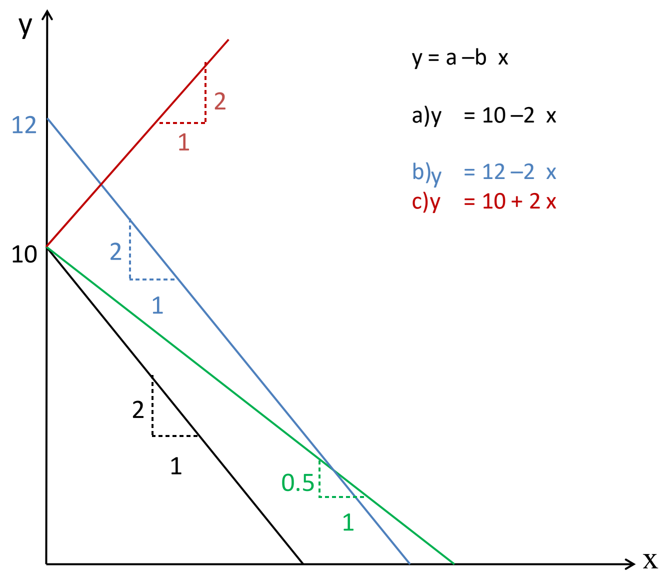
Lösungsvorschlag – GVWL2 Tutoriumblatt 0
SS22

Aufgabe 1:



Aufgabe 2:

$$\frac{\partial f(x,y)}{\partial x} = 2x + e^x y$$
$$\frac{\partial f(x,y)}{\partial y} = 2y + e^x$$

Aufgabe 3:

$$z = f(a,x,y) = \frac{1}{1-a}(2 \cdot x + y)$$

$$\frac{\partial z}{\partial a} = \frac{1}{(1-a)^2}(2 \cdot x + y)$$
$$\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{1}{1-a} \cdot 2$$
$$\frac{\partial z}{\partial y} = \frac{1}{1-a}$$

Aufgabe 4:

$$x = 2y + u \Rightarrow u = x - 2y \tag{1}$$

$$z = \frac{2}{g} + 2u \Rightarrow g = \frac{2}{z - 2u} \tag{2}$$

$$g = \frac{1}{3}(a + x^2) \tag{3}$$

Setze (1) in (2) ein:

$$g = \frac{2}{z - 2(x - 2y)} \tag{4}$$

Setze (4) in (3) ein:

$$\frac{2}{z - 2(x - 2y)} = \frac{1}{3}(a + x^2) \Rightarrow a = \frac{6}{z - 2x + 4y} - x^2$$

Aufgabe 5: Der Winzer

(5a) Es ist nicht sinnvoll, den Wein länger als 4 Jahre zu lagern, da danach der Preis zu sinken beginnt. Die Frage ist jedoch, ob es sinnvoll ist, den Wein tatsächlich 4 Jahre zu lagern. [Rendite Lagern > Rendite Kapitalmarkt]

(5b)

Definition 2. *Der Gegenwartswert (GW) eines zukünfitgen Zahlungsstroms* $\{p_t\}_{t=1}^{+\infty}$ *ist definiert als*

$$GW_T = \sum_{t=1}^{T} \frac{p_t}{(1+i)^t}$$

Daraus folgt:

- $GW_1 = \frac{3.50}{1.05} = 3.33$
- $GW_2 = \frac{4.20}{(1.05)^2} = 3.81$
- $GW_3 = \frac{4.38}{(1.05)^3} = 3.78$
- $GW_4 = \frac{4.45}{(1.05)^4} = 3.66$

Folglich sollte der Wein 2 Jahre gelagert werden. [Rendite von erstem auf zweites Jahr $r_{12} > 0.05 = i$. Aber Rendite vom zweitem auf das dritte Jahr $r_{23} < 0.05$]

(5c) Opportunitätskosten der Kapitalmarktinvestion sind geringer → Wein sollte nun länger gelagert werden.

- $GW_1 = 3.40$
- $GW_2 = 3.96$
- $GW_3 = 4.01$
- $GW_4 = 3.95$

Der Wein sollte nun 3 Jahre gelagert werden.

Aufgabe 6: Das Wertpapier

(6a)

$$P_B = \frac{100}{1.03} = 97.09$$

(6b)

$$P_B = 100 + \frac{100}{1.03} + \frac{100}{(1.03)^2} = 291.35$$

(6c)

$$P_B = \sum_{t=0}^{\infty} \frac{100}{(1.03)^t} = 100 \cdot \sum_{t=0}^{\infty} \frac{1}{(1.03)^t} = 100 \cdot \frac{1}{1 - \frac{1}{1.03}} = 3{,}433.33$$

(6d)

$$P_B = \sum_{t=0}^{\infty} \frac{100}{1.05} = 100 \cdot \sum_{t=0}^{\infty} \frac{1}{1.05} = 100 \cdot \frac{1}{1 - \frac{1}{1.05}} = 2{,}100$$

(6e)

Proposition 1. *Es gilt:*

$$\sum_{t=1}^{\infty} \frac{1}{(1+i)^t} = \frac{1}{i}\,, \forall i \in \mathbb{R}^+$$

Proof.

$$\sum_{t=1}^{\infty} \frac{1}{(1+i)^t} = \frac{1}{1+i} \cdot \sum_{t=0}^{\infty} \frac{1}{(1+i)^t} = \frac{1}{1+i} \cdot \frac{1}{1 - \frac{1}{1+i}} = \frac{1}{1+i} \cdot \frac{1}{\frac{1+i-1}{1+i}} = \frac{1}{1+i} \cdot \frac{1+i}{i} = \frac{1}{i}$$

□

Daraus folgt:

$$\tilde{P}_B = \frac{100}{0.03} = 3{,}333.33$$