Tutorium Grundlagen der VWL 2

Sommersemester 2022

Aufgabenblatt 8

Lange Frist - Das Solow Model

Aufgabe 1 (Multiple Choice)

Teilaufgabe a)

Die gesamtwirtschaftliche Produktionsfunktion sei gegeben durch $Y = A_t F(K_t, N_t)$, wobei A technisches Wissen, N Beschäftigung und K Kapitalbestand zum Zeitpunkt t sei. Die Beziehung zwischen Produktion je Beschäftigten und Kapitalintensität kann geschrieben werden als

$$\frac{Y_t}{N} = f\left(\frac{K_t}{N}\right).$$

Welche Annahmen liegen zugrunde?

a) Sinkende Bevölkerungsgröße, Partizipationsrate und steigende Arbeitslosenquote; kein technischer Fortschritt; konstante Skalenerträge
b) Konstante Bevölkerungsgröße, steigende Partizipationsrate und Arbeitslosenquote; steigender technischer Fortschritt; konstante Skalenerträge
c) Konstante Bevölkerungsgröße, Partizipationsrate und Arbeitslosenquote; kein technischer Fortschritt; konstante Skalenerträge
d) Konstante Bevölkerungsgröße, Partizipationsrate und Arbeitslosenquote; abnehmender technischer Fortschritt; konstante Skalenerträge

Teilaufgabe b)

Die Dynamik von Kapitalbildung und Produktion kann wie folgt dargestellt werden:

$$\frac{K_{t+1}}{N} - \frac{K_t}{N} = sf\left(\frac{K_t}{N}\right) - \delta\frac{K_t}{N}$$

$sf\left(\frac{k_t}{N}\right) > \delta \frac{k_t}{N}$

$\Rightarrow \Delta k_t > 0$

$\Leftrightarrow \frac{k_{t+1}}{N} > \frac{k_t}{N}$

Welche Interpretation ist korrekt?

a) Wenn die Investition je Beschäftigten größer ist als die Abschreibungen je Beschäftigten, dann fällt das Kapital je Beschäftigten.

b) Wenn die Investition je Beschäftigten kleiner ist als die Abschreibungen je Beschäftigten, dann fällt das Kapital je Beschäftigten.

c) Wenn die Investition je Beschäftigten kleiner ist als die Abschreibungen je Beschäftigten, dann steigt die Kapitalintensität.

d) Wenn die Investition je Beschäftigten kleiner ist als die Produktion je Beschäftigten, dann fällt das Kapital je Beschäftigten.

Aufgabe 2 (Wahr/Falsch)

Gehen Sie von einer Produktionsfunktion einer Volkswirtschaft der Form

$$Y = A\,K^{\alpha}N^{1-\alpha}$$

Aus, wobei A = 1. Nehmen Sie folgende Parameter an: $\alpha = 0.33, \delta = 0.1, g_N = 0.02$. Der Marktzinssatz sei gegeben mit $s = 0{,}20$.

Teilaufgabe a)

a) Die Produktionsfunktion weist konstante Skalenerträge auf für alle $\alpha \in \mathbb{Z}$.

b) Im steady state ergibt sich ein Pro-Kopf Kapitalstock von K/N = 1.375 und eine Pro-Kopf Produktion von Y/N = 1.1.

c) Wenn sich die Sparquote halbiert, so halbiert sich K/N ebenfalls.

d) Angenommen A würde auf 0.5 sinken. Dann würde im steady state Y/N = 0.09 gelten.

Teilaufgabe b)

a) Eine höhere Sparquote kann die Wachstumsrate der Produktion langfristig (steady state) erhöhen.

b) Wenn es keine Abschreibungen gäbe, d.h. $\delta = 0$, würde die Pro-Kopf Produktion kontinuierlich wachsen.

c) Im Solow-Modell hat eine Erhöhung der Sparquote keine Auswirkung auf die Wirtschaft im steady state.

Lösungsvorschlag

Aufgabe 2 (Wahr/Falsch)

Gehen Sie von einer Produktionsfunktion einer Volkswirtschaft der Form

$$Y = A\,K^{\alpha}N^{1-\alpha}$$

↳ zur Vereinfachung ggf. A weggelassen

Aus, wobei A = 1. Nehmen Sie folgende Parameter an: $\alpha = 0.33, \delta = 0.1, g_N = 0.02$. Der Marktzinssatz sei gegeben mit $s = 0{,}20$.

Teilaufgabe a)

a) Die Produktionsfunktion weist konstante Skalenerträge auf für alle $\alpha \in \mathbb{Z}$. → $\mathbb{R}$

$$Y_t(\lambda K_t, \lambda N_t) = A_t\,(\lambda K_t)^{\alpha}(\lambda N_t)^{1-\alpha}$$

$$= A_t\,\lambda^{\alpha} K_t^{\alpha}\,\lambda^{1-\alpha} N_t^{1-\alpha}$$

$$= \lambda\,A_t\left(K_t^{\alpha} N_t^{1-\alpha}\right)$$

$$= \lambda\,Y_t$$

Aufgabe 2 (Wahr/Falsch)

Gehen Sie von einer Produktionsfunktion einer Volkswirtschaft der Form

$$Y = A\,K^{\alpha} N^{1-\alpha}$$

Aus, wobei A = 1. Nehmen Sie folgende Parameter an: $\alpha = 0.33, \delta = 0.1, g_N = 0.02$. Der Marktzinssatz sei gegeben mit $s = 0{,}20$.

Teilaufgabe a)

a) Die Produktionsfunktion weist konstante Skalenerträge auf für alle $\alpha \in \mathbb{Z}$.

b) Im steady state ergibt sich ein Pro-Kopf Kapitalstock von K/N = 1.375 und eine Pro-Kopf Produktion von Y/N = 1.1.

Bewegungsgleichung: $$\frac{K_{t+1}}{N} - \frac{K_t}{N} = sf\left(\frac{K_t}{N}\right) - \delta \frac{K_t}{N} \quad (1)$$

$$N_{t+1} = (1+g_N) N_t \iff N_t = \frac{N_{t+1}}{1+g_N}$$

in (1): $$\frac{K_{t+1}}{N_{t+1}}(1+g_N) - \frac{K_t}{N_t} = s \cdot \frac{Y_t}{N_t} - \delta \frac{K_t}{N_t}$$

$$\underbrace{\frac{K_{t+1}}{N_{t+1}} \cdot 1 - \frac{K_t}{N_t}}_{0} = s\frac{Y_t}{N_t} - \delta \frac{K_t}{N_t} - g_N \underbrace{\frac{K_{t+1}}{N_{t+1}}}$$

im SS: $\frac{K_{t+1}}{N_{t+1}} = \frac{K_t}{N_t}$ (const.)

$$\iff s \cdot \frac{Y_t}{N_t} - \delta \frac{K_t}{N_t} = g_N \frac{K}{N} \quad | + \delta \frac{K_t}{N_t}$$

$$s \cdot \frac{Y}{N} = (g_N + \delta) \frac{K}{N}$$

$$\iff \frac{K}{N} = \frac{s}{g_N + \delta} \frac{Y}{N} = \frac{s}{g_N + \delta} \frac{A \cdot K^{\alpha} N^{1-\alpha}}{N}$$

$$= \frac{s}{g_N + \delta} A \left(\frac{K}{N}\right)^{\alpha}$$

$$\frac{K}{N} = 1 \cdot \left(\frac{0{,}2}{0{,}1 + 0{,}02}\right)^{\frac{1}{1-0{,}33}} \sim 2{,}14$$

$$\frac{Y}{N} = A \cdot \left(\frac{K}{N}\right)^{\alpha} = 1 \cdot 2{,}14^{0{,}33} \sim 1{,}286$$

c) Wenn sich die Sparquote halbiert, so halbiert sich K/N ebenfalls. → F

d) Angenommen A würde auf 0.5 sinken. Dann würde im steady state Y/N = 0.09 gelten. → F

$$\frac{Y}{N} = A \cdot \left(\frac{K}{N}\right)^{\alpha} = 0{,}5 \cdot 2{,}14^{0{,}33} \approx 0{,}643$$

Teilaufgabe b)

a) Eine höhere Sparquote kann die Wachstumsrate der Produktion langfristig (steady state) erhöhen. → F techn. Fortschritt

b) Wenn es keine Abschreibungen gäbe, d.h. $\delta = 0$, würde die Pro-Kopf Produktion kontinuierlich wachsen. → F konvergiert zu SS

c) Im Solow-Modell hat eine Erhöhung der Sparquote keine Auswirkung auf die Wirtschaft im steady state. → F

$$\frac{K}{N}^{*} = \left(\frac{s}{\delta + g_N}\right) A \cdot \left(\frac{K}{N}\right)^{\alpha}$$