

## Aufgabenblatt 2

Tutorübungen am 09./15./16. Mai

### Aufgabe T2.1 (Kubische Gleichung)

Zeigen Sie zunächst mit Hilfe des Satzes über implizite Funktionen, dass die Gleichung

$$u = a + \epsilon u^3 \tag{1}$$

in einer Umgebung vom Punkt  $a$  eine eindeutige Lösung besitzt. Welche zusätzlichen Eigenschaften dieser Lösung liefert der Satz noch?

Berechnen Sie anschließend die asymptotische Entwicklung bis zur 2. Ordnung in  $\epsilon$ .

### Aufgabe T2.2 (Asymptotische Entwicklung)

Gegeben sei das Anfangswertproblem

$$x''(t) = -\epsilon x'(t) - 1$$

$$x(0) = 0$$

$$x'(0) = 1$$

mit kleinem Parameter  $\epsilon$  (vergleiche Aufgabe von Blatt 1).

- Berechnen Sie die konsistente asymptotische Entwicklung der Lösung bis zur 2. Ordnung in  $\epsilon$ .
- Es bezeichne  $x_\epsilon(t)$  die exakte Lösung des Anfangswertproblems. Berechnen Sie  $x_\epsilon(t)$  und verifizieren Sie anhand von  $x_\epsilon(t)$  die asymptotische Entwicklung aus Teilaufgabe a).