sqrt{4^2+2^2} + \sqrt{(-1)^2+3^2} + \sqrt{(-3)^2+(-5)^2} \\ &= \sqrt{20} + \sqrt{10} + \sqrt{36} \\ &\approx \underline{13{,}63 \text{ LE}} \end{aligned}$$

(Diese Aufgabe ist für schnelle SuS. Sie können sie eigentlich noch nicht lösen – es dient als Vertiefung und Ausblick.)