

Unterrichtsentwurf für den 3. Beratungsbesuch

Vor- und Nachname Lorenz Bung		
Schulanschrift (mit Telefonnummer) Walther-Rathenau-Gewerbeschule, Friedrichstr. 51, 79098 Freiburg. 0761/201-7942 Schulleiter/-in Renate Storm		
Mentor/-in Rüdiger Hölzel	Ausbilder/-in Simon Oswald	
Datum 05.11.2025	Uhrzeit 16:15 – 17:00	
Klasse und Schulart FHR1 (Zusatzkurs Fachhochschulreife, 1. Jahr)		Raum 154
Fach Mathematik		

Thema des Unterrichts

Definitions- und Wertebereich von Funktionen

Inhaltsverzeichnis

1.	Überblick und zentrales Anliegen	1
2.	Begründungszusammenhänge/Vertiefung	2
2.1	Rahmenbedingungen und Einbettung der Stunde	2
2.2	Lernziele und Kompetenzentwicklung	
2.3	Inhalte	
2.4	Gestaltung des Lehr-/Lernarrangements	

Anhang

Verlaufsplanung	I
Weitere Materialien	III

1. Überblick und zentrales Anliegen

1.1 Thema	Definitions- und Wertebereich von Funktionen
1.2 Lehrplanbezug	<p>BPE 1: Funktionen, ihre Schaubilder und zugehörige Gleichungen</p> <p>"Als ein zentrales Element der Analysis wird der Funktionsbegriff eingeführt. Dabei werden die Eigenschaften und Schaubilder der Funktionen untersucht."</p>
1.3 Zentrales Anliegen	<p>Nach der Stunde können die SuS die Bedeutung des Definitions- und Wertebereichs einer Funktion erklären und visuell veranschaulichen.</p> <p>Sie nennen dabei die Kriterien für Definitionslücken (Nulldivision, neg. Wurzel) und erklären diese anhand der Funktionsgleichung.</p> <p>Die SuS können den D/W-Bereich von Funktionen nennen und umgekehrt Beispiele für Funktionen geben, die einen bestimmten D/W-Bereich haben.</p>
1.4 Lehr-Lernarrangement	<p>Die Stunde beginnt mit der Präsentation des Pappmodells einer "Funktionsmaschine", welche veranschaulichen soll, dass eine Funktion Werte aus dem Definitionsbereich "umwandelt" in Werte aus dem Wertebereich.</p> <p>Die Leitfrage, wann denn die Maschine "kaputtgehen kann", soll als offener Einstieg in die Thematik dienen. Nach kurzer Überlegung durch die SuS wird die Funktion durch Angabe eines Funktionsterms und dessen Graphen auf einem Arbeitsblatt konkretisiert; weitere Fragen auf dem Blatt sollen als Anregung für die Diskussion in Partnerarbeit dienen. Die Ergebnisse dieser öffnenden Phase werden anschließend im Plenum besprochen und diskutiert. Als Sicherung dieser Systematisierung dient dabei ein Merke-Kasten, der gemeinsam ausgefüllt wird.</p> <p>Das nun erarbeitete Konzept von Definitions- und Wertebereich soll nun angewendet werden, indem in Einzelarbeit zunächst für eine vorgegebene Fkt. der D/W-Bereich ermittelt werden soll und anschließend umgekehrt für einen vorgegebenen Bereich eine passende Funktion gesucht werden soll. Auch die Ergebnisse dieser Einzelarbeitsphase werden im Plenum gesichert.</p> <p>Schließlich findet die Vernetzung des Wissens mithilfe einer LearningApp in Partnerarbeit statt, wobei mehreren Funktionen der zugehörige Graph sowie D/W-Bereich zugeordnet werden müssen. Ziel ist es, die SuS gemeinsam den Zusammenhang zwischen Term, Graph und D/W-Bereich feststellen zu lassen und zur Diskussion anzuregen.</p> <p>Abschließend soll das Anfangsbeispiel der Funktionsmaschine wieder aufgegriffen und damit verbunden die Frage beantwortet werden, wann die Maschine "kaputt geht".</p>

2. Begründungszusammenhänge/Vertiefung

2.1 Rahmenbedingungen und Einbettung der Stunde

Die Klasse FHR1 bildet ein zusätzliches, zweijähriges Angebot für SuS mit mittlerer Reife, um die Fachhochschulreife durch freiwillige Absolvierung allgemeinbildender Kurse zu erlangen. Die Zulassung zum Kurs erfolgt dabei mit einer Notengrenze. Aufgrund der freiwilligen Natur ist mit einer gewissen Eigenmotivation der SuS zu rechnen, wobei diese nicht bei allen SuS gleich ausgeprägt ist und insbesondere im Fach Mathematik variiert.

Die Klasse selbst setzt sich dabei aus SuS der Berufsschule im elektrotechnischen Bereich sowie pharmazeutisch-technischen und chemisch-technischen Assistenten zusammen. Die verschiedenen Gruppen sind dabei etwa gleich stark zu jeweils einem Drittel vertreten. Hierbei ist zu berücksichtigen, dass je nach Ausbildung sowohl unterschiedliches Vorwissen, als auch Motivation zu erwarten sind. Insbesondere in den elektrotechnischen Berufen ist häufig mit fortgeschrittenen mathematischen Kenntnissen zu rechnen. Die überwiegende Mehrheit der SuS ist männlich.

Der Raum, in welchem die Stunde stattfindet, verfügt über einen Lehrer-PC, eine Dokumentenkamera, Bildschirm mit Touch-Funktion sowie eine Tafel. Limitierungen sind bereits früher aufgetretene Besonderheiten in der Software der digitalen Tafel sowie die limitierte Größe der Kreidetafel, welche ein häufiges Wischen notwendig macht. Die Tische der SuS sind reihenförmig angeordnet mit einem Gang in der Mitte des Klassenzimmers.

Bis zu den Herbstferien wurde ausschließlich Stoff wiederholt, um eine Konsolidierung des vorhandenen Wissens vorzunehmen. Dies ist vor allem deshalb notwendig, da bei einigen der SuS der Realschulabschluss schon ein paar Jahre zurückliegt oder aufgrund verschiedener Schularten zwar vergleichbare Abschlüsse, jedoch unterschiedlich tiefes Wissen erworben wurde. Bei der Wiederholung wurde unter anderem auch das Thema Mengen thematisiert, was als Grundlage für die heutige Stunde dient. Hierbei wurden z. B. Zahlenmengen wie die reellen Zahlen und deren mathematische Symbole, aber auch Intervalle und unterschiedliche Schreibweisen (wie z. B. die aufzählende Form) von Mengen angesprochen.

Die Doppelstunde stellt somit den Einstieg in das Thema der Funktionen dar, wobei in der direkt vorhergehenden Stunde der Begriff der Funktion selbst sowie mögliche Schreibweisen für Funktionsterme thematisiert werden. Hierbei wird das Thema des D/W-Bereichs schon angeschnitten, jedoch nicht tiefer thematisiert. Insbesondere steht in genannter Stunde die Abgrenzung von Funktionen und Nicht-Funktionen im Vordergrund.

2.2 Lernziele und Kompetenzentwicklung

Die Lernziele beschäftigen sich mit dem zentralen Anliegen der Stunde:

1. TZ: Die SuS *erkennen* die Bedeutung von Definitions- und Wertebereich und *stellen* diese visuell anhand eines Funktionsgraphen *dar*. (AFB I)
2. TZ: Die SuS *erklären* das Zustandekommen von Definitionslücken anhand eines Funktionsterms. (AFB II)
3. TZ: Die SuS *bestimmen* den D/W-Bereich von Funktionen und *nennen* Beispiele für Funktionen mit gegebenem D/W-Bereich. (AFB I)
4. TZ: Die SuS *begründen* die Zusammenhänge zwischen Funktionsgleichung, Funktionsgraph und D/W-Bereich. (AFB III)

Darüber hinaus soll das Argumentieren mithilfe mathematischer Sprache und damit verbunden der Umgang mit den zentralen Begriffen wie Definitionsbereich, Wertebereich oder Definitionslücke gefördert werden.

Nach Erreichen der Lernziele können die SuS die Begriffe des D/W-Bereichs anhand eines Beispiels erklären, visuell beschreiben sowie Kriterien für Definitionslücken nennen. Weiterhin können Sie eigenständig Beispiele von Funktionen zu einem vorgegebenen D/W-Bereich generieren und Zusammenhänge zwischen Funktionsterm, -graph und D/W-Bereich herstellen.

2.3 Inhalte

Da das Thema der Funktionen gerade erst begonnen wurde, sollen zunächst grundlegende Begriffe wie Definitionsbereich, Wertebereich und Definitionslücke angesprochen werden. Dies soll anhand von Beispielen geschehen, um die relativ abstrakten Begriffe für die SuS greifbarer zu machen, anschließend jedoch auch verallgemeinert werden.

Neben den Begrifflichkeiten sollen die SuS in der Lage sein, das Konzept des D/W-Bereichs zu erklären, anzuwenden und auf unbekannte Situationen zu übertragen. Hierzu sollen eigenständig passende Erklärungen für bestimmte Problemstellungen generiert und neue Beispiele von Funktionen gefunden werden. Insbesondere soll den SuS der visuelle und formal-symbolische Zusammenhang zwischen Funktionsterm, -graph und D/W-Bereich klar werden.

Nicht thematisiert werden soll der Funktionsbegriff, der als Einführung ins Thema der Analysis bereits Thema der vorhergegangenen Stunde war. Auch sollen die verschiedenen Schreibweisen für Funktionen nicht explizit in der Stunde neu angesprochen werden.

In den Aufgaben kommen in vielen Fällen gebrochen-rationale Funktionen sowie Wurzelfunktionen vor. Die genauen Eigenschaften dieser Funktionen sind ebenfalls nicht Gegenstand der Stunde und werden nicht thematisiert.

2.4 Gestaltung des Lehr-/Lernarrangements

Da es sich beim Stundenthema um etwas relativ Abstraktes handelt, wurde für den Einstieg in die Stunde ein innermathematisches Beispiel gewählt. Eine Kernüberlegung war hier, ein Realweltbeispiel zu finden, das allerdings auch keine "Einkleidungssituation" sein sollte und nicht konstruiert ist. Als mögliche Lösung wurde für diese Stunde das Beispiel der "Funktionsmaschine" gewählt, bei der Definitions- und Wertebereich als zu verarbeitende bzw. bereits verarbeitete "Waren" betrachtet werden. Hier wäre es eventuell möglich gewesen, ein Problem aus der realen Welt aufzugreifen und die Lösung dieses Problems als übergreifendes Ziel der Stunde zu präsentieren.

In der anschließenden Erarbeitungsphase war eine Herausforderung, die Leitfrage nicht *zu* offen zu formulieren (beispielsweise "Was darf nicht in die Funktionsmaschine hinein?"), aber auch nicht zu geschlossen ("An welchen Stellen erkennt man am Graphen, dass $f(x)$ keinen Funktionswert hat?"). Als Mittelweg wird nun zunächst die oben genannte sehr offene Frage gestellt, welche dann nach kurzer Bedenkzeit durch Vorgabe des Funktionsterms und -graphen etwas konkretisiert wird. Eine Überlegung war, den Funktionsgraphen wegzulassen, allerdings wird den SuS so direkt die Möglichkeit gegeben, ein intuitives graphisches Verständnis für die Konzepte des Definitions- und Wertebereichs zu entwickeln. Weiterhin ist der Wertebereich der angegebenen Funktion schwierig zu beschreiben, wenn der Funktionsgraph nicht vorliegt. Hier hätte man eventuell eine andere Funktion wählen können, allerdings sollten direkt beide für den Definitionsbereich kritischen Situationen (Teilen durch 0 und Wurzel aus negativer Zahl) thematisiert werden.

Eine weitere Überlegung war, in welcher Form die anschließende Sicherung stattfinden soll. Die hier gewählte Möglichkeit des Merkkastens bietet den Vorteil, dass für alle SuS einheitlich ein Aufschrieb erstellt wird, auf den man sich in Zukunft berufen kann und bei dem die SuS nachlesen können. Allerdings besteht so die Gefahr, dass die kognitive Aktivierung der SuS beim Schreiben stark abnimmt und die Motivation für das Thema sinkt. Ein Kompromiss wurde hier durch die teilweise Vorgabe des Aufschriebs getroffen, welcher durch die Lehrkraft und die SuS ergänzt wird.

Bei der folgenden Aufgabe 2 wurde versucht, das Konzept beispielsweise durch Inversion der Aufgabe in möglichst vielfältigen Formen anzuwenden. Die LearningApp in Aufgabe 3 soll dies noch vertiefen und die Vernetzung fördern. Eine Kernüberlegung ist hier die Reihenfolge der Aufgaben. Zwar bietet Aufgabe 3 insbesondere bei Austausch der SuS untereinander eine große Lernchance, allerdings soll sich auch jeder SoS selbst zumindest einmal in der Stunde selbstständig mit dem Konzept auseinandersetzen. Aus diesem Grund wurde hier Aufgabe 2 zeitlich zuerst gewählt, auch wenn dadurch wenig(er) Zeit für die Diskussion bei Aufgabe 3 zur Verfügung steht.

Zusätzlich wäre es schön gewesen, nicht nur die Bestätigung "gut gemacht" der LearningApp als Sicherung zu nutzen, sondern beispielsweise einzelne Gruppen bzw. Paare ihre Lösungen und wie sie dazu gekommen sind im Plenum erneut aufzugreifen. Aus zeitlichen Gründen musste hier leider darauf verzichtet werden. Eine weitere Option wäre es allerdings auch gewesen, die Zahl der Beispiele in der App zu kürzen oder die zweite Aufgabe vollständig wegzulassen – dann stünde jedoch wieder das obige Problem im Raum. So bietet sich allerdings die Möglichkeit, noch einmal auf das Anfangsbeispiel der Funktionsmaschine zurückzukommen, und die Frage vom Beginn zu beantworten.

Unterrichtsverlaufsplan

Phase	Unterrichtsstruktur (mit Zeitplanung)	Lehrerhandeln	Schülerhandeln	Lernziele (fachliche und überfachliche)	Medien
Unterrichtseinstieg (16:15 – 16:20)	Begrüßung Präsentation Beispiel "Funktionsmaschine" (5 min.)	Vorstellung der Seminarleitung Erklärung des Modells "Wann kann meine Maschine denn kaputt gehen?" (Hinführung auf Definitionslücken)	Begrüßung Hineinversetzung in das Problem evtl. erste Fragen an die LK	Herstellung eines geeigneten Arbeitsklimas Fokussierung der SuS auf das kommende Thema Vorwissensaktivierung	Visualizer Funktionsmaschine (Pappmodell)
Erarbeitung (16:20 – 16:32)	Partnerarbeit: Erarbeitung von Definitionslücken und Wertemenge (12 min.)	Austeilen des ABs Erklären des Arbeitsauftrags Beantwortung von Fragen	Untersuchung der Funktion Erarbeitung eines Musters dafür, wann Definitionslücken auftreten Fragen stellen Diskussion mit Sitznachbarn	1. TZ: Die SuS <i>erkennen</i> die Bedeutung von Definitions- und Wertebereich und <i>stellen</i> diese visuell anhand eines Funktionsgraphen <i>dar</i> . (AFB I)	Arbeitsblatt, Aufgabe 1
Sicherung (16:32 – 16:40)	Besprechung Aufgabe 1 Aufschrieb Merke-Kasten (8 min.)	Moderation der Meldungen Ergänzung der vorgestellten Lösung Fragen an SuS stellen Formulierung des Aufschriebs Beantwortung von Fragen	Präsentation der Ergebnisse aus der Arbeitsphase Ergänzung / Diskussion der vorgestellten Lösung Mitschrieb Merke-Kasten Stellen von Verständnisfragen	2. TZ: Die SuS <i>erklären</i> das Zustandekommen von Definitionslücken anhand eines Funktionsterms. (AFB II) Stärkung der Argumentation mit mathematischer Sprache	(digitale) Tafel Visualizer

Übung und Anwendung 1 (16:40 – 16:47)	Einzelarbeit Funktionen (unter)suchen (7 min.)	Erklärung des Arbeitsauftrags Beantwortung von Fragen	Bearbeitung der Aufgabe Fragen stellen	3. TZ: Die SuS <i>bestimmen</i> den D/W-Bereich von Funktionen und <i>nennen</i> Beispiele für Funktionen mit gegebenem D/W-Bereich. (AFB I)	Arbeitsblatt, Aufgabe 2
Sicherung (16:47 – 16:51)	Besprechung Aufgabe 2 (4 min.)	Moderation der Meldungen Ergänzung der vorgestellten Lösung Fragen an SuS stellen Beantwortung von Fragen	Präsentation der Ergebnisse aus der Arbeitsphase Ergänzung / Diskussion der vorgestellten Lösung Stellen von Verständnisfragen	Stärkung der Argumentation mit mathematischer Sprache	(digitale) Tafel Visualizer
Übung und Anwendung 2 (16:51 – 16:58)	Partnerarbeit LearningApp: Zuordnung von Term, Graph und D/W-Bereich (7 min.)	Erklärung des Arbeitsauftrags Beantwortung von Fragen technische Hilfestellung	Bearbeitung der Aufgabe Fragen stellen Diskussion mit Sitznachbarn	4. TZ: Die SuS <i>begründen</i> die Zusammenhänge zwischen Funktionsgleichung, Funktionsgraph und D/W-Bereich. (AFB III)	LearningApp
Sicherung (16:58 – 17:00)	Rückführung Anfangsbeispiel (2 min.)	Frage an SuS: "Wann geht also meine Maschine kaputt?" Moderation der Meldungen	Erläutern von D/W-Bereich am Beispiel der Funktionsmaschine	Wiederaufgreifen der zentralen Erkenntnis: Definitionsbereich = "Was darf in die Maschine hinein?" Wertebereich = "Was kommt aus der Maschine heraus?"	(digitale) Tafel Visualizer Funktionsmaschine (Pappmodell)

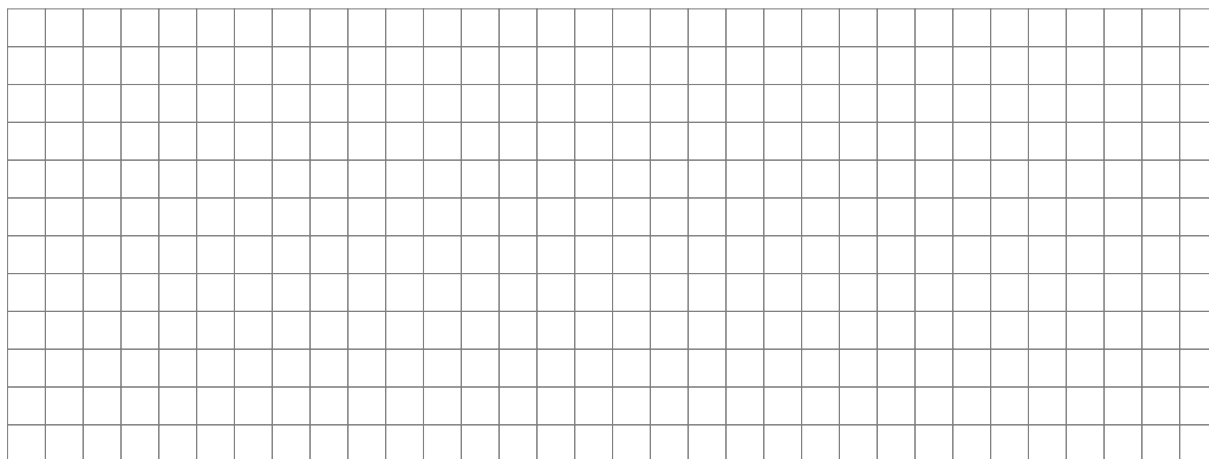
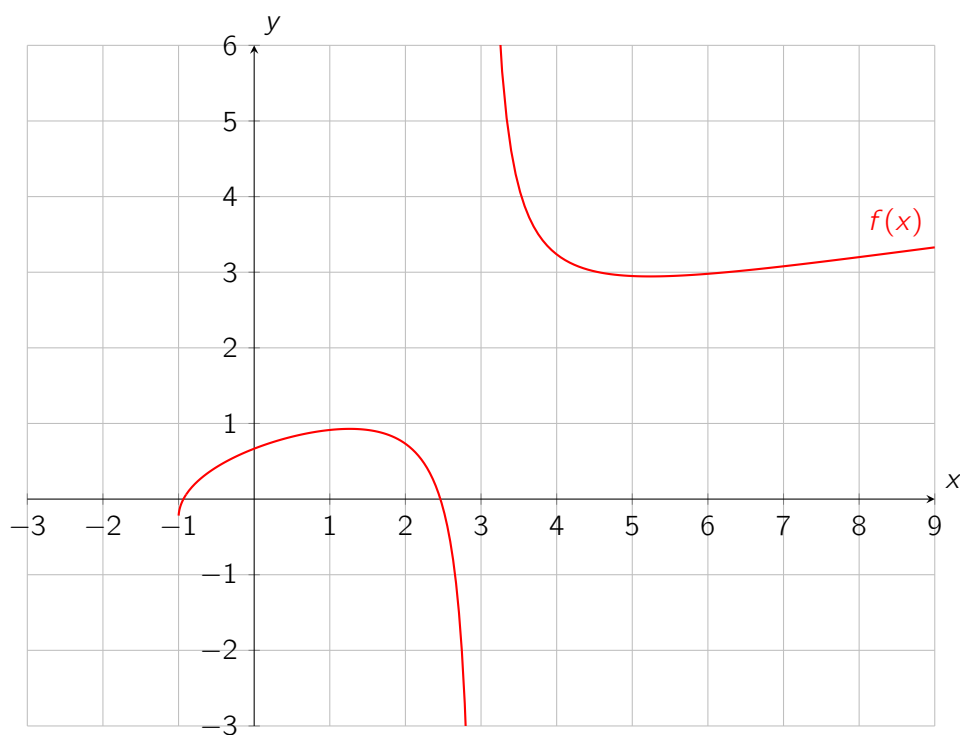
(Hinweise zur Ergebnissicherung werden in den Spalten Lehrer- bzw. Schülerhandeln eingetragen)

👤 Aufgabe 1: Schwierige Funktion

(⌚ 12 min.)

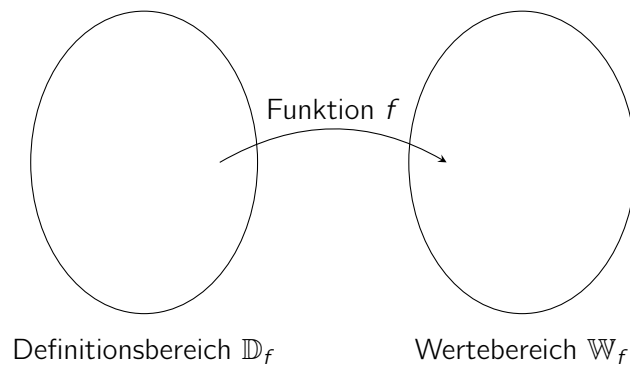
Untersuchen Sie gemeinsam die Funktion $f(x) = \frac{1}{x-3} + \sqrt{x+1}$.

- Gibt es x-Werte, die man nicht in die Funktion einsetzen kann? Falls ja: Warum?
- Welche y-Werte können herauskommen? Welche nicht?





Definitions- und Wertebereich einer Funktion



Definitionsbereich:

Wertebereich:

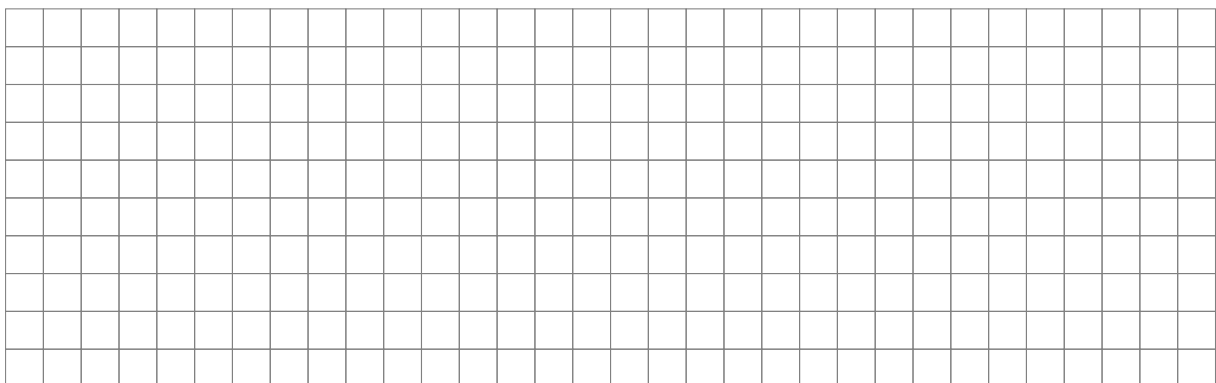
Definitionslücke:



Aufgabe 2: Funktionen (unter)suchen

(⌚ 7 min.)

- a) Geben Sie den Definitions- und Wertebereich der Funktion $f(x) = 2x^2 + 1$ an.
- b) Finden Sie eine Funktion, die den Definitionsbereich $\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$ hat.



Aufgabe 3: Zuordnung

(⌚ 7 min.)

Bearbeiten Sie die LearningApp.



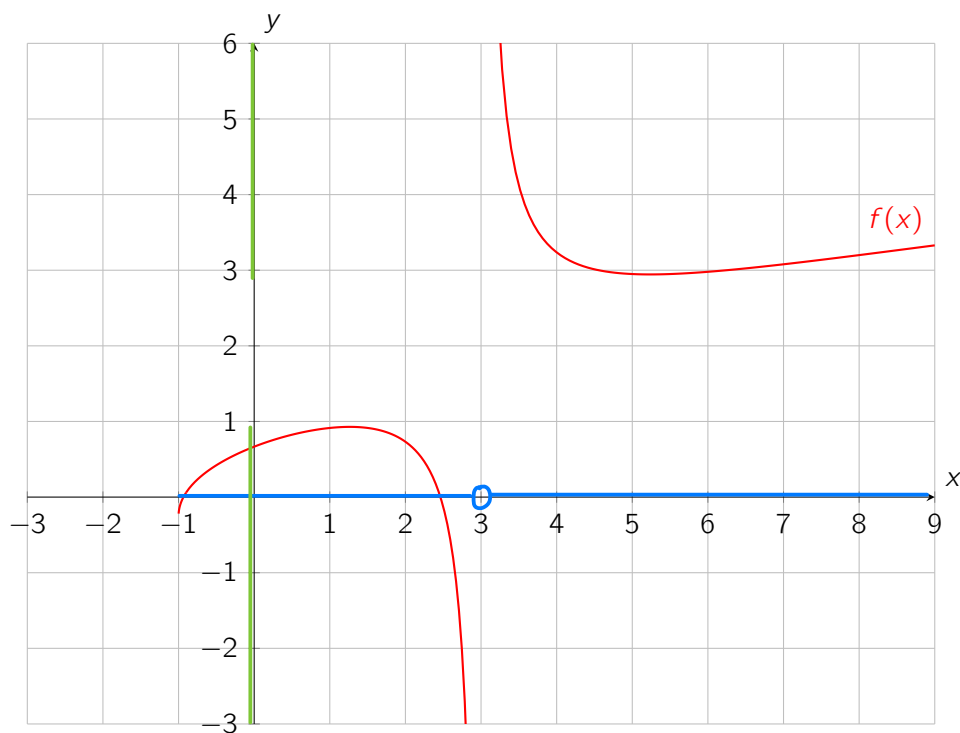
<https://learningapps.org/watch?v=pozy2d8a25>

👥 Aufgabe 1: Schwierige Funktion

(⌚ 12 min.)

Untersuchen Sie gemeinsam die Funktion $f(x) = \frac{1}{x-3} + \sqrt{x+1}$.

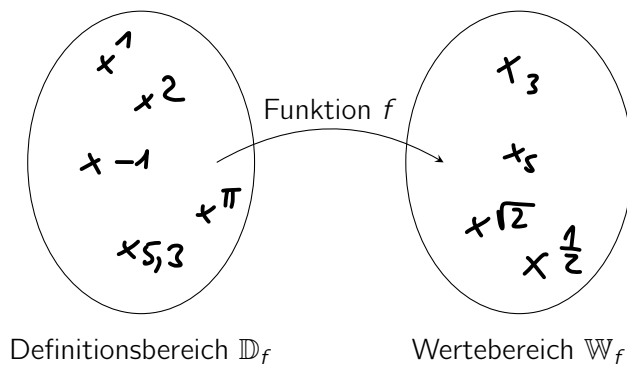
- Gibt es x-Werte, die man nicht in die Funktion einsetzen kann? Falls ja: Warum?
- Welche y-Werte können herauskommen? Welche nicht?



- Ja, z.B. $x < -1$ (Wert unter Wurzel wird negativ) oder $x = 3$ (Teilen durch 0)
- Alle, außer Werte im Bereich von ca. 0,9 – 2,9.



Definitions- und Wertebereich einer Funktion



Definitionsbereich: Werte, die ich in die Funktion einsetzen darf.

Wertebereich: Werte, die aus der Funktion herauskommen können.

Definitionslücke: Werte, die ich nicht einsetzen darf.
z. B. bei Division durch 0 oder Wurzel aus neg. Zahl.



Aufgabe 2: Funktionen (unter)suchen

(⌚ 7 min.)

- a) Geben Sie den Definitions- und Wertebereich der Funktion $f(x) = 2x^2 + 1$ an.
- b) Finden Sie eine Funktion, die den Definitionsbereich $\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$ hat.

a) $\mathbb{D}_f = \mathbb{R}, \mathbb{W}_f = \{x \mid x \geq 1\}$

b) z. B. $f(x) = \frac{1}{x+2}$



Aufgabe 3: Zuordnung

(⌚ 7 min.)

Bearbeiten Sie die LearningApp.



<https://learningapps.org/watch?v=pozy2d8a25>